NOVA

NATUURKUNDE

5 VWO | GYMNASIUM

MAX METHODE NATUURKUNDE

NAAM:

KLAS:

MALMBERG



NATUURKUNDE

5 VWO | GYMNASIUM

Auteurs

Hans van Bemmel

Lodewijk Koopman

Eindredactie

Claud Biemans, Frontlinie

Met medewerking van

Fons Alkemade

Wiebe van der Zee

Editie 2019

Malmberg 's-Hertogenbosch

www.malmberg.nl/nova-natuurkunde

Inhoudsopgave

Voorwoord

Nova is op zo'n manier opgebouwd, dat je de stof vanuit verschillende invalshoeken kunt benaderen. Elk hoofdstuk bestaat namelijk uit drie delen:
P: de praktijk; voorbeelden van toepassingen van de theorie.
T: de theorie; uitleg over natuurkundige concepten, modellen en experimenten. Aan het begin van iedere paragraaf staan leerdoelen vermeld. Deze zijn afgeleid van de eindtermen uit de syllabus, waarin staat wat je voor je centraal examen allemaal moet kunnen.
M: de maatschappij; waarom is kennis van de theorie belangrijk voor jou, als onderdeel van die maatschappij?
Bij alle drie de delen horen opdrachten.

Jouw eigen werkwijze

Je begint elk hoofdstuk met enkele digitale oriënterende opdrachten (Voorkennistoets). Vanzelfsprekend bepaal je samen met je docent hoe je de stof uit het hoofdstuk daarna gaat behandelen. Je kunt op verschillende manieren met *Nova* werken.

1 Vind je het belangrijk om eerst de **theoretische concepten** te bestuderen, om daarna te kijken hoe die theorie in de praktijk en de maatschappij wordt gebruikt? In dat geval begin je met het T-deel en doe je daarna het P-deel en een M-deel.
2 Ben je vooral geïnteresseerd in **toepassing**, begin dan met het P-deel. Daarna doe je het T-deel en een M-deel.
3 Wanneer je interesse vooral uitgaat naar het belang van natuurkunde voor de **maatschappij**, begin dan met een van de M-delen. De M-delen worden uitsluitend online aangeboden. Vervolgens doe je het P-deel of ga je direct naar het T-deel

Iedereen sluit af met het beantwoorden van de eindopdracht aan het einde van het T-deel. Indien je de theorie voldoende beheerst, moet je de opdrachten van het P-deel kunnen oplossen.

Opdrachten

De opdrachten kennen een verschillende opbouw. Voor sommige opdrachten staat een **+**. Dat zijn extra pittige opdrachten. Bij sommige hoofdstukken zijn examenopgaven opgenomen. Soms zijn ze bewerkt (*'naar'*), soms zijn ze letterlijk overgenomen (*'bron'*). Zo word je goed voorbereid voor het examen. Als er een ⌛ staat, heb je te maken met een opdracht uit de natuurkunde-olympiade. Bij havo komt dat zelden voor, bij vwo gebeurt dat vaker. Dit zijn in het algemeen pittige opgaven.

Oefenen

Was je in staat de opdrachten van het P-deel op te lossen, maar wil je toch nog kijken of je de stof echt beheerst? Maak dan de digitale **toets (Test jezelf)**. Besef dat de **Onthoud!** aan het einde van de paragraaf slechts dient om de kern van de paragraaf nog eens aan te geven. Deze samenvattingen volstaan NIET om een toets voor te bereiden. Om te controleren of je de begrippen uit dit hoofdstuk beheerst, kun je de online **flitskaarten** gebruiken.

Wij wensen je succes en plezier met *Nova*!

De auteurs



HOOFDSTUK 7

Trillingen en golven

In de dagelijkse praktijk kom je veel verschillende soorten golven tegen. Denk aan muziek: als een band speelt, produceren de muzikanten een-, twee- en driedimensionale golven op snaren, op trommelvellen en in klankkasten. Er ontstaan geluidsgolven die door de lucht naar je oor toe bewegen. Als je iemand spreekt door je telefoon, zijn het elektromagnetische golven, opgevangen door de antenne, die ervoor zorgen dat je de stem van de ander kunt horen. Deze golven brengen, net als geluidsgolven, informatie over. Dit hoofdstuk geeft een overzicht van de eigenschappen van zeer verschillende soorten golven en hoe ze worden toegepast voor informatieoverdracht.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Maak de online Voorkennistoets voordat je aan dit hoofdstuk begint.

Praktijk

Oren die geluid maken

Ouders van een pasgeboren baby willen snel weten of hun kindje een goed gehoor heeft. Maar je kunt tegen een baby niet zeggen: "Steek je hand op als je een piepje hoort." Gelukkig is er een andere methode. Gezonde oren kunnen geluidjes uitzenden. Deze 'otoakoestische emissies' (OAE) worden standaard gemeten bij pasgeboren baby's. Als ze ontbreken, wijst dat op gehoorproblemen. Nader onderzoek is dan nodig. Als de otoakoestische emissies overtuigend aanwezig zijn, hoeven de ouders zich geen zorgen te maken over het gehoor van de baby.

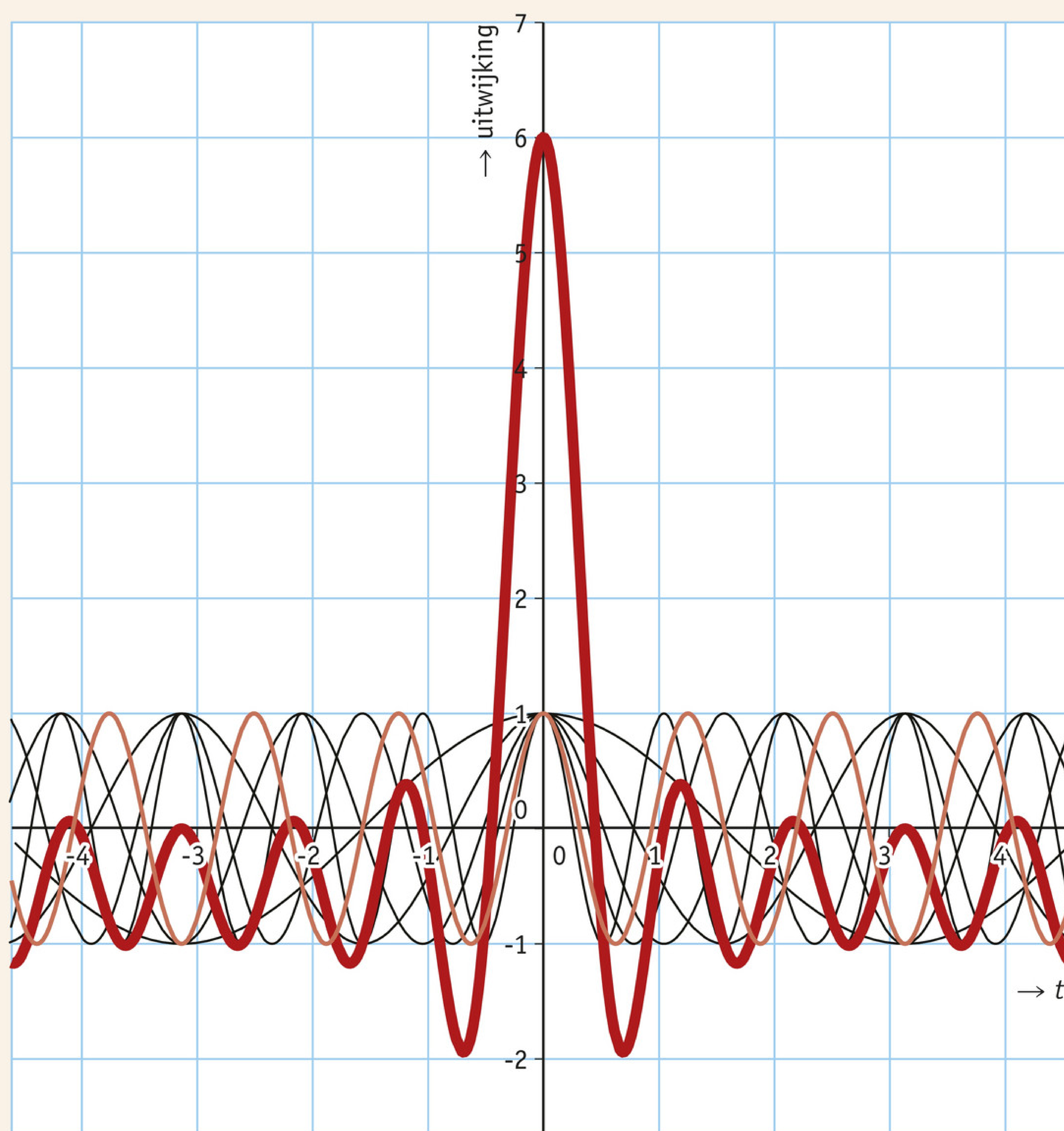


Als de zee in een schelp

Artsen willen zo vroeg mogelijk weten of er een gehoorafwijking is: dan kunnen ze gaan nadenken over hoortoestellen of operaties. Met behulp van metingen aan heel zwakke otoakoestische emissies kunnen zij een gehoorafwijking vaststellen.
Om geluid te produceren, is energie nodig: je trekt een snaar opzij en laat hem los, een tramwiel schuurt langs de rails. Ook voor het opwekken van otoakoestische emissies is energie nodig. Waar komt die energie in het oor van de baby vandaan?
De werking van otoakoestische emissies is vergelijkbaar met een schelp waarin je 'de zee hoort' (figuur 1). Het geluid van de zee is natuurlijk niet echt opgeslagen in die schelp. Als je een grote schelp in een volkomen stille ruimte bij je oor houdt, hoor je niets. Ook niet het ruisen van het bloed in je aderen, zoals wel wordt gezegd. Om 'de zee' in een schelp te kunnen horen, is omgevingsgeluid nodig. Van alle geluiden die er zijn, bijvoorbeeld het ruisen van bladeren in de wind, versterkt de schelp een flink aantal frequenties. De lucht in de schelp gaat meetrillen met vooral de hogere frequenties en die klinken dan luider. De omgeving levert dus de energie.
Bij de gehoortest voor pasgeborenen komt de energie ook van buitenaf. De verpleegkundige plaatst een appa-



▲ **figuur 1** een geschikte schelp



▲ **figuur 2** Veel frequenties vormen samen een kortdurende puls.

"Een baby zegt niet wat hij hoort."

raat tegen het oor van de baby. Dat apparaat produceert een geluid en registreert het geluid dat het oor kort daarna als reactie terugstuurt.

Toon of klik

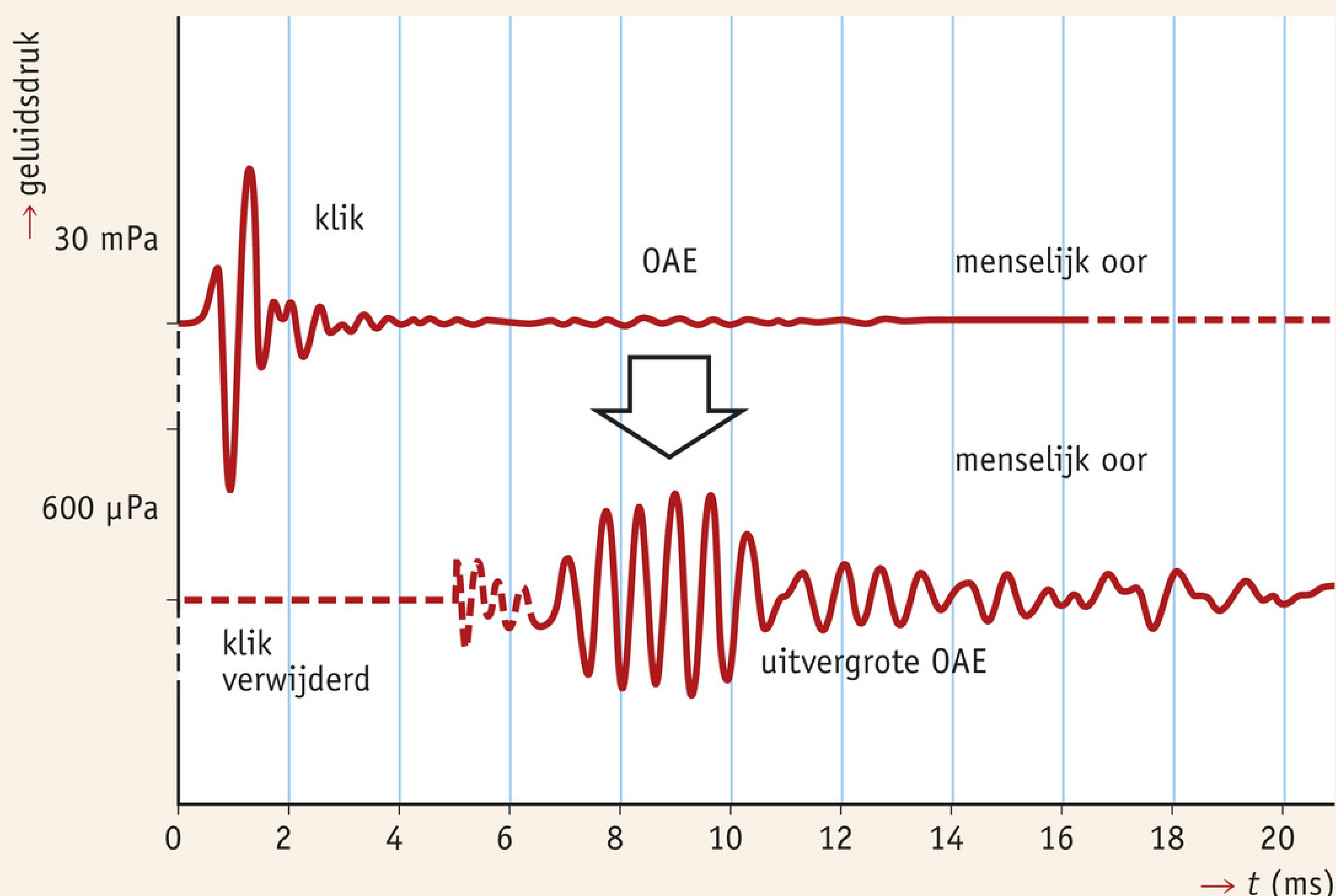
De piepjes bij een gewone gehoortest zijn zuivere tonen. Voor de gehoortest bij pasgeborenen zijn deze echter niet geschikt. Een gezond oor kan alle toonhoogten tussen 20 en 20 000 hertz (Hz) registreren, maar de otoakoestische emissies die het oor uitzendt, bestaan uit slechts enkele tonen. Die tonen zijn per individu verschillend. Het oor stuurt pas een signaal terug als een van de toonhoogten die dat oor kan terugzenden, aanwezig is in het aangeboden signaal. Het zou wel heel toevallig zijn als een enkel piepje meteen de juiste toon zou treffen. Maar als de test alle toonhoogten langs zou moeten gaan, zou het veel te lang duren. Daarom worden er klikjes gebruikt. Een korte klik kan worden gezien als een signaal dat is opgebouwd uit een heleboel frequenties. Alle trillingen vertonen hun maximum op hetzelfde moment, met als resultaat een kortdurend hard geluid. Figuur 2 maakt het idee duidelijk. Horizontaal staat de tijd, verticaal staat van een aantal luchttrillingen de uitwijking. De patronen die het breedst zijn, komen overeen met de laagste frequenties. De smallere patronen zijn de hogere tonen. De totale uitwijking van de lucht is op elk moment de optelling van alle uitwijkingen. Tijdens de klik is er een heel hoge piek, want op dat moment hebben alle trillingen hun maximale uitwijking. Op andere tijden doven de trillingen elkaar uit. Voor elke positieve uitwijking is er wel een andere trilling met een negatieve uitwijking. Als er veel trillingen aanwezig zijn, ook hoge frequenties, is het resultaat een hard geluid op één tijdstip, een klik, en stilte daarvoor en daarna. Dit is dus het geschikte geluid voor de test. Elk oor dat in staat is tot het uitzenden van otoakoestische emissies zal dat dan doen. De paar frequenties die het oor kan uitzenden, zullen namelijk zeker in de klik zitten. Bovendien duurt een klik kort, zodat het aangeboden geluid weg is op het moment dat het oor geluid terugzendt. Een klik is dus niet alleen geschikter dan een zuivere toon, maar ook geschikter dan ruis, die een rol speelt bij het geluid dat je hoort in een schelp. Ruis bestaat ook uit veel trillingen, maar dat geluid houdt langer aan. Het is moeilijk de eventueel teruggezonden geluiden terug te vinden in het totale signaal als het geluid dat het oor moet stimuleren ook nog steeds aanwezig is.

Interpretatie van de uitslag

De otoakoestische test bij baby's vereist geen ingewikkelde apparatuur en kan aan huis plaatsvinden (figuur 3). In figuur 4 is het resultaat te zien



▲ **figuur 3** apparatuur voor het otoakoestisch onderzoek bij baby's

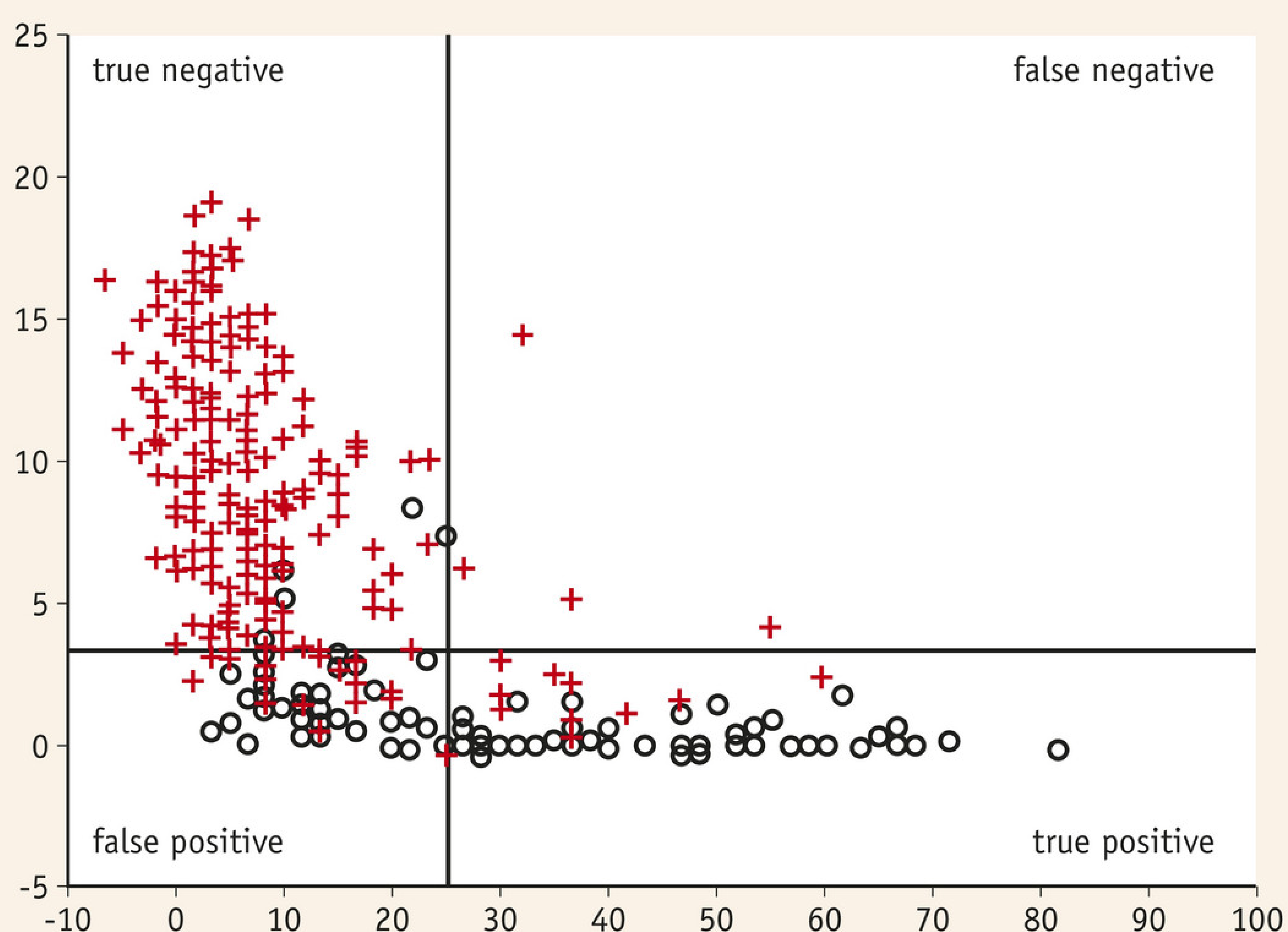


▲ **figuur 4** het resultaat van een otoakoestische meting

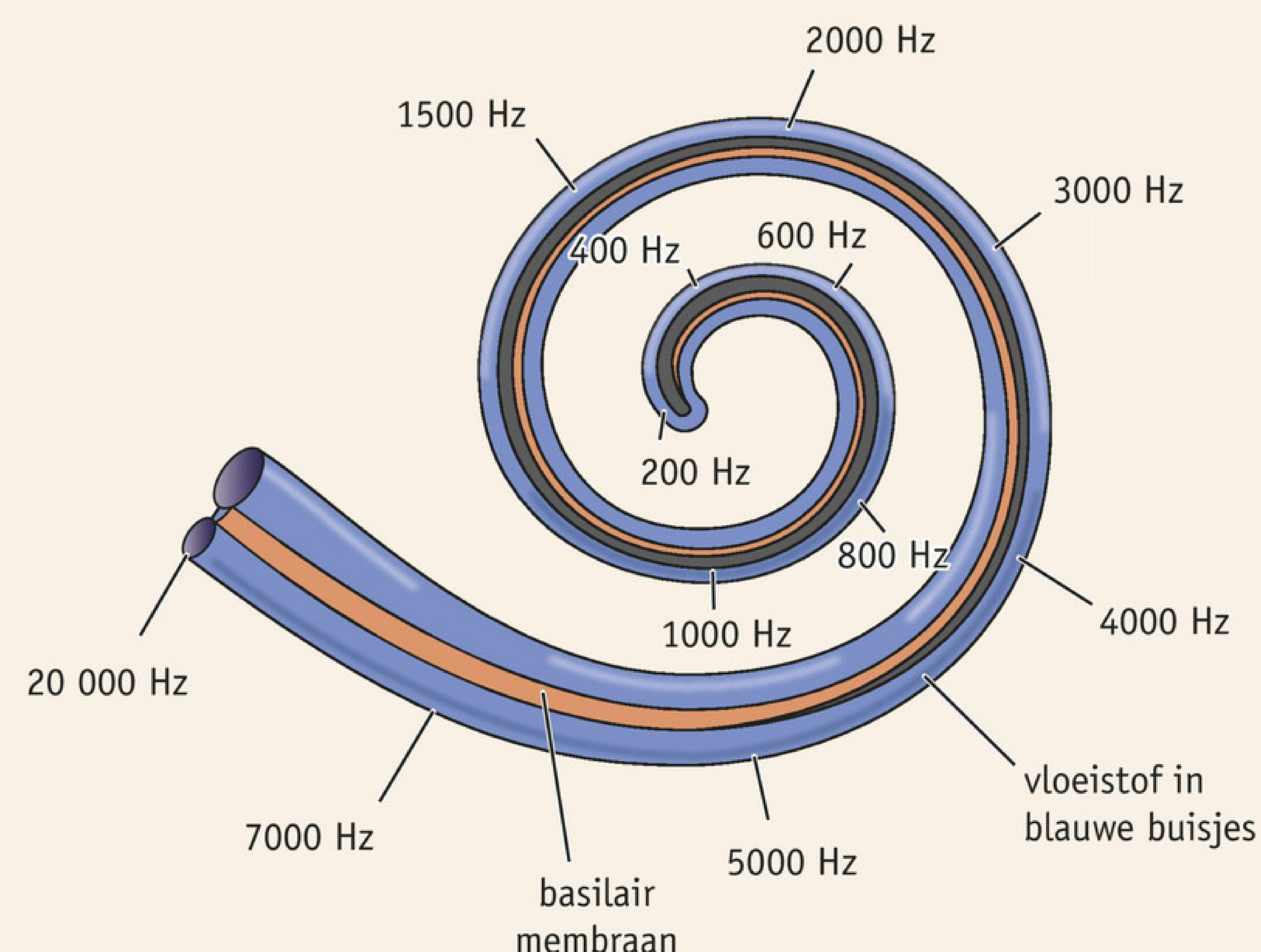
van de test van een gezond oor met het klikapparaat. Bovenin staat het door het apparaat geproduceerde geluid en de otoakoestische emissie, daaronder is de emissie uitvergroot. Het teruggezonden signaal is duidelijk heel zwak.
Figuur 5 geeft aan hoe betrouwbaar een uitslag is. Hierin staat de uitslag van de test van vele proefpersonen, en ook hoe goed het gehoor uiteindelijk blijkt te zijn. Bovenaan staan de mensen bij wie de oren inderdaad OAE-signalen terugzenden. Veruit de meesten van hen staan links in het diagram: zij hebben een goedwerkend gehoor. Zij zijn *true negative*: de test voorspelt dat ze geen gehoorafwijking hebben en dat blijkt ook inderdaad zo te zijn.
Slechts enkelen zijn *false negative*: er zijn wel otoakoestische emissies, maar deze personen blijken bij nader onderzoek toch slechthorend. Onderaan staan mensen die geen OAE's hebben. Dat is een flink deel van de geteste mensen. Van hen blijkt ruim de helft een slecht gehoor te hebben: zij zijn dus *true positive*. Van de mensen zonder OAE's blijkt uiteindelijk een deel toch een goed gehoor te hebben. Deze groep is *false positive*: de test zegt ten onrechte dat er iets mis is met het gehoor.
Al met al is de test heel nuttig voor de screening van pasgeborenen. Als er wel OAE's zijn, is de kans klein dat er een probleem is. Als er geen OAE's zijn, is het niet zeker dat er iets mis is, maar de kans is wel groot. De groep met mogelijke problemen is na de test zo veel kleiner geworden dan de oorspronkelijke populatie, dat het mogelijk is deze kinderen te blijven volgen en begeleiden op het gebied van gehoor en communicatie.

Verklaring

Over de manier waarop otoakoestische signalen ontstaan, is nog niet alles bekend. Wel is zeker dat het te maken heeft met de ingenieuze manier waarop het oor geluiden opvangt. Dat het tonen van 20 tot 20 000 Hz kan detecteren is bijzonder; weinig meetinstrumenten kunnen een grootheid over vier orden van grootte meten. Wat betreft het meten van geluidsintensiteit is de prestatie van het oor nog indrukwekkender: het verschil tus-



▲ **figuur 5** proefpersonen in een plot



▲ **figuur 6** schematische weergave van een slakkenhuis

sen het allerzachtste en het allerhardste geluid dat het oor kan waarnemen, bedraagt een factor biljard.
In je oor zit een spiraalbuis gevuld met vloeistof: het slakkenhuis (figuur 6). In die buis bevinden zich kleine trilharen op een membraan in het midden. Het voorste deel van de buis reageert bij de hoogste frequenties.
Men denkt dat otoakoestische emissies ontstaan doordat de trilharen nog blijven natrillen nadat de klik ze in beweging heeft gebracht. Het bestaan van OAE's laat dus zien dat het slakkenhuis met de trilharen normaal functioneert.

Opdracht

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdracht uitvoert.

1 Doofheid
Als oudere mensen slechter gaan horen, vallen de hoogste tonen het eerst uit. Daardoor kunnen bepaalde klanken moeilijker worden onderscheiden. Een citaat van een muziekliefhebber die slechter gaat horen: "Alles wordt vlakker, je kunt de piano niet meer van de fluit onderscheiden." Dit komt doordat de boventonen wegvallen. Een bepaalde toon gaat bij beide instrumenten steeds meer lijken op een enkele zuivere sinus: de grondtoon. Beschouw de fluit als een buis met een open en een gesloten uiteinde.

a Leg uit welke toon eerder alleen als een grondtoon zal klinken: een toon van een piano of dezelfde toon van een fluit.

Een oudere man hoort een toon van 880 Hz bij beide instrumenten als dezelfde, vlakke grondtoon. De boventonen neemt hij niet meer waar.

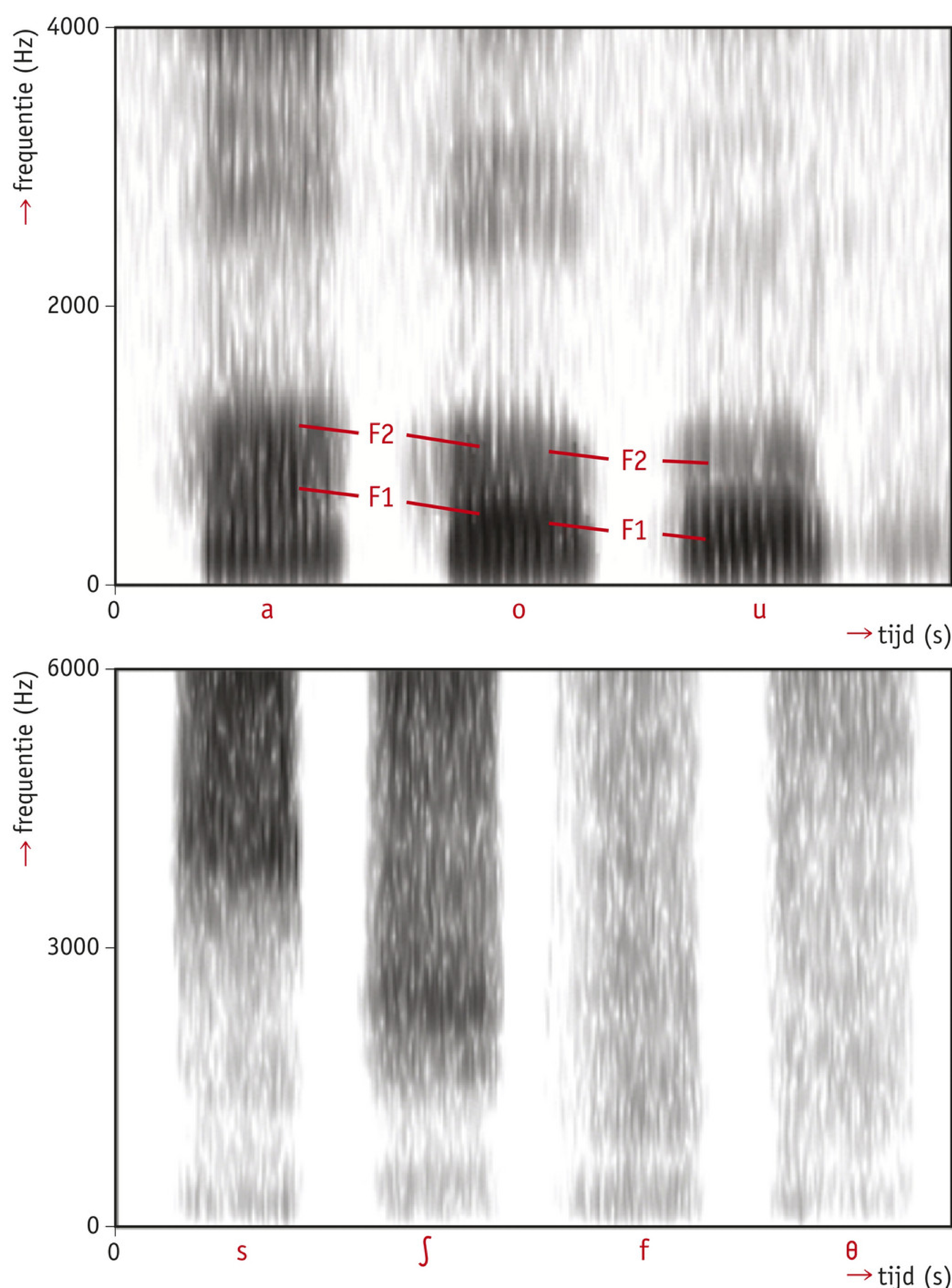
b Leg uit dat de maximale frequentie die hij nog hoort tussen de 880 en 1760 Hz ligt.

Oudere mensen kunnen ook spraak slechter verstaan. Als je wilt begrijpen welke letters het eerst lastig worden, moet je een aantal dingen weten:

- 'Klinkers' bestaan uit een grondtoon (bij vrouwenstemmen ligt deze bij alle klanken rond de 200 Hz, bij mannen lager) en enkele hogere tonen die eruit springen. Deze tonen heten 'formanten' en zijn voor elke klinker anders. Hun frequenties zijn enkele malen de grondfrequentie (figuur 7).
- 'Fricatieven' zijn medeklinkers die als ruis klinken, zoals de s en de f.
- 'Plosieven' zijn medeklinkers zoals de p en de b: een soort plofje.

In figuur 7 zie je de spectra van een aantal letters.

c Leg uit welke klanken het eerst worden verward door mensen die minder goed gaan horen: verschillende medeklinkers of verschillende klinkers.



▲ **figuur 7** spectra van klinkers waarin de formanten a, o en u zijn aangegeven en van fricatieven s, ʃ, f en θ

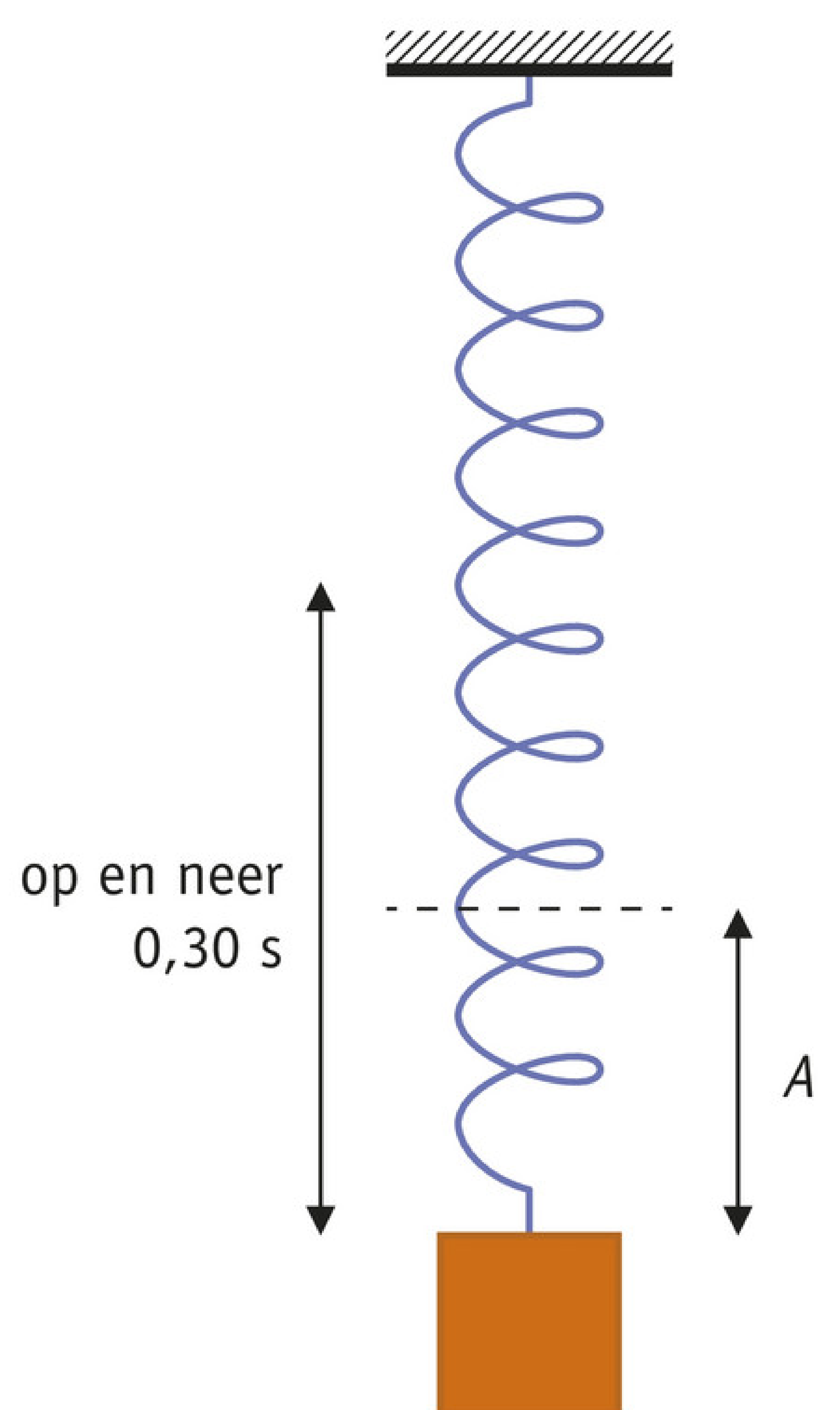
1 Trillingen

In deze paragraaf leer je:
- de begrippen hanteren die horen bij trillingen;
- de functie voor de uitwijking interpreteren en opstellen;
- uitleggen wat een harmonische trilling is en wanneer die ontstaat;
- berekeningen uitvoeren met de maximale snelheid, de periode en de amplitude;
- de definitie van de fase toepassen en de bijbehorende formule gebruiken bij berekeningen.

Er bestaan veel verschillende soorten trillingen: een kind op een schommel gaat heen en weer, atomen bewegen rond hun gemiddelde positie binnen een molecuul, elektronen trillen in de antenne van een mobiele telefoon. In deze paragraaf leer je hoe je trillingen kunt beschrijven.

Beschrijving

Een **periodieke beweging** herhaalt zich na een vaste tijdsduur, de **periode** of trillingstijd T. Bij een massa die op en neer beweegt aan een veer kan die periode bijvoorbeeld 0,30 s zijn (figuur 1).



▲ **figuur 1** massa aan een veer

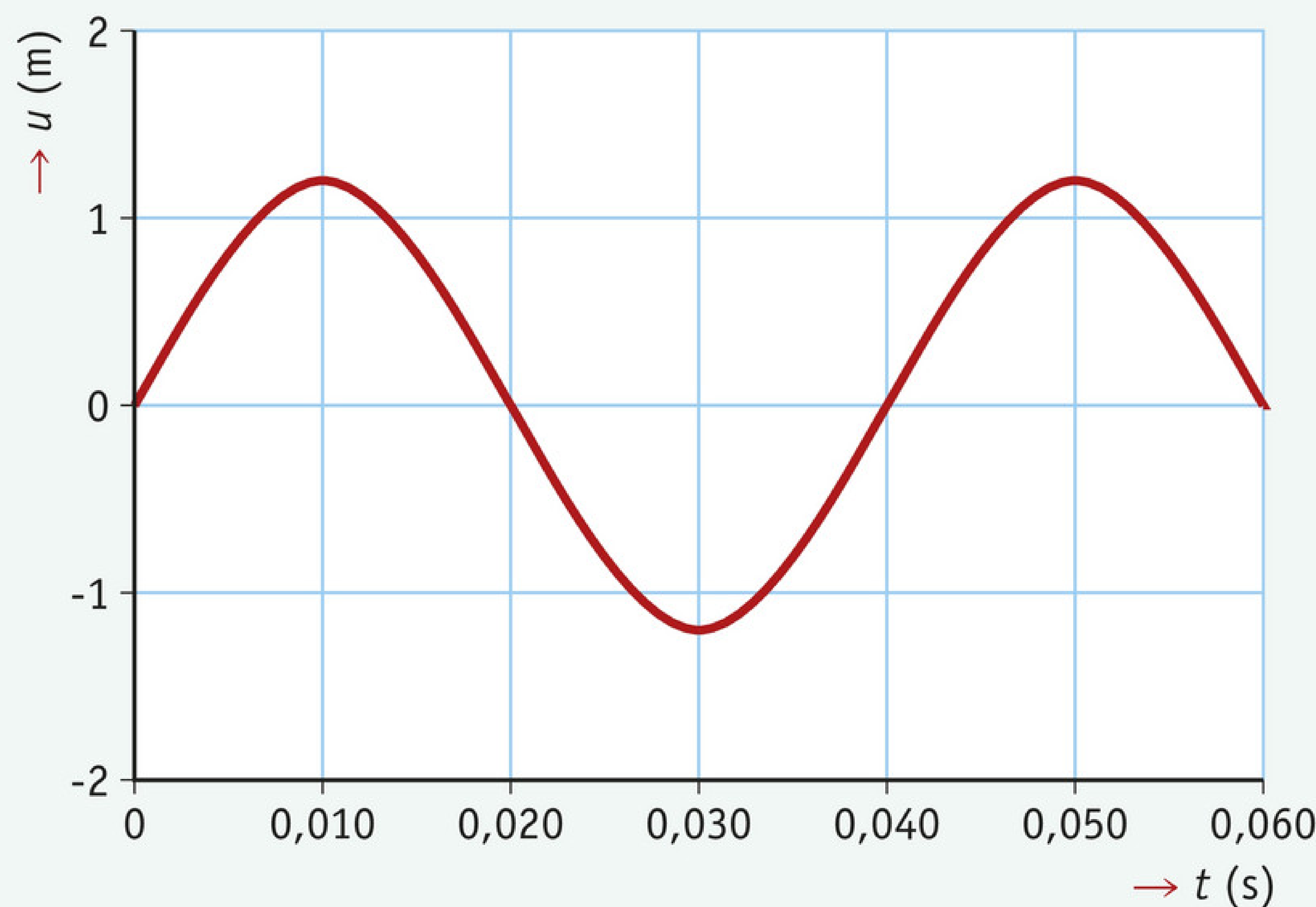
Een massa aan een veer kan stil hangen, de massa is dan in de **evenwichtsstand**. Een **trilling** is een periodieke beweging rond een evenwichtsstand. De afstand die het trillende voorwerp op een bepaald moment heeft tot de evenwichtsstand, noem je de **uitwijking** u. Deze varieert in de tijd. De *maximale* uitwijking noem je de **amplitude** A. Wanneer er geen wrijving is, heeft de amplitude een vaste waarde.
De **frequentie** f van een periodieke beweging is het aantal perioden per seconde. De eenheid is 'hertz', afgekort als Hz. Er geldt:

$$f = \frac{1}{T}$$

Hierin is:
- f de frequentie in hertz (Hz);
- T de periode in seconde (s).

Voorbeeldopgave 1

In figuur 2 staat de uitwijking als functie van de tijd die hoort bij een bepaalde trilling. Bepaal de frequentie en de amplitude.



▲ **figuur 2** een bromtoon

Uitwerking
In figuur 2 is 1,5 periode afgebeeld. Als je een zo groot mogelijk stuk meet, is de relatieve onnauwkeurigheid het kleinst. Er geldt:
$1{,}5 \cdot T = 0{,}060$ s

$$T = \frac{0{,}060}{1{,}5} = 0{,}040 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1{,}0}{0{,}040} = 25 \text{ Hz}$$

De evenwichtsstand ligt op $u = 0$. De amplitude is de grootste uitwijking ten opzichte van de evenwichtsstand. Je leest af: $A = 1{,}2$ m.

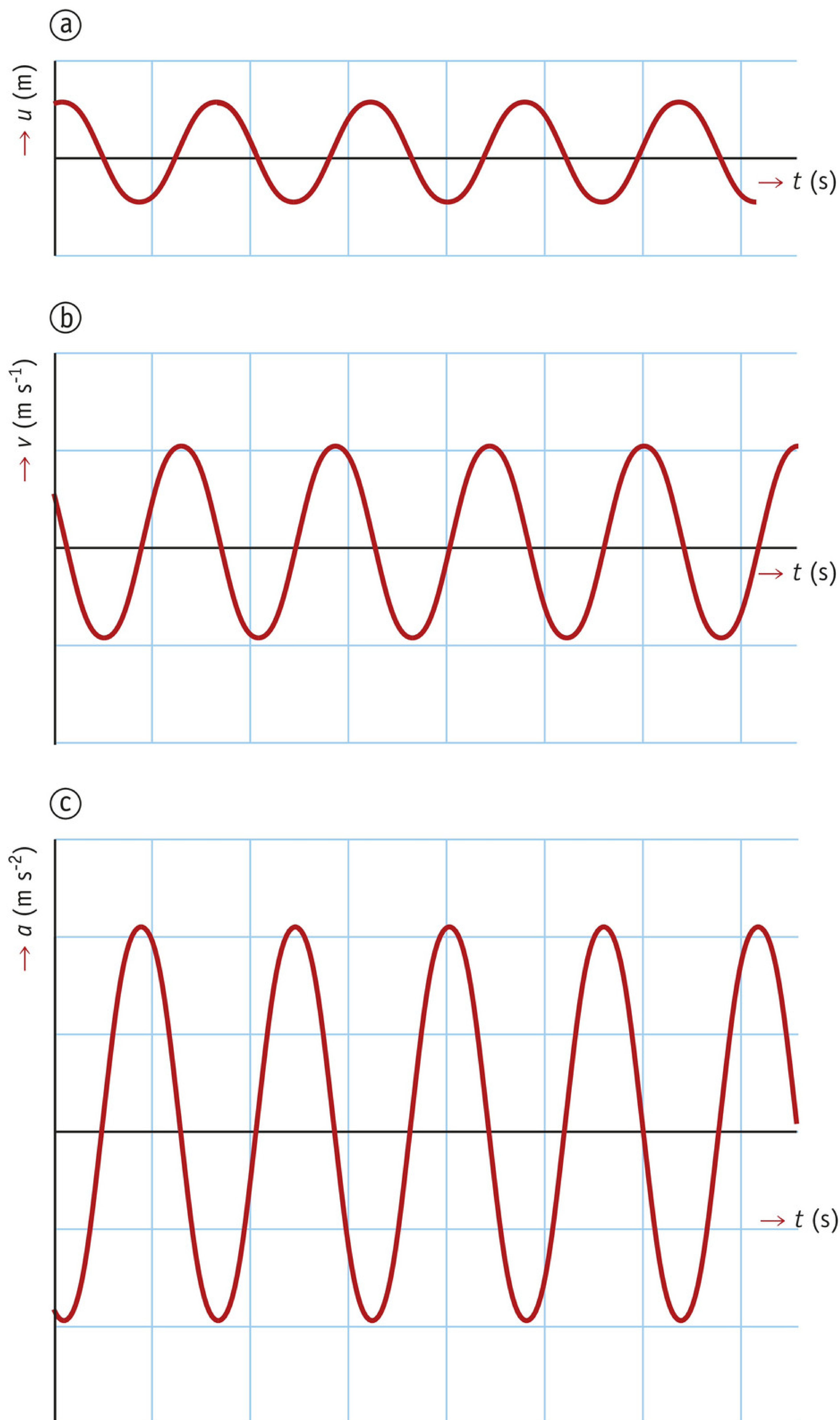
Harmonische trilling

In figuur 3a zie je een (u,t)-diagram, ook wel oscillogram genoemd. In dit voorbeeld is de uitwijking als functie van de tijd een sinusfunctie. Een trilling die hieraan voldoet, noem je een **harmonische trilling**. Bijvoorbeeld: een massa die trilt aan een veer voert een harmonische trilling uit. Voor de uitwijking u als functie van de tijd t geldt dan:

$$u(t) = A \cdot \sin \frac{2\pi\, t}{T}$$

Hierin is:
- u de uitwijking in meter (m);
- A de amplitude in meter (m);
- t de tijd in seconde (s);
- T de periode in seconde (s).

Merk op dat $\frac{2\pi\, t}{T}$ een uitdrukking in radialen is. Bij berekeningen moet je rekenmachine dus zijn ingesteld op de stand 'rad'.



▲ **figuur** 3 uitwijking, snelheid en versnelling

In figuur 3b staat het (v,t)-diagram dat hoort bij het (u,t)-diagram in figuur 3a. De helling van het (u,t)-diagram geeft de snelheid (zie hoofdstuk 1). Waar de raaklijn aan de grafiek in figuur 3a steil is, is de waarde in figuur 3b groot. Waar de raaklijn in figuur 3a horizontaal is, is de waarde in figuur 3b gelijk aan nul. Waar de grafiek in figuur 3a daalt, is de waarde in figuur 3b negatief. Op dezelfde manier levert de steilheid in het (v,t)-diagram van figuur 3b het (a,t)-diagram in figuur 3c.

Bij een harmonische trilling is er een speciaal verband tussen de uitwijking en de kracht die de beweging veroorzaakt: de kracht is recht evenredig met de uitwijking en tegengesteld gericht. Om dat te begrijpen, kijk je eerst naar de versnelling in figuur 3. De grafiek van (a,t) heeft maxima waar (u,t) minima heeft en andersom, en de nulpunten van versnelling en van uitwijking vallen op dezelfde tijdstippen. Als de uitwijking u verder van nul af ligt, ligt de versnelling a ook verder van nul af.

Vanwege de tweede wet van Newton, $F = m \cdot a$, geldt voor de kracht hetzelfde als voor de versnelling: de kracht is in grootte evenredig met, en in richting tegengesteld aan de uitwijking.

Dit is zo voor elke harmonische trilling. Er geldt:

$F = -C \cdot u$

Hierin is:
- F de kracht in newton (N);
- $-C$ een constante in newton per meter (N m^{-1}), waarbij het minteken de tegengestelde richting aangeeft;
- u de uitwijking in meter (m).

Als bekend is dat de kracht evenredig is met de uitwijking en gericht naar de evenwichtsstand, dan ligt vast dat de trilling harmonisch is en dat deze dus kan worden beschreven met een sinusfunctie.

De maximale snelheid

Een harmonische trilling gaat van haar minimum naar haar maximum in een halve periode. Er wordt dan in deze halve periode een afstand $2A$ afgelegd. De gemiddelde snelheid in die halve periode is dus:

$$v_{gem} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{2A}{\frac{1}{2}T} = \frac{4A}{T}$$

De maximale snelheid is groter dan de gemiddelde snelheid. De maximale waarde wordt bereikt als de uitwijking u gelijk is aan nul. Daar is de helling in figuur 3a het grootst en dus ook de waarde in figuur 3b.
De maximale snelheid wordt gegeven door:

$$v_{max} = \frac{2\pi A}{T}$$

Dit kun je controleren met een computermodel of met een berekening met afgeleide functies (zie de opdrachten in deze paragraaf).

Fase

Als je meerdere trillingen vergelijkt, is het vaak nodig te weten op welk punt van hun beweging ze zijn, of ze bijvoorbeeld tegelijk in hun evenwichtsstand zijn. Hierbij helpt een nieuw begrip: het aantal perioden dat is verstreken sinds een afgesproken begintijdstip heet de **fase φ**. In formule:

$$\varphi = \frac{t}{T}$$

Hierin is:
- φ de fase (geen eenheid);
- t de tijd in seconde (s);
- T de periode in seconde (s).

Elke keer dat een trilling in de evenwichtsstand is en op het punt staat een positieve uitwijking te krijgen, is de fase gelijk aan een geheel getal: 0, 1, 2, enzovoort. De trilling bereikt de maximale positieve uitwijking A als φ gelijk is aan 0,25, 1,25, 2,25, enzovoort. Doordat een trilling zich herhaalt, kun je net zo goed aangeven in welk deel van de periode het voorwerp zich bevindt. Dat geef je aan met de **gereduceerde fase**: een getal tussen 0 en 1. De gereduceerde fase bij maximale positieve uitwijking is dus steeds 0,25.

Voorbeeldopgave 2

De beweging van het kind op de schommel in figuur 4 is een trilling met een amplitude van 1,2 m. De periode bedraagt 2,5 s. Beschouw de positie aan de kant waar het kind nu is als een positieve uitwijking.

a Bereken de maximale snelheid van het kind.

b Leg uit dat het aanduwen gebeurt bij gereduceerde fase 0,75.



▶ **figuur 4** Wanneer duw je?

Uitwerking

a $v_{max} = \dfrac{2\pi\, A}{T} = \dfrac{2\pi \times 1{,}2}{2{,}5} = 3{,}0 \text{ m s}^{-1}$

b In de figuur zie je dat het aanduwen gebeurt in een uiterste stand. De definitie van de uitwijking is zo gekozen, dat het punt van het aanduwen de maximaal negatieve uitwijking is. In dat punt is de gereduceerde fase gelijk aan 0,75.

Voor het **faseverschil** tussen twee tijdstippen van een trilling geldt:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$$

Hierin is:
- $\Delta\varphi$ het faseverschil (geen eenheid);
- Δt het tijdsverschil tussen twee tijdstippen in seconde (s);
- T de periode in seconde (s).

Onthoud!

- Een trilling waarvoor geldt $u(t) = A \cdot \sin \dfrac{2\pi\, t}{T}$, noem je een harmonische trilling.
- Er ontstaat een harmonische trilling als de kracht op een voorwerp in de richting van de evenwichtsstand werkt en in grootte evenredig is met de afstand tot de evenwichtsstand: $F = -C \cdot u$
- De maximale snelheid wordt bij een harmonische trilling bereikt op die punten waar de uitwijking gelijk is aan nul. De maximale snelheid is: $v_{max} = \dfrac{2\pi\, A}{T}$
- De fase $\varphi = \dfrac{t}{T}$ geeft aan hoeveel trillingen hebben plaatsgevonden.
- Bij de gereduceerde fase laat je het aantal gehele trillingen dat heeft plaatsgevonden weg.
- Het faseverschil tussen twee tijdstippen van een trilling is: $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta t}{T}$

Opdrachten

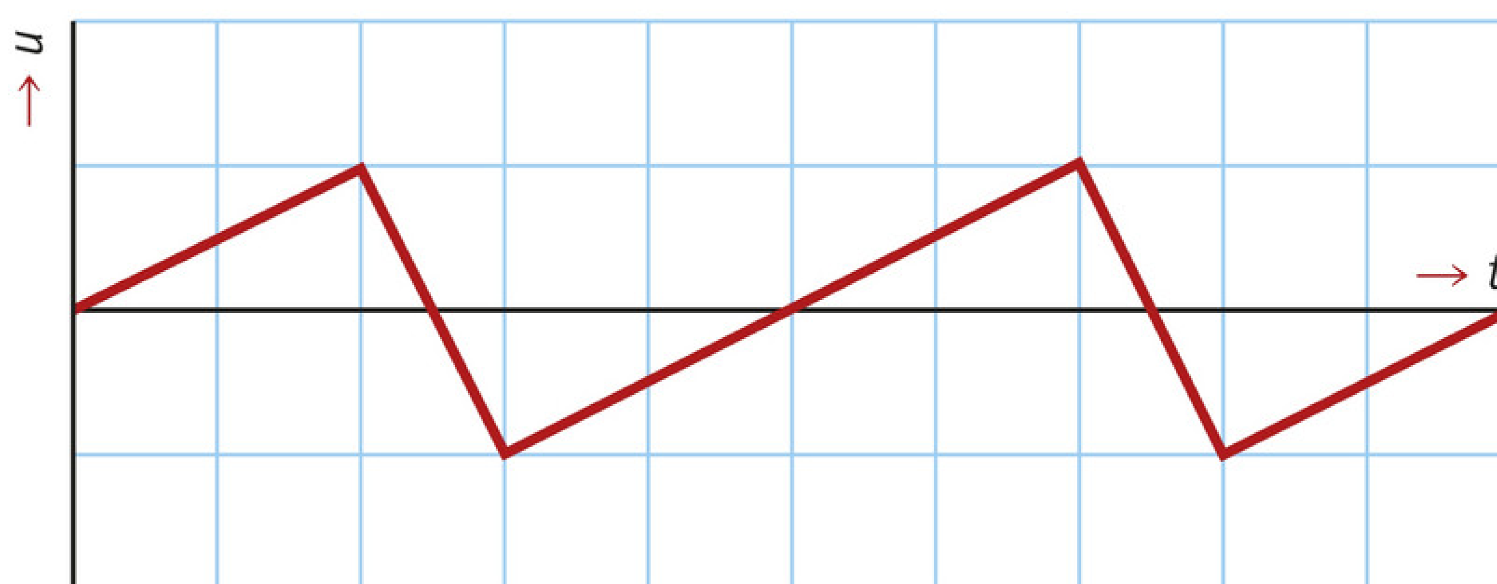
1 Begrippen
Bij een 'gewone' gehoortest gebruikt men zachte en harde piepjes van verschillende toonhoogte.
- **a** Heeft de geluidsintensiteit te maken met de frequentie van de trilling of met de amplitude?
- **b** Heeft de toonhoogte te maken met de frequentie van de trilling of met de amplitude?
- **c** Leg uit dat de beweging van de aarde rond de zon wel een periodieke beweging is, maar geen trilling.

2 Trilling beschrijven
Een massa aan een veer gaat harmonisch op en neer tussen hoogte 70,0 en 78,0 cm. De massa doet er 0,20 s over om van het laagste naar het hoogste punt te gaan.
- **a** Bereken de amplitude.
- **b** Bereken de frequentie.
- **c** Stel de functie op voor de uitwijking als functie van de tijd.

3 Functie opstellen
Figuur 2 is het (u,t)-diagram van een harmonische trilling.
- **a** Stel de functie $u(t)$ op die hoort bij figuur 2.
- **b** Bepaal met behulp van figuur 2 de maximale snelheid. Lees daartoe waarden af, maar teken geen raaklijn.
- **c** Bereken de fase op tijdstip $t = 1{,}0$ s.
- **d** Noem twee tijdstippen waartussen het faseverschil gelijk is aan 0,25.

4 Functie interpreteren
Een trilling wordt beschreven door $u(t) = 0{,}70 \cdot \sin(0{,}20 \cdot t)$.
- **a** Bereken de uitwijking op $t = 0{,}10$ s.
- **b** Bereken de periode.
- **c** Bereken de fase op $t = 0{,}10$ s.
- **d** Bereken het tijdstip waarop de fase gelijk is aan 0,50.
- **e** Teken het (u,t)-diagram dat hoort bij deze trilling. Laat twee perioden zien.

5 Zaagtand
In figuur 5 zie je het (u,t)-diagram van een trilling.
- **a** Leg uit hoe je in één oogopslag ziet dat het hier niet om een harmonische trilling gaat.
- **b** Neem de figuur over en schets eronder het (v,t)-diagram en daar weer onder het (a,t)-diagram. Tip: als de waarde van een grootheid in een grafiek heel plotseling verandert, kun je dat zien als een grote verandering in een zeer korte tijd, wat overeenkomt met een zeer steile helling en een grote waarde van de afgeleide.
- **c** Leg uit dat ook uit het verband tussen het (u,t)-diagram en het (a,t)-diagram volgt dat het niet om een harmonische trilling gaat.

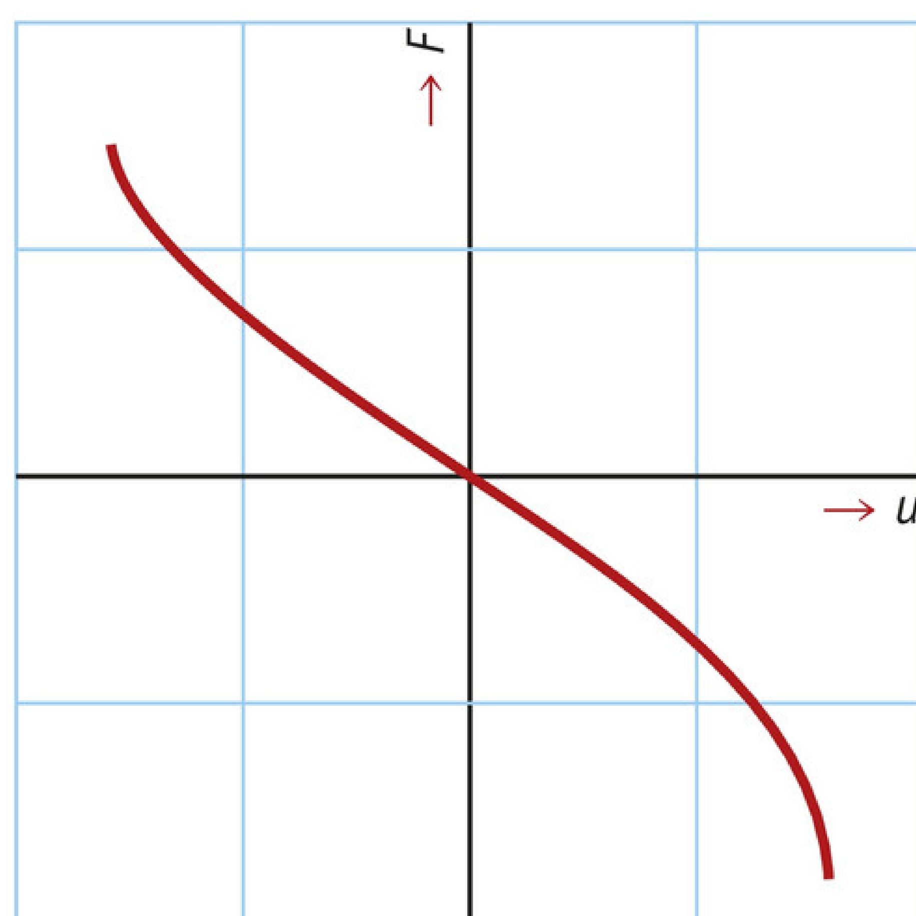


▲ **figuur 5** een zaagtand

6 Niet lineair

In figuur 6 zie je de kracht als functie van de uitwijking bij een bepaald systeem.
Leg uit welke van de volgende uitspraken het meest juist is.

A De trilling die ontstaat is harmonisch, onafhankelijk van de grootte van de amplitude.
B De trilling die ontstaat is niet harmonisch, onafhankelijk van de grootte van de amplitude.
C De trilling is harmonisch als de amplitude klein is, en niet-harmonisch als de amplitude groot is.
D De trilling is harmonisch als de amplitude groot is, en niet-harmonisch als de amplitude klein is.



▲ **figuur 6** niet helemaal lineair

7 Modellen

Als de kracht niet constant is, kun je met een computermodel berekenen hoe een beweging verloopt.

a Maak een model waarin een kracht $F = –C \cdot u$ op een massa m werkt.
b Maak een grafiek van u tegen t. Controleer dat er een sinusgrafiek ontstaat.
c Controleer dat met $F = –C_1 \cdot u – C_2 \cdot u^5$ bij een grote beginuitwijking géén sinusfunctie ontstaat.
d Varieer voor $F = –C \cdot u$ de beginuitwijking en bepaal steeds de maximale snelheid. Stemmen je bevindingen overeen met de formule uit de theorie?

8 Trapeze

In figuur 7 zie je hoe de ene circusartiest zijn trapeze bijna loslaat en bijna wordt overgepakt door de andere, waarna ze samen verder zullen slingeren.
Leg uit wat de gereduceerde fase is van beide artiesten op het moment van overpakken.



▲ **figuur 7** aan de trapeze

+9 Afleiding
Er is een formule waarmee je uit $u(t) = A \cdot \sin \frac{2\pi\, t}{T}$ de maximale snelheid kunt berekenen.
a Geef die formule.

Deze formule kun je afleiden als je twee regels gebruikt die gelden voor het differentiëren van functies.
- De kettingregel (geleerd bij wiskunde, zie ook Binas tabel 36F).
- Voor sinus- en cosinusfuncties geldt: de afgeleide van sin(t) naar de tijd is cos(t) en de afgeleide van cos(t) is –sin(t).

b Leid met behulp van de kettingregel de formule voor de maximale snelheid af uit:

$$u(t) = A \cdot \sin \frac{2\pi\, t}{T}$$

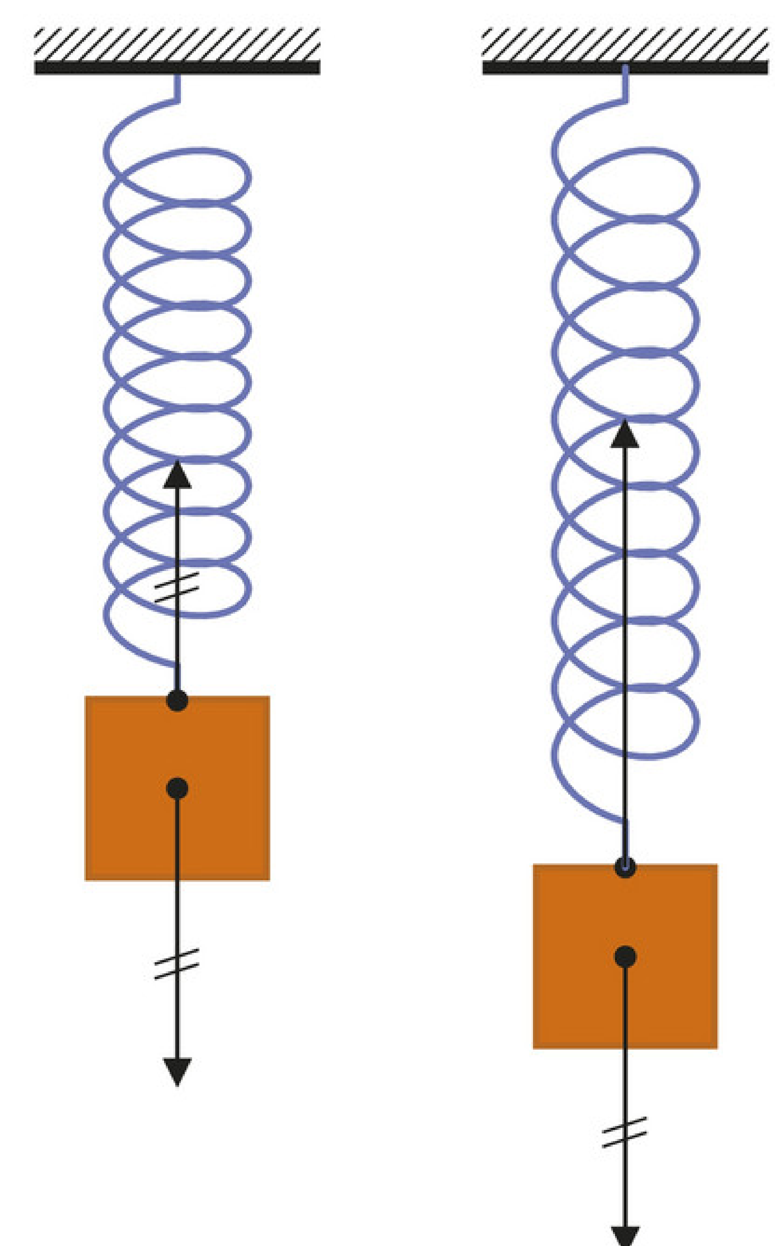
2 Massa-veersysteem en resonantie

In deze paragraaf leer je:
- de begrippen ‘massa-veersysteem’, ‘eigenfrequentie’ en ‘resonantie’ uitleggen;
- berekeningen uitvoeren met het verband tussen massa, veerconstante en periode van een massa-veersysteem.

Veel systemen zijn te beschrijven als een massa die trilt aan een veer: een **massa-veersysteem**. De massa kan bijvoorbeeld een auto zijn op zijn vering, een gewichtje aan een spiraalveer of een atoom dat trilt binnen een molecuul. Een kleine uitwijking uit de evenwichtsstand leidt tot een terugdrijvende kracht die tegengesteld gericht is aan de uitwijking. Die kracht is evenredig aan de uitwijking.

De periode van een massa-veersysteem

Als je een stil hangende massa aan een veer naar beneden trekt en loslaat, versnelt de massa omhoog doordat de veerkracht groter is dan de zwaartekracht (figuur 8). De veerkracht wordt daarna steeds kleiner. Bij de evenwichtsstand aangekomen is de resulterende kracht op de massa gelijk aan nul. De massa heeft op dat moment wel zijn grootste snelheid en schiet door omhoog. Vanaf dat moment is de resulterende kracht omlaag gericht. De massa remt af. De massa komt tot stilstand in het hoogste punt. Er is dan nog steeds een resulterende kracht omlaag en de massa begint naar beneden te versnellen. Dit gaat voortdurend zo door en er ontstaat een trilling.



▶ **figuur 8** een massa aan een veer: links in de evenwichtsstand, rechts op het moment van loslaten

De periode T van een massa die trilt aan een veer hangt af van de grootte van de massa en van de stugheid van de veer.

- Bij verschillende massa's aan dezelfde veer is de periode groter als de massa groter is. Dat komt doordat een grotere massa trager op gang komt. Als de massa de evenwichtsstand is gepasseerd en doorschiet, remt hij ook trager af.
- Bij gelijke massa's aan verschillende veren levert een stugge veer al bij een kleine uitwijking een grote terugdrijvende kracht. Het op gang brengen en weer afremmen verloopt dan sneller en de periode is kleiner.

De periode T hangt dus af van de massa m en de veerconstante C. Uit een eenhedenbeschouwing volgt op welke manier T precies van m en C afhangt. De vraag is welke machten van m en C je moet nemen om op een tijdsduur T, uitgedrukt in seconde, uit te komen. Dat kan op slechts één manier.

Voorbeeldopgave 3

Bepaal α en β in $T \sim m^{\alpha} \cdot C^{\beta}$ via een eenhedenbeschouwing.

Uitwerking
α zal positief zijn, aangezien bij een grotere m de uitkomst voor T groter moet zijn. β zal negatief zijn, want een grotere C geeft een kleinere T. Stel de eenheden links en rechts van het isgelijkteken gelijk en besef dat de newton geen basiseenheid is:
$[T] = [m^{\alpha} \cdot C^{\beta}]$
$\text{s} = \text{kg}^{\alpha} \cdot (\text{N m}^{-1})^{\beta}$
$\text{s} = \text{kg}^{\alpha} \cdot (\text{kg m s}^{-2}\text{ m}^{-1})^{\beta}$
$\text{s} = \text{kg}^{\alpha} \cdot (\text{kg s}^{-2})^{\beta}$
Omdat de kg moet wegvallen, geldt: $\beta = -\alpha$. Dat vul je in:
$\text{s} = \text{kg}^{\alpha} (\text{kg s}^{-2})^{-\alpha}$
$\text{s} = \text{s}^{2\alpha}$
Dus $\alpha = ½$ en $\beta = -½$.

In voorbeeldopgave 3 is afgeleid dat de periode evenredig is met $\left(\frac{m}{C}\right)^{\frac{1}{2}}$; dat is hetzelfde als $\sqrt{\frac{m}{C}}$.

Je kunt niet op deze manier afleiden met welk getal (zonder eenheid) je $\sqrt{\frac{m}{C}}$ moet vermenigvuldigen om de waarde voor de periode T te krijgen. Uit een proef, een afleiding met een differentiaalvergelijking, of een computerexperiment blijkt hoe groot de waarde is. Het uiteindelijke verband blijkt te zijn:

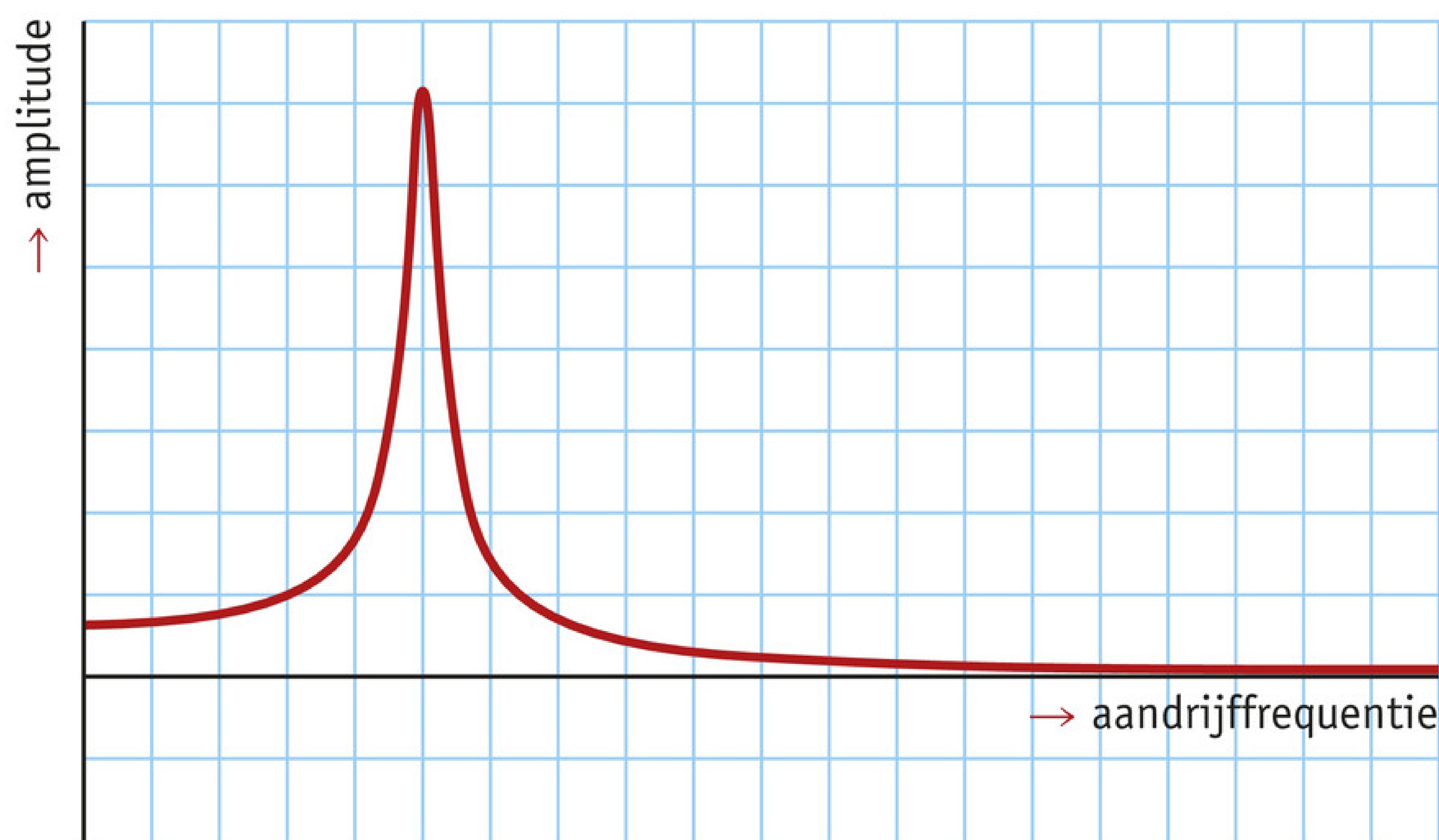
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

Hierin is:
- T de periode in seconde (s);
- m de massa in kilogram (kg);
- C de veerconstante in newton per meter (N m^{-1}).

Resonantie
Stel dat je een veer in je hand hebt, waar een massa aan hangt. Je kunt je hand lichtjes op en neer bewegen. De frequentie waarmee je hand beweegt, noem je de aandrijffrequentie. Het massa-veersysteem gaat dan meetrillen. De amplitude waarmee de massa beweegt, wordt

het grootst als de frequentie van je handbeweging gelijk is aan de frequentie die volgt uit $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$. Deze frequentie waarmee het systeem uit zichzelf het gemakkelijkst trilt, noem je de **eigenfrequentie**.

In figuur 9 zie je de amplitude van de trilling die ontstaat als functie van de aandrijffrequentie. Het meetrillen van een systeem met een periodieke aandrijfkracht noem je **resonantie**. Voor massa-veersystemen geldt dat een hoge eigenfrequentie optreedt als de massa klein is en de veerconstante groot. Een hoge eigenfrequentie komt overeen met een kleine periode T.



▲ **figuur 9** amplitude als functie van de frequentie

Voorbeeldopgave 4

Een personenauto van ongeveer 1000 kg zakt enkele centimeters in als er een extra persoon instapt. Deze persoon weegt ongeveer 60 kg. Als de auto over hobbelig terrein rijdt, werkt op de auto met zijn vering een periodieke aandrijfkracht doordat de wielen over hobbels gaan.

a Leg met behulp van schattingen uit dat een auto niet heftig op en neer zal gaan als hij in de stad over een weg met grote stenen rijdt.

b Geef drie redenen waarom een fietser meer last heeft van dit soort stenen dan een auto. Tip: twee redenen houden verband met de formule voor de periode van een massa-veersysteem.

Uitwerking

a Bereken zowel de eigenfrequentie als de frequentie waarmee de banden een kracht ondervinden van de stenen:

- De massa die trilt, is van de orde van grootte van $1 \cdot 10^3$ kg. De orde van grootte van de veerconstante volgt uit het gegeven dat, bij een extra kracht van ongeveer 600 N, de veren enkele centimeters (neem bijvoorbeeld 3 cm) worden ingeduwd:

  $$C = \frac{F}{u} = \frac{600}{0,03} = 2 \cdot 10^4 \text{ N m}^{-1}$$

  Je vindt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^4}} = 1{,}4$ s en $f = \frac{1}{T} = 0{,}7$ Hz als eigenfrequentie.

- In de stad rijdt een auto met een snelheid van ongeveer 15 m s^{-1}. Een stuk weg van een meter bestaat uit naar schatting vijf tot tien stenen. De auto rijdt dus over ongeveer $1 \cdot 10^2$ stenen per seconde. De aandrijffrequentie is ruim honderd keer zo hoog als de eigenfrequentie. Er zal geen resonantie optreden.

b Een fiets zakt minder in dan een auto als je erop gaat zitten, zeker als de banden hard zijn opgepompt. De C is dus groter voor het massa-veersysteem 'fiets met berijder' dan voor een auto. De massa m die zal gaan trillen, is veel kleiner dan die van een auto.

Voor $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ vind je dus een veel kleinere waarde, wat overeenkomt met een veel hogere eigenfrequentie dan de 0,7 Hz van de auto. Bovendien is de aandrijffrequentie lager doordat een fietser met een lagere snelheid over de stenen rijdt dan een auto. De eigenfrequentie en de aandrijffrequentie liggen dus dichter bij elkaar. De drie gevraagde redenen zijn: de grotere C, de kleinere m en de kleinere v.

Bruggen ontwerpen

Bij het ontwerpen van gebouwen of bruggen is veiligheid belangrijk. Daarom moet er rekening worden gehouden met het optreden van resonanties. De ontwerper moet zich afvragen welke aandrijffrequenties voorkomen, bijvoorbeeld de stapfrequentie waarmee mensen over een voetgangersbrug lopen. De ontwerper past de afmetingen zo aan, dat de eigenfrequenties van de brug niet overeenkomen met deze aandrijffrequenties. Zo kan het object niet heftig gaan bewegen door resonantie en daardoor kapotgaan (figuur 10).



▲ **figuur 10** te veel resonantie

Onthoud!

- Een massa die trilt aan een veer (massa-veersysteem) heeft een periode $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$.
- Resonantie is het meetrillen van een systeem met een periodieke aandrijfkracht.
- Resonantie is het heftigst als de aandrijffrequentie gelijk is aan de frequentie waarmee een systeem van nature trilt: de eigenfrequentie.

Opdrachten

10 Massa's aan veren?
Leg uit of het in de volgende situaties gaat om een massa-veersysteem.
a Een stuiterbal wordt door de zwaartekracht naar de aarde getrokken, stuitert en blijft met een bepaalde frequentie op en neer gaan.
b Als je de top van een dun boompje opzijtrekt, is de stam elastisch. Twee keer zo ver trekken kost twee keer zo veel kracht. Als je het boompje loslaat, gaat het heen en weer zwiepen.

11 Eigenfrequentie

Een massa van 50 g trilt aan een veer met veerconstante $C = 30\ \text{N m}^{-1}$.

a Bereken de eigenfrequentie van dit massa-veersysteem.

b Bereken de veerconstante van een veer die ervoor zorgt dat dezelfde massa met een twee keer zo grote frequentie gaat trillen.

Als je een massa-veersysteem wilt maken dat trilt met een frequentie van 10 Hz, dan zijn er meerdere mogelijke combinaties van waarden voor de massa en de veerconstante.

c Geef een massa met een bijbehorende veerconstante die samen leiden tot de gevraagde frequentie. Onderbouw je keuze met een berekening.

12 Boksbal

Een boksbal die op een veer staat, heeft een massa van 2,0 kg. Als je tegen de stilstaande boksbal slaat, gaat hij van je af, komt terug en schiet door tot een punt vlak bij jou. Dit gebeurt in 0,30 s.
Bereken de veerconstante van de veer.

13 Trillend molecuul

Een massa van 100 g die trilt aan een veer met veerconstante $C = 4\ \text{N m}^{-1}$ heeft een eigenfrequentie van 1 Hz. Dat is een macroscopisch systeem. Een atoom dat trilt binnen een molecuul heeft een veel kleinere massa. Het is een microscopisch systeem. De kracht die het atoom terugdrijft naar zijn evenwichtspositie is ook veel kleiner.

a Ga met een berekening na of de bewering over de massa van 100 g klopt.

Een van de twee verschillen tussen het grote systeem en het kleine systeem leidt in elk geval tot een hogere frequentie voor de trilling van het atoom binnen het molecuul.

b Leg uit welk van de twee verschillen zal leiden tot een hogere frequentie in het molecuul, vergeleken met het macroscopisch systeem.

Trillingen binnen een molecuul hebben vaak een frequentie van de orde van grootte 10^{14} Hz.

c Laat met een berekening zien wat de orde van grootte van de veerconstante is.

d Leg uit hoe het kan dat de veerconstante groot is, terwijl de kracht klein is.

14 Membraan in het oor

In het midden van het met vloeistof gevulde slakkenhuis (figuur 6 van het P-deel) ligt het zogenoemde basilair membraan. Een stukje van dit membraan kan heftig gaan meetrillen met een trilling van de vloeistof. Dat hangt af van de aangeboden frequentie en van hoe stug het membraan ter plaatse is (je gaat er dan van uit dat breedte en dikte niet veel variëren).
Leg met behulp van een formule uit op welke plek in het slakkenhuis het membraan het stugst is.

15 Afleiding via energie

Bij een massa die trilt aan een veer wordt voortdurend kinetische energie omgezet in veerenergie, en andersom. In een horizontaal systeem met een massa die wrijvingsloos over een tafel beweegt aan een veer die aan een muur vastzit, zijn dit de enige vormen van energie.

Met wat je weet over de energiesoorten kun je de uitdrukking $v_{max} = \dfrac{2\pi A}{T}$ afleiden. Dat gaat in stappen.

a In welke punten van de beweging heeft het systeem alleen veerenergie?

b Geef de formule voor de totale energie, uitgedrukt in C en A.

c In welke punten van de beweging heeft het systeem alleen kinetische energie?

d Geef de formule voor de totale energie, uitgedrukt in m en v_{max}.

e Druk v_{max} uit in C, m en A.

De periode T is afhankelijk van C en m.

f Geef dat verband.

g Leid nu uit de antwoorden bij opdracht e en f samen af dat $v_{max} = \frac{2\pi A}{T}$.

16 Volgorde

Bekijk de combinaties van massa's en veerconstanten.

Zet de systemen op volgorde van kleinste naar grootste eigenfrequentie.

A $m = 100$ g $C = 2{,}0$ N m^{-1}

B $m = 200$ g $C = 2{,}0$ N m^{-1}

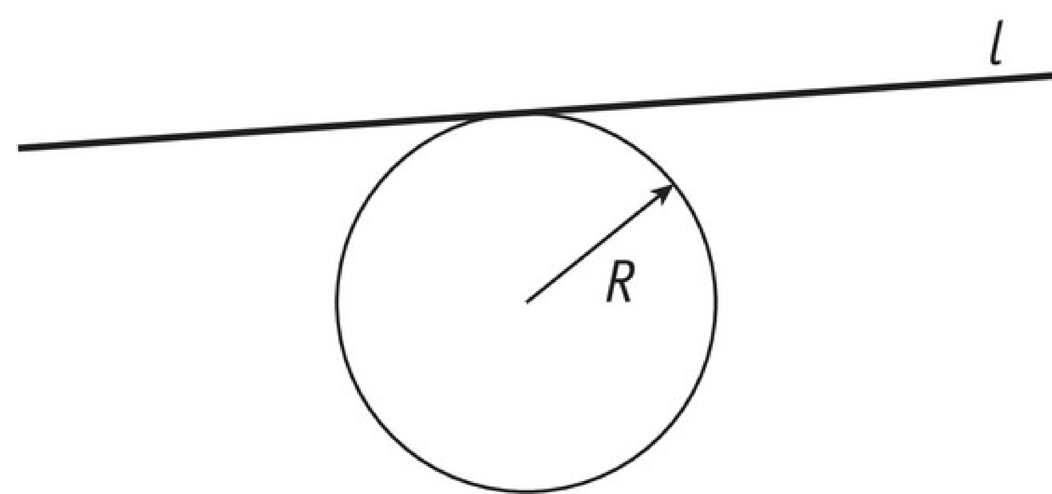
C $m = 100$ g $C = 1{,}5$ N m^{-1}

D $m = 200$ g $C = 5{,}0$ N m^{-1}

E $m = 100$ g $C = 4{,}0$ N cm^{-1}

17 Liniaal op een cilinder

Als een liniaal met lengte l balanceert op een cilinder met straal R, hangt de periode van de trilling die ontstaat af van l, R en g, de valversnelling (figuur 11).



▲ **figuur 11** liniaal op cilinder

Laat met een eenhedenbeschouwing zien welke van de volgende formules voor de periode de juiste kan zijn.

A $T = 2\pi\sqrt{\frac{l^2}{12g(r-d)}}$

B $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{12g(r-d)}}$

C $T = 2\pi\sqrt{\frac{l^2}{12g(r^2-d)}}$

D $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{12g(r^2-d)}}$

+18 Differentiaalvergelijking

Je weet dat bij een kracht die voldoet aan $F = -C \cdot u$, een sinus hoort als plaatsfunctie:

$$u(t) = A \cdot \sin\frac{2\pi\,t}{T}$$

Dit resultaat kun je in een aantal stappen afleiden uit het feit dat de versnelling de tweede afgeleide van de plaats is.

Uit $a = \frac{F}{m}$ en $F = -C \cdot u$ volgt: $u'' = \frac{-C \cdot u}{m}$

Dit is een differentiaalvergelijking. Dat is een vergelijking die als oplossing niet een getal heeft, maar een functie $u(t)$.

a Laat zien dat $u(t) = A \cdot \sin \frac{2\pi\, t}{T}$ een oplossing is van de differentiaalvergelijking.

b Welke uitdrukking voor T volgt uit wat je bij opdracht a hebt gedaan?

+19 Spring String Swing Thing

Een massa aan een veer trilt met een periode die afhangt van de massa en de veerconstante. Een massa aan een dun touw met lengte l dat niet kan uitrekken, slingert met periode $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Als een massa slingert aan een touw dat ook in de lengterichting kan uitrekken, heb je iets wat veert én slingert: een *Spring* (veer) *String* (touw) *Swing* (schommel) *Thing*. De beweging van zo'n massa kun je met een modelberekening bestuderen. De veerkracht hangt af van de afstand van de massa tot een vast ophangpunt en verandert steeds van richting.

a Schrijf het model op met zowel de zwaartekracht als de veerkracht.

b Varieer de parameters en onderzoek of je periodieke bewegingen kunt vinden.

3 Lopende golven

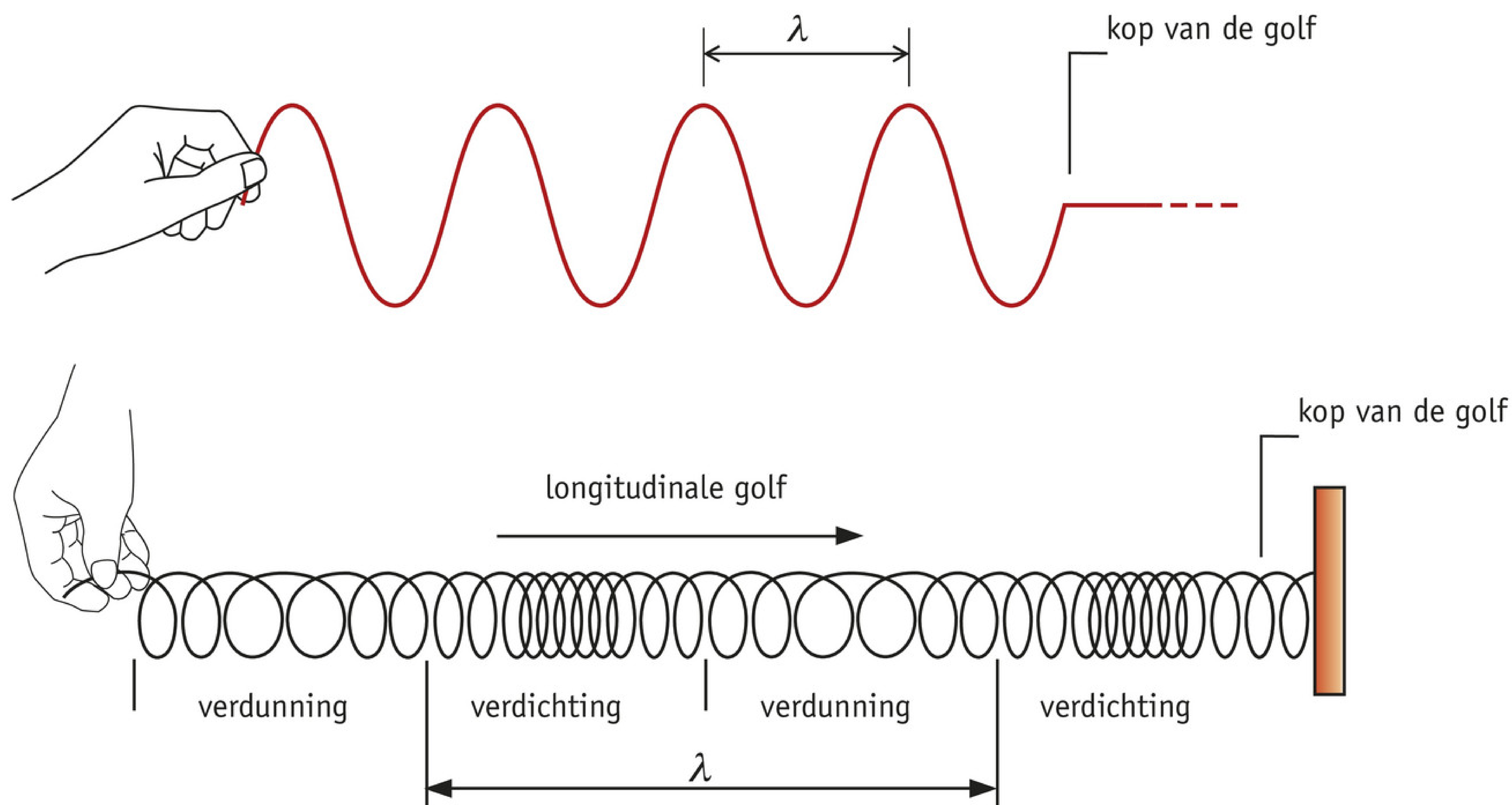
In deze paragraaf leer je:

- het verschil tussen longitudinale en transversale golven beschrijven;
- de eigenschappen van een lopende golf beschrijven en toepassen op echografie;
- berekeningen uitvoeren met het verband tussen golflengte, frequentie en voortplantingssnelheid;
- berekeningen uitvoeren met afstand, tijd, snelheid, frequentie, golflengte en fase;
- beschrijven wat constructieve en destructieve interferentie is.

Als je één uiteinde van een touw laat trillen, dan trekt dat eerste stukje touw in hetzelfde ritme aan het stukje ernaast. Het gevolg is dat dat stukje ook trilt. Zo voert elk punt van het touw een trilling uit, het ene punt later dan het andere. Er plant zich een golf voort in de lengterichting van het touw. Net zo breiden watergolven zich uit vanuit een punt waar druppels in het water vallen, en verspreiden geluidsgolven zich vanuit een luidspreker.

Soorten golven

Een zich voortbewegende golf noem je een **lopende golf**. De positie tot waar de golf is gevorderd, is de **kop van de golf**. In een touw staat de richting van de op- en neergaande beweging loodrecht op de richting waarin het golfpatroon beweegt (figuur 12a). Dit wordt een **transversale golf** genoemd. In een slinky waarvan je het uiteinde in de lengterichting in beweging zet, voert elke winding een trilling uit in dezelfde richting als waarin het golfpatroon zich voortbeweegt (figuur 12b). Er ontstaan dan verdichtingen en verdunningen: plekken waar de windingen dichter opeen zitten en plekken waar ze verder uit elkaar zitten. Een dergelijke golf waarin de trillingsrichting en de voortplantingsrichting gelijk zijn, wordt een **longitudinale golf** genoemd. Geluid is een longitudinale golf.



▲ **figuur 12** een transversale golf in een touw (a) en een longitudinale golf in een slinky (b)

In figuur 12 zie je een zichzelf herhalend patroon. De lengte van het zich herhalende stuk noem je de **golflengte**, weergegeven met het symbool λ. In figuur 12 is de golflengte aangegeven.
De snelheid waarmee een golf een bepaald punt passeert, is ook de snelheid waarmee de golf zich uitbreidt. Net als bij een bewegende fietser is de snelheid gelijk aan de afgelegde afstand gedeeld door de tijdsduur. Voor de voortplantingssnelheid van een golf geldt dus:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Als het touw op en neer beweegt in een tijd T, dan heeft de kop van de golf een afstand λ afgelegd, dus de snelheid is:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$$

Dit kun je schrijven als:

$$v = f \cdot \lambda$$

Hierin is:
- v de voortplantingssnelheid in meter per seconde (m s^{-1});
- f de frequentie in hertz (Hz);
- λ de golflengte in meter (m).

Hogere dimensies

Golven kunnen zich ook in twee dimensies voortbewegen, bijvoorbeeld op een wateroppervlak (figuur 13). Geluid plant zich in drie dimensies voort. Ook voor hogere dimensies geldt: $v = f \cdot \lambda$



▲ **figuur 13** cirkelgolven op het water

Bij golven die zich vanuit een punt verspreiden in twee dimensies (cirkelgolven) en drie dimensies (bolgolven) neemt de amplitude van de golf af naarmate de golf verder van de bron komt. De verzwakking wordt veroorzaakt doordat de energie die bij de bron in de golf is gestopt, over een steeds grotere hoeveelheid trillend materiaal wordt verspreid. De energie van een vallende druppel laat eerst het water rimpelen op een klein cirkeltje, later op een grote cirkel. Een knal laat na 0,01 s de lucht op een boloppervlak met een straal van 3,4 m trillen, na 0,02 s is dat een vier keer zo groot boloppervlak met straal 6,8 m.

Geluid

Geluid is een longitudinale golf die zich in drie dimensies uitbreidt vanuit een geluidsbron. De moleculen van de lucht trillen rond hun evenwichtsstand: er is dus geen stroom lucht van de bron vandaan. Dit geldt voor alle golven:

- Kralen van een golvende ketting gaan op en neer, maar verplaatsen zich niet in de richting waarin de golf loopt.
- Een bal die in het water is gevallen, kun je niet door golven te maken naar de kant 'duwen'. De bal zal verticaal op en neer gaan.

▶ **EXPERIMENT 1** Bewegende vlam (begripspracticum)

De voortplantingssnelheid van geluidsgolven in lucht is 343 m s^{-1} bij standaardluchtdruk en -temperatuur. De geluidssnelheid is voor alle frequenties gelijk. Dus bij een twee keer zo grote frequentie hoort een twee keer zo kleine golflengte. Het is maar goed dat de snelheid constant is, anders zou een gesprek of muziek heel raar klinken: verschillende tonen die op hetzelfde moment zijn geproduceerd, zouden op verschillende momenten aankomen.

Echografie

Met behulp van lopende golven kun je afstanden bepalen. Je weet bijvoorbeeld hoe dichtbij een rotswand is als je in je handen klapt en luistert hoelang het duurt voor je de echo hoort.
Met behulp van dit principe is de ontwikkeling van een ongeboren kind te volgen. Er worden 'echo's' gemaakt (figuur 14). Het geluid dat hierbij wordt gebruikt, is ultrasoon: de frequentie is hoger dan waar het menselijk oor gevoelig voor is. Waar het medium in het lichaam van de vrouw verandert, bijvoorbeeld bij de overgang van vruchtwater naar het hoofdje, weerkaatsen de golven. De weerkaatste golven worden opgevangen.



▲ **figuur 14** het maken van een echo

Doordat het systeem de tijdsduur bijhoudt tussen het moment van uitzenden en het moment van opvangen, is de positie van het weerkaatsende object bekend. Op basis van deze gegevens bouwt een computer een beeld op. Deze medische beeldvormingstechniek heet **echografie**.

De hoge frequentie van de ultrasone trilling heeft een voordeel bij de beeldvorming. De golflengte is klein en daardoor kun je kleine voorwerpen zien; grotere golven gaan om deze voorwerpen heen, een effect dat **buiging** wordt genoemd. Doordat de voortplantingssnelheid van geluidsgolven in water groter is dan in lucht, is het des te noodzakelijker om een hoge frequentie te nemen, omdat je alleen zo op een kleine golflengte uitkomt.

Fase en faseverschil

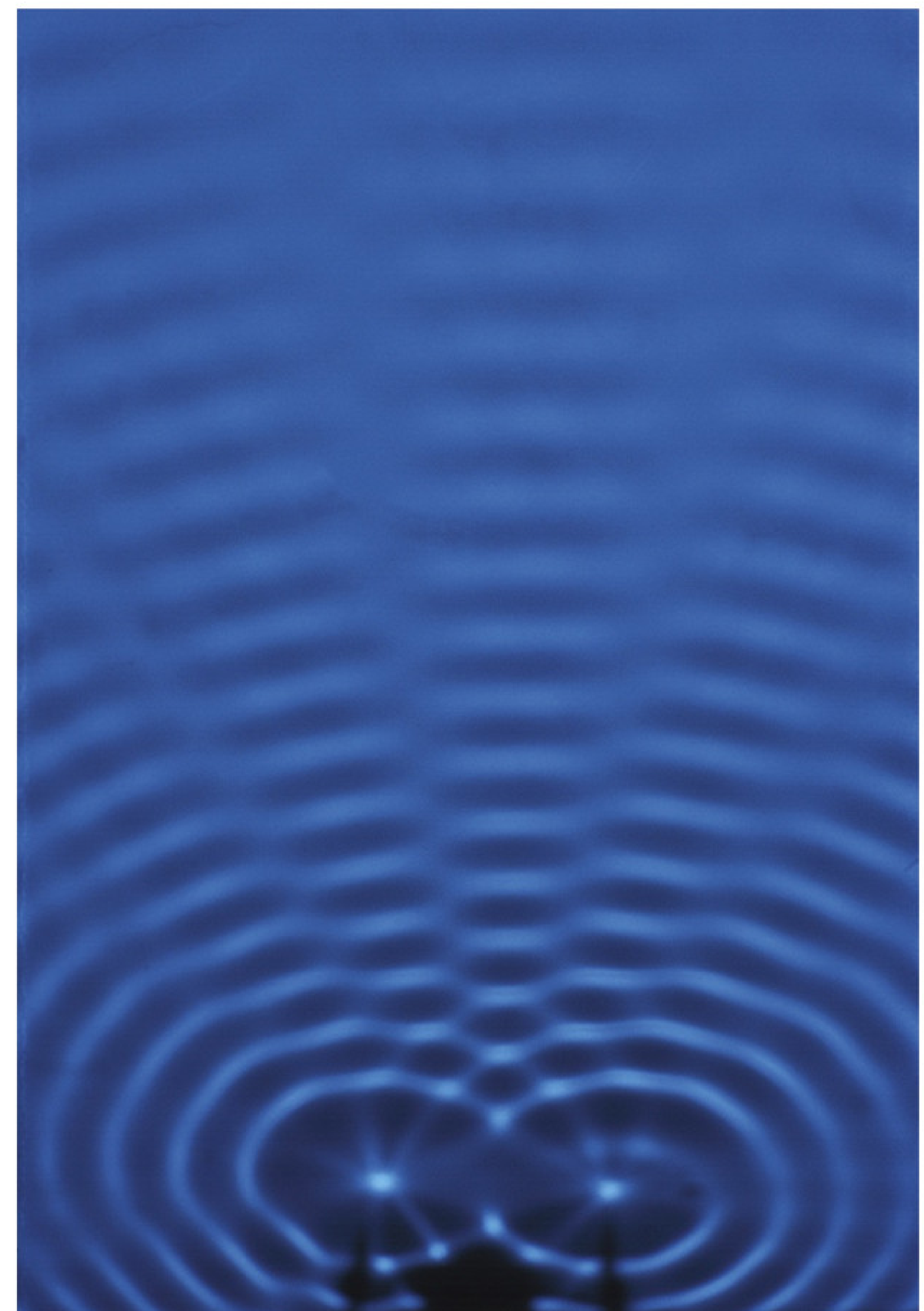
Bij een lopende golf hebben verschillende punten een verschillende fase. In figuur 12a zie je een momentopname van een koord waarin een transversale golf naar rechts beweegt. Het koord begon links te trillen, dus het linkeruiteinde heeft al meer trillingen uitgevoerd dan de rest en heeft dus de grootste fase. De kop van de golf begint per definitie op dit moment pas te trillen en heeft dus fase 0. Eén hele golflengte links van de kop kom je bij een punt dat precies een hele trilling heeft volbracht. De fase van dat punt is gelijk aan 1.
Het faseverschil tussen twee punten geeft aan hoeveel trillingen het ene punt meer heeft uitgevoerd dan het andere. Voor het faseverschil tussen twee punten geldt:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Hierin is:
- $\Delta\varphi$ het faseverschil (geen eenheid);
- Δx het verschil in positie tussen twee punten in meter (m);
- λ de golflengte in meter (m).

Interferentie

Stel dat twee bronnen elk een golf uitzenden met dezelfde frequentie en dat die golven bij de bron dezelfde fase hebben. Op een punt in de ruimte hangt het van de fasen in dat punt af wat er gebeurt. De fasen zullen verschillen, omdat de afstand vanaf het punt tot beide bronnen verschillend is.
Als het gereduceerd faseverschil ½ is, zal op het moment dat de ene golf een berg heeft, de andere een dal hebben. Berg en dal heffen elkaar op. De uitwijkingen zijn op die punten voortdurend tegengesteld, de totale uitwijking is steeds 0. Op die plekken geldt: golf + golf = niets. Golven kunnen elkaar dus uitdoven. Dit heet **destructieve interferentie**.
Als er op een bepaald punt een hoge golf ontstaat doordat twee golven elkaar juist versterken, noem je dat **constructieve interferentie**. Er is maximale constructieve interferentie als het gereduceerd faseverschil gelijk is aan 0. Deze interferentieverschijnselen kun je zien bij watergolven. In figuur 15 kijk je van boven op een bak waarin het water op twee punten in trilling wordt gebracht. Op sommige plekken golft het water hevig en op andere plekken staat het vrijwel stil.



▶ **figuur 15** interferentie in een golfbak

Je kunt constructieve en destructieve interferentie horen bij geluidsgolven: als twee bronnen in fase geluid afgeven, is het geluid op sommige plekken heel luid en op andere plekken is het vrijwel stil. Een praktische toepassing hiervan is het neutraliseren van storend geluid met 'antigeluid'. Het geluid wordt opgevangen, waarna er een geluid wordt bijgemengd dat het oorspronkelijke geluid uitdooft op de plek waar dat gewenst is. Dat is niet eenvoudig, omdat geluid bestaat uit golven van heel verschillende golflengten.

Onthoud!

- Bij een transversale golf staat de trillingsrichting van elk punt loodrecht op de richting waarin de golf zich voortplant; bij een longitudinale golf is de trillingsrichting van elk punt gelijk aan de richting waarin de golf zich voortplant.
- Een lopende golf breidt zich uit met voortplantingssnelheid: $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$
- Het verband tussen voortplantingssnelheid, frequentie en golflengte is: $v = f \cdot \lambda$
- Het faseverschil tussen twee punten van een golf is: $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta x}{\lambda}$
- Als twee golven elkaar in een bepaald punt uitdoven, is er destructieve interferentie. Het gereduceerd faseverschil op die plek is dan ½. Als twee golven elkaar in een bepaald punt versterken, is er constructieve interferentie. Het gereduceerd faseverschil op die plek is dan 0.

Opdrachten

20 Slinky
Als je de slinky van figuur 12b horizontaal van de grond tilt, kun je het linkeruiteinde in drie dimensies bewegen: links-rechts, boven-onder, voor-achter.
Welke bewegingen leiden tot een transversale golf en welke tot een longitudinale?

21 Reclame
Figuur 16 is een trucage. In werkelijkheid zou de lucht niet op de getoonde manier bewegen als je een luidspreker heel hard zet.
Leg uit wat er niet klopt aan figuur 16.



▲ **figuur 16** beeld uit een reclamefilmpje

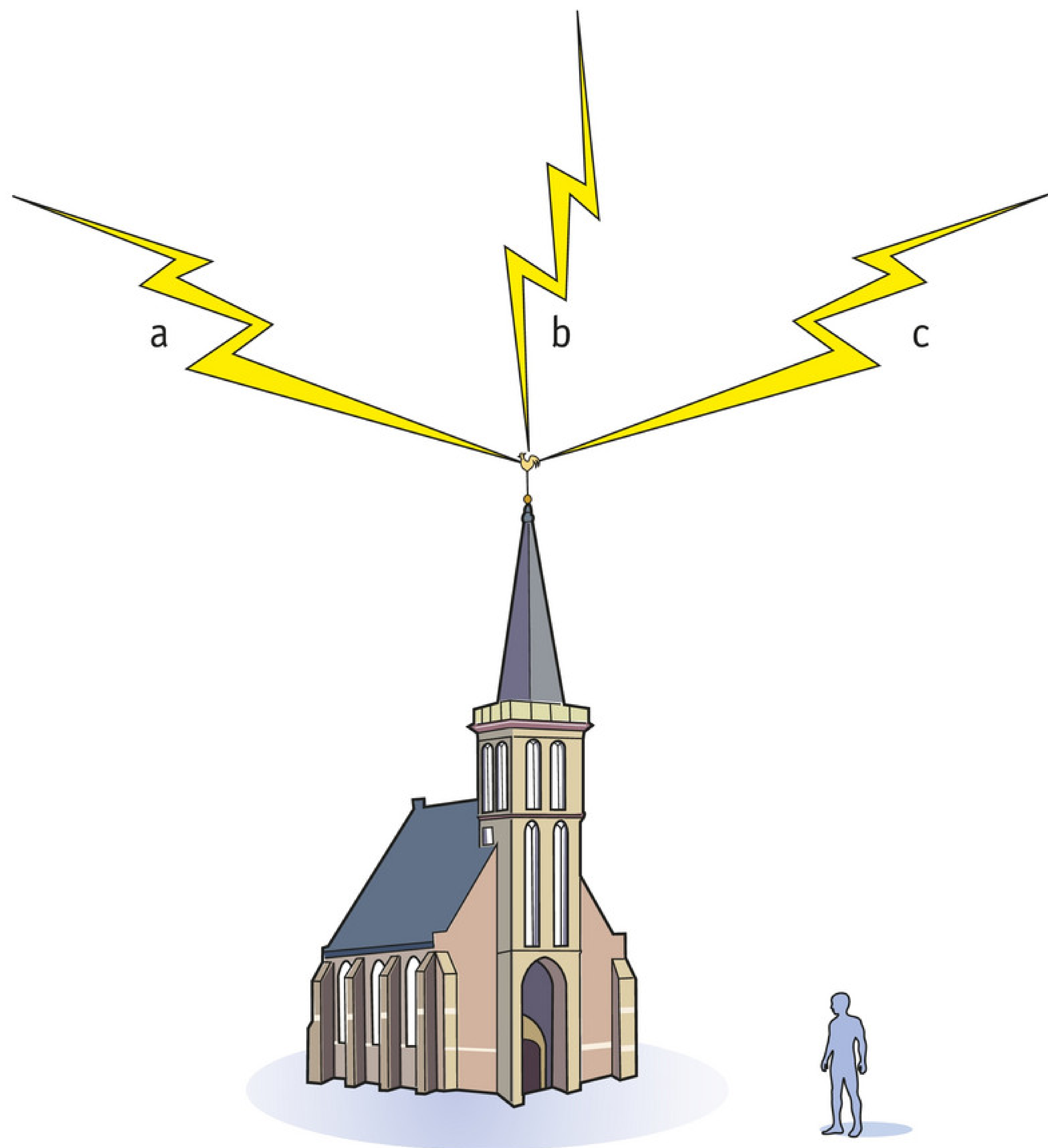
22 Donder
Als het bliksemt, is er een kortdurende elektrische ontlading tussen een geladen wolk en de grond. Langs de hele baan van de ontlading wordt de lucht heel snel zeer heet. Dat heeft twee gevolgen: de verhitte lucht zendt licht uit en de lucht zet uit. Dat snelle uitzetten veroorzaakt een schokgolf die hoorbaar is als de donder.

Beschouw een bliksemflits die min of meer verticaal van een wolk naar een torenspits gaat.

a Leg met behulp van een formule uit hoe je de afstand tussen jouw positie en het punt van inslag kunt bepalen.

b Leg uit hoe het komt dat een donderslag vaak niet één felle klap is, maar een langer durend geluid.

c Leg uit bij welke van de drie bliksemflitsen in figuur 17 de waarnemer rechts in de tekening een vrij lang durend, steeds zwakker wordend rommelend geluid hoort, en in welk van de drie gevallen hij de meest felle, korte klap hoort.



▲ **figuur 17** drie flitsen

23 Parkeren

Veel auto's zijn voorzien van een parkeersensor, die helpt bij het inparkeren. Een parkeersensor zendt ultrasone geluidsgolven uit. De golven weerkaatsen tegen obstakels. Als het obstakel te dichtbij is, geeft het systeem een waarschuwing.

a Leg met behulp van een formule uit dat het hier gaat om golven met een kleine golflengte, vergeleken met geluid van spraak of muziek.

Een afstand van 80 cm tussen de achterkant van een auto en een obstakel is nog net veilig.

b Bij welk tijdsverschil tussen het uitzenden en het ontvangen van een geluidsgolf moet het systeem een waarschuwing geven?

24 Gehoor van de foetus

In een ziekenhuis kan met behulp van echoscopie een ongeboren baby worden bekeken. Hierbij wordt gebruikgemaakt van ultrasone geluidsgolven met een frequentie tussen 1,0 en 10 MHz. Bij het maken van een echo worden deze golven uitgezonden door een bron in het echoapparaat en teruggekaatst tegen het ongeboren kind. De teruggekaatste golven worden geregistreerd door een ontvanger in het echoapparaat. De geluidssnelheid in lichaamsweefsel is gelijk aan die in water van 40 °C.

a Bereken tussen welke waarden de golflengte van de gebruikte golven in het lichaamsweefsel ligt.

b Leg met het begrip 'buiging' uit waarom geluidsgolven uit het hoorbare gebied niet geschikt zijn voor deze toepassing van echoscopie.

Bij het maken van een echo wordt de bron van het echoapparaat tegen de buikwand van de moeder geplaatst. De afstand tussen de buikwand en het ongeboren kind is 12 cm.
De ultrasone golven worden in pulsen uitgezonden. De duur van een puls is 110 μs.
Op een bepaald tijdstip vertrekt het begin van de puls van de bron van het echoapparaat. Zodra het echoapparaat het einde van de teruggekaatste puls heeft ontvangen, wordt de volgende puls uitgezonden.

c Laat met een berekening zien dat het afgeven van de pulsen gebeurt met een frequentie waarvoor het menselijk oor gevoelig is.

bron: examen 2005-II

25 Snapshot van een golf

In figuur 12a zie je momentopnamen van een golf.

a Hoe groot is het faseverschil tussen twee opeenvolgende punten waar de uitwijking gelijk is aan 0?

b Bepaal het faseverschil tussen het beginpunt en het eindpunt van de golf in figuur 12a.

In dit touw is de golfsnelheid gelijk aan 12 m s^{-1}.

c Maak een beredeneerde schatting van de golflengte en bereken de periode waarmee elk punt van het touw trilt.

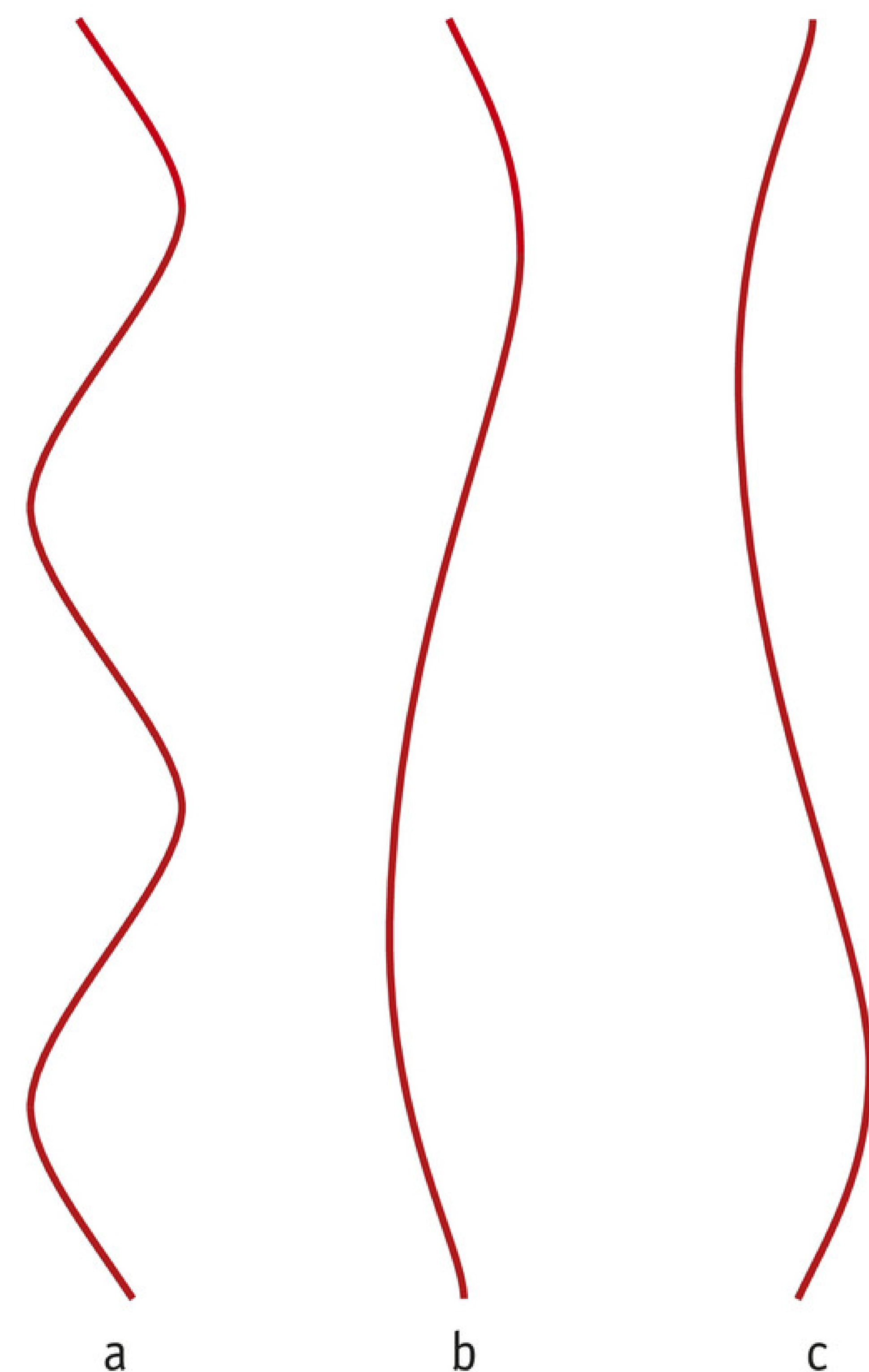
+26 Golven in touwen

In een touw is de snelheid waarmee een golf zich voortplant afhankelijk van de spanning in het touw. Hoe groter de spankracht in een stuk touw, hoe groter de snelheid.
In een zware, hangende kabel draagt elk stuk kabel het gewicht van het stuk kabel dat lager zit. Nu slinger je het onderste deel van de kabel een paar keer met vaste frequentie heen en weer.

a Beredeneer welke vorm van het touw je dan zult zien: de vorm van figuur 18a, 18b of 18c.

In een zweep is de spankracht overal gelijk, maar de dikte van het touw varieert. Een cowboy zwiept het dikke uiteinde op en neer. Een golf verplaatst zich naar het smalle uiteinde.

b Leg met behulp van de wet van behoud van energie uit dat als de golf bij het smalle uiteinde aankomt, het touw daar met grotere snelheid beweegt dan bij het beginpunt.



▶ **figuur 18** Hoe slingert het touw?

27 Richting horen

Je kunt horen uit welke richting een geluid komt doordat het niet gelijktijdig in beide oren aankomt.
Er is een toon van 440 Hz. De bron is rechts van je. De afstand tussen de oren is 18 cm.

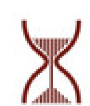
a Bereken het faseverschil van de golf tussen beide oren.

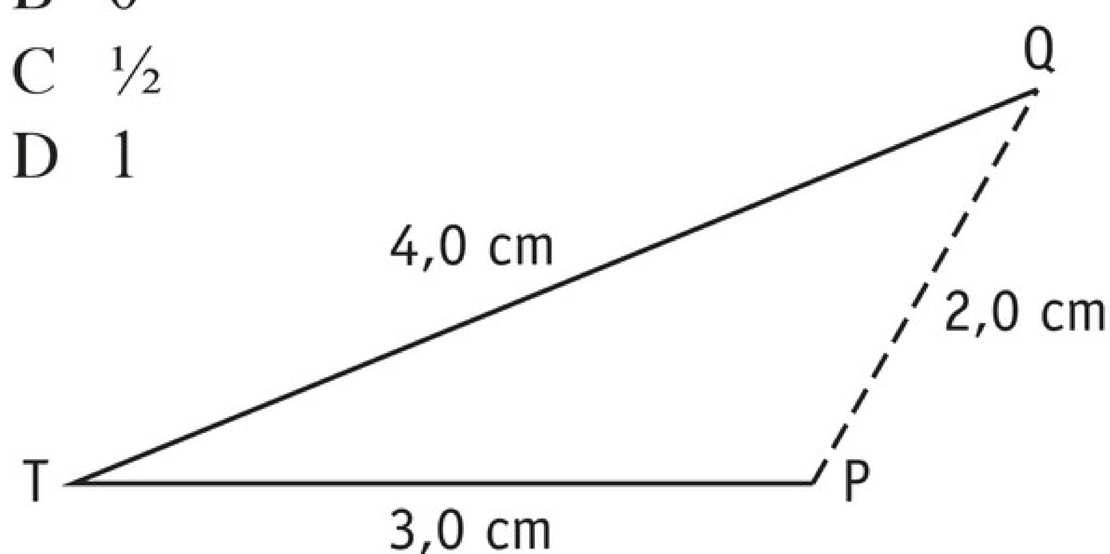
Beschouw nu dezelfde toon, maar geproduceerd door een bron die 3,0 m rechts van je rechteroor staat en 4,0 m voor je.

b Bereken ook nu het faseverschil van de golf tussen beide oren.

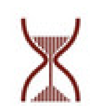
28 Snurker
Uit een advertentie:
"Silent Partner is een lichtgewicht pleisterachtig ding dat rondom de neus van de snurker wordt geplakt. In de uiteinden van de patch zit de magic: er zitten sensoren en speakertjes in die zorgen voor antigeluid. Antigeluid ja: da's een techniek waarbij de frequentie van geluidsgolven eerst wordt gemeten en vervolgens in realtime exact de tegenovergestelde geluidsgolven worden ingezet. Resultaat: het gesnurk is er nog wel, maar je hoort het niet meer. Je heft het geluid als het ware op."

a Leg uit of hier sprake is van constructieve of van destructieve interferentie.
b Leg uit dat het neutraliseren van geluid gemakkelijker is voor lage tonen dan voor hoge. Betrek in je antwoord het feit dat degene bij wie het stil moet zijn twee oren heeft.

 **29** Twee dimensies
Vanuit trillingsbron T worden cirkelgolven uitgezonden met een golflengte van 2,0 cm.
Bekijk de trillingen in de punten P en Q (figuur 19).
Hoe groot is het faseverschil $\varphi_P - \varphi_Q$?
A –½
B 0
C ½
D 1



▲ **figuur 19** trillingsbron T en de punten P en Q

 **30** Koord
In een koord plant zich een transversale golf voort met snelheid v, amplitude A en golflengte λ. De maximale snelheid van een punt op dit koord is v_{max}.
Hoe groot is de verhouding $v : v_{max}$?
A 1 : 1
B $\lambda : A$
C $\lambda : 4A$
D $\lambda : 2\pi A$

4 Staande golven

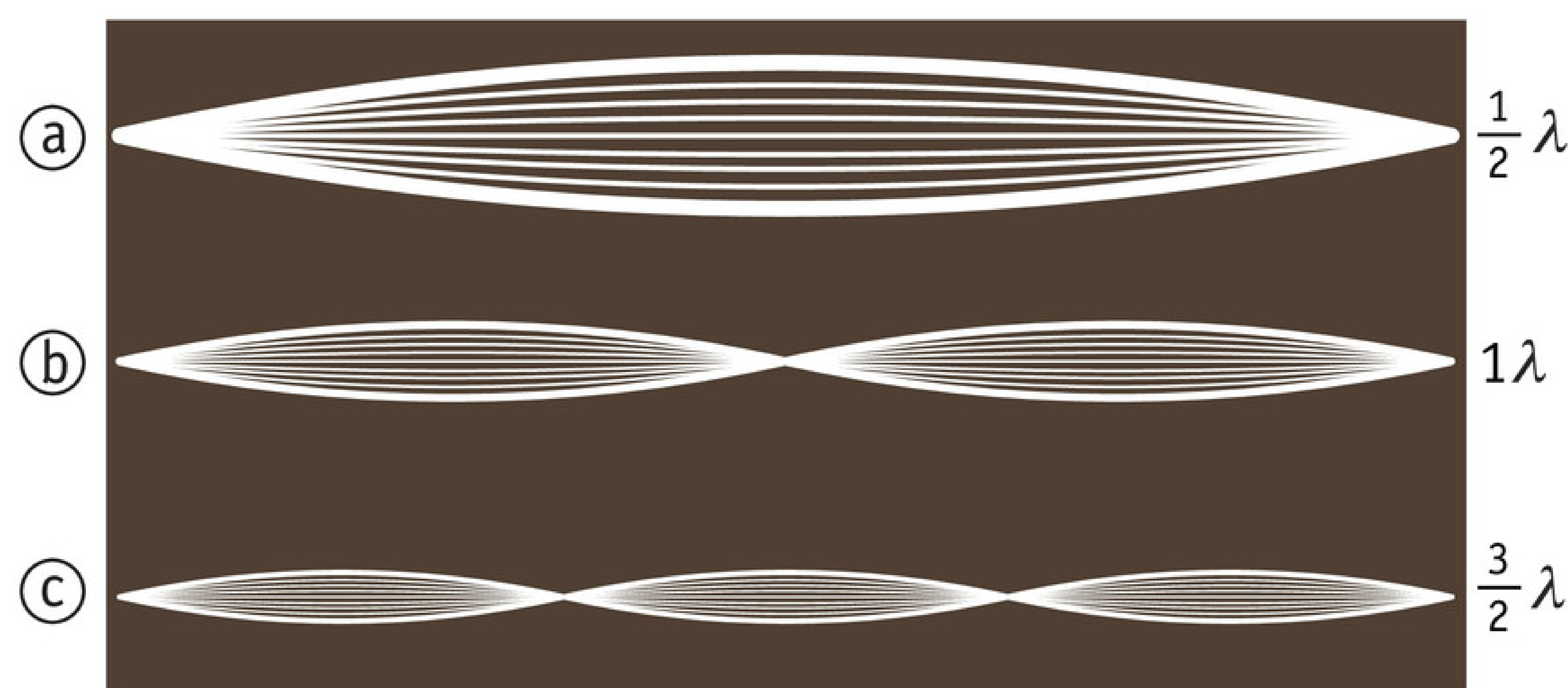
In deze paragraaf leer je:
- de begrippen hanteren die horen bij staande golven;
- beschrijven hoe in snaar- en blaasinstrumenten tonen en boventonen ontstaan;
- het verband toepassen tussen de lengte van een snaar en de golflengten die daarop passen;
- het verband toepassen tussen de lengte van een luchtkolom en de golflengten die daarop passen.

Een geluidsgolf in de buitenlucht kan 'naar het oneindige weglopen'. Andere golven moeten het doen met een beperkte ruimte. Die ruimte kan een- (1D), twee- (2D) of driedimensionaal

(3D) zijn. Voorbeelden van 1D zijn een gitaarsnaar en een orgelpijp, van 2D een trommelvel en van 3D een magnetron en de klankkast van een gitaar. Deze paragraaf gaat over de vraag welke golfpatronen in deze ruimten kunnen bestaan. De afmetingen van de ruimte waarin de golf zit opgesloten, zijn daarbij bepalend.

Snaarinstrumenten

In figuur 20 zie je drie keer een reeks kort na elkaar genomen opnamen van een trillende snaar, steeds afgebeeld in één stroboscopische foto. De patronen verplaatsen zich niet naar links of naar rechts. Verschillende punten van de snaar hebben bij hun op- en neergaande beweging een verschillende amplitude. Er zijn punten die niet bewegen. Alle punten tussen twee van deze stilstaande punten gaan gelijktijdig omhoog en gelijktijdig omlaag. Zo'n golf heet een **staande golf**. De punten die niet bewegen, heten **knopen**. De punten die maximaal bewegen, heten **buiken**.



▲ **figuur 20** een trillende snaar twaalf keer geflitst, bij drie verschillende staande golven

▶ **EXPERIMENT 2** Gitaar en stroboscoop (apparatuurpracticum)

Staande golven ontstaan door de samenwerking van een heleboel lopende golven. Dat werkt via reflecties. Als je een gitaarsnaar aanslaat – dat wil zeggen dat je één punt snel opzijtrekt – gaan in eerste instantie golven naar links en naar rechts lopen. Al heel snel weerkaatsen deze golven aan de uiteinden. Dat gebeurt heel snel en heel vaak. De teruggekaatste golven komen elkaar tegen. De uitwijking van een punt van de snaar op een bepaald moment is gelijk aan de optelling van de uitwijkingen van alle lopende golven die aanwezig zijn.
Het staat vast dat de uiteinden geen uitwijking hebben. Bij de hals en bij de kam is de gitaarsnaar immers ingeklemd: hier bevindt zich een knoop. Deze 'randvoorwaarde' bepaalt welke staande golven kunnen ontstaan.
In het eenvoudigste staande-golfpatroon, dat je ziet bovenaan in figuur 20, zijn de uiteinden de enige knopen. Alle punten tussen twee knopen gaan gelijktijdig omhoog en omlaag. Ze hebben dus altijd dezelfde fase. Vlak bij de knopen is de amplitude klein, in het midden is de amplitude het grootst. Daar zit de enige buik.
De frequentie waarmee alle punten in dit patroon trillen, is de **grondtoon** van de snaar, de basistoon van het geluid dat je hoort. Je ziet dat in dit patroon precies een halve golflengte op de snaar past. Er geldt $\frac{1}{2}\lambda = l$. De voortplantingssnelheid v is voor alle frequenties gelijk,

daarmee krijg je $f = \dfrac{v}{\lambda} = \dfrac{v}{2l}$. Dit is de frequentie van de grondtoon van een snaar.

Aan de formule zie je dat er twee manieren zijn om deze frequentie te verhogen:
- Je kunt de voortplantingssnelheid verhogen (door de snaar strakker aan te spannen).
- Je kunt het deel van de snaar dat trilt korter maken.

Als je een snaar aanslaat, gaat hij niet precies in het bovenste patroon van figuur 20 trillen. Wat ontstaat is een combinatie van de staande golf die hoort bij de grondtoon en andere staande golven die op de snaar passen.

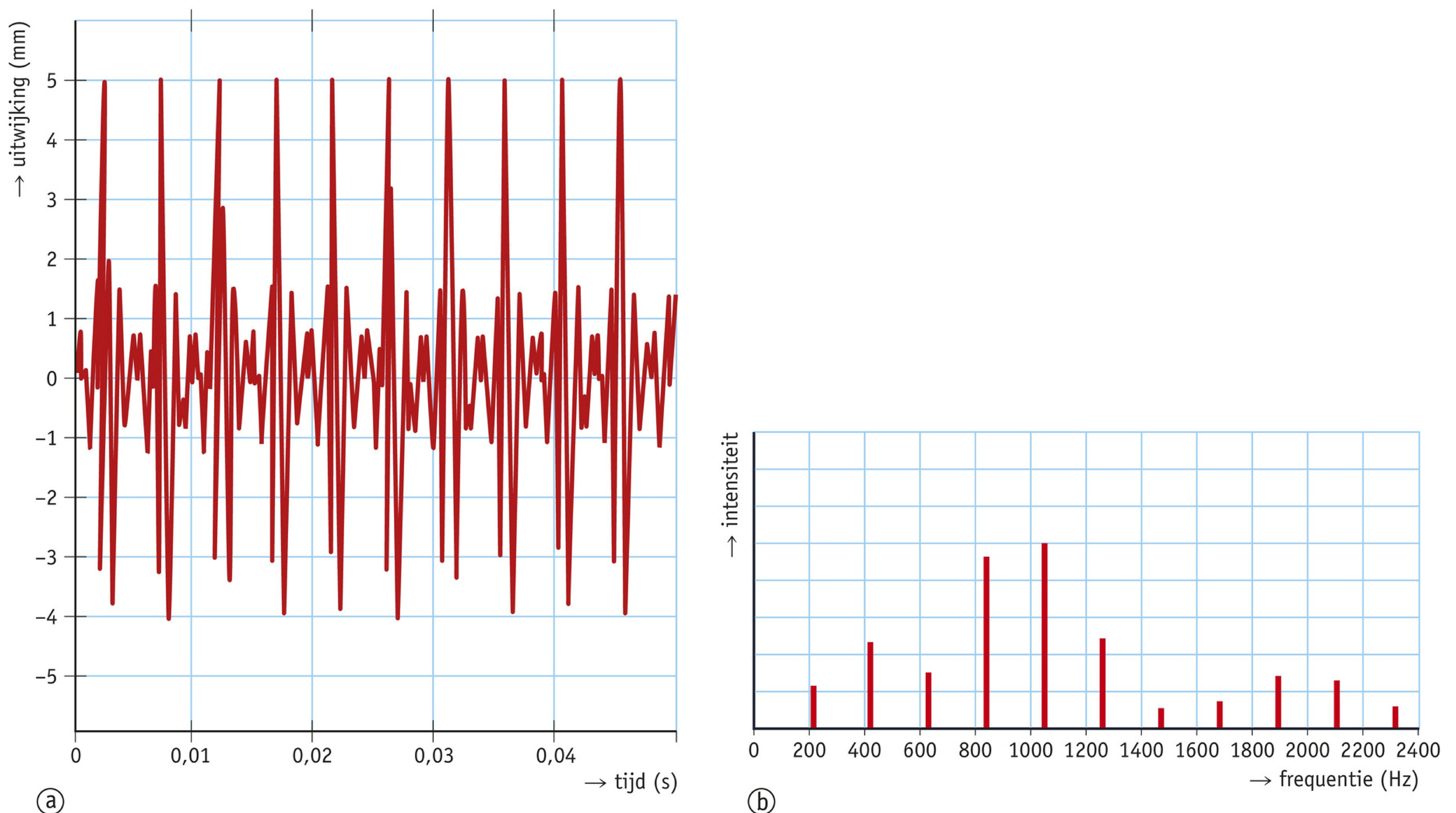
De middelste foto in figuur 20 is het volgende patroon dat op een snaar met vaste uiteinden past. Er is één extra knoop en één extra buik. Er past nu een hele golflengte op de snaar. De punten rechts van de knoop trillen in tegenfase ten opzichte van de punten links van de knoop. De golflengte is twee keer zo klein als die van de grondtoon en dus is de frequentie twee keer zo groot.
Ook als je drie, vier, vijf, … halve golven op een snaar hebt, is voldaan aan de voorwaarde dat de uiteinden knopen zijn. De frequenties waarmee de snaar trilt in deze patronen, zijn de **boventonen** van de gitaarsnaar. De frequenties zijn alle gehele veelvouden van de frequentie van de grondtoon: $f_n = \frac{n \cdot v}{2l}$

Hierbij komt $n = 1$ overeen met de grondtoon, $n = 2$ met de eerste boventoon, enzovoort.
Uit de volgende formule volgt hoeveel halve golflengten kunnen passen op een snaar met lengte l:

$$l = n \cdot \tfrac{1}{2}\lambda$$

Hierin is:
- l de lengte van de snaar in meter (m);
- n een heel getal, waarbij 1 overeenkomt met de grondtoon;
- λ de golflengte in meter (m).

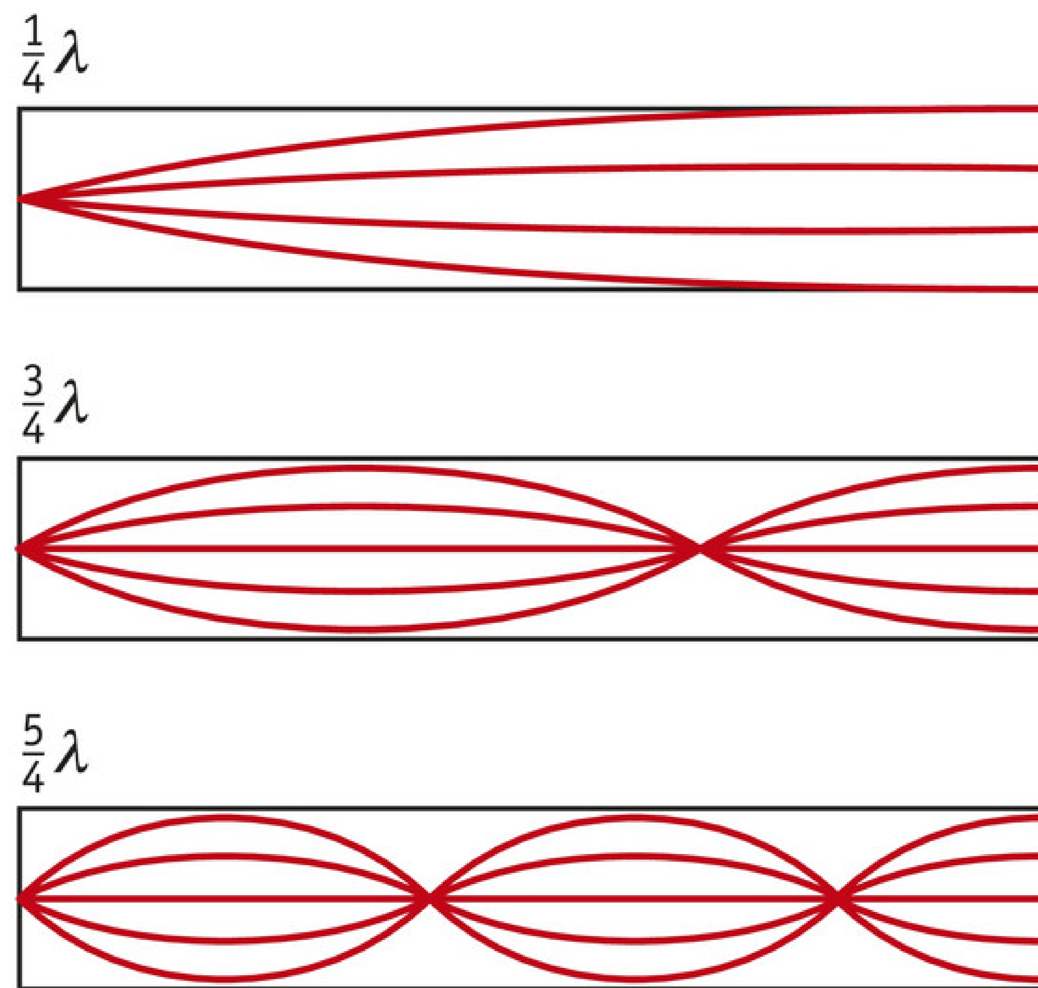
Als je een snaar aanslaat, klinken de grondtoon en de boventonen tegelijkertijd. Figuur 21a geeft weer wat een microfoon meet gedurende een bepaalde tijd. In figuur 21b zie je uit welke frequenties dit geluid is opgebouwd. De precieze verhouding van de sterkte van de verschillende boventonen bepaalt de klankkleur van het instrument. Deze is afhankelijk van de manier waarop de snaar wordt aangeslagen en van de mate waarin de klankkast de verschillende boventonen van de snaar versterkt.



▲ **figuur 21** oscillogram (a) en frequentiespectrum (b) van een grondtoon met boventonen

Blaasinstrumenten

Bij blaasinstrumenten wordt de lucht in een buis tot trillen gebracht. De trillende massa is een luchtkolom: een hoeveelheid lucht die in één richting langer is dan in de andere twee richtingen. Vaak is één uiteinde van de buis dicht en het andere uiteinde open. In tegenstelling tot de golf in een snaar, die transversaal is, is de luchttrilling longitudinaal.
Wat er in zo'n pijp gebeurt, lijkt op de manier waarop in een snaar staande golven ontstaan. Het grote verschil is dat bij het open uiteinde van de buis een buik ontstaat. In figuur 22 zie je schematisch welke staande-golfpatronen dan kunnen ontstaan. Bij de buiken beweegt de lucht maximaal, bij de knopen helemaal niet.



▲ **figuur 22** Staande golven in een buis. De golven zijn longitudinaal, de lijnen geven de uitwijking ter plekke.

De staande golf die hoort bij de grondtoon van een blaasinstrument met één open en één dicht uiteinde heeft aan het open uiteinde een buik en aan het andere uiteinde een knoop. De afstand tussen een knoop en een buik komt overeen met een kwart golflengte. De voortplantingssnelheid van de golf v is de geluidssnelheid in lucht, en die is voor alle frequenties gelijk.

Er geldt dus voor de grondtoon: $\frac{1}{4}\lambda = l$ en $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{4l}$

Voorbeeldopgave 5

Olifanten kunnen heel lage geluiden maken. Ze kunnen ook 'trompetteren' met hogere tonen. Ga na of de grondtoon van een slurf van een volwassen olifant overeenkomt met het trompetteren of met de lage toon. Neem als model een slurf met een open en een gesloten uiteinde.

Uitwerking
Gebruik $f = \frac{v}{4l}$ met voor v de geluidssnelheid in lucht en voor l de lengte van een slurf. Als je voor de lengte van de slurf 1,5 m invult, krijg je ongeveer 50 Hz als uitkomst. Dat is een lage toon, dus de grondtoon komt niet overeen met getrompetter.

De eerste boventoon heeft een extra knoop. De lengte van de buis komt nu overeen met driekwart golflengte in plaats van een kwart golflengte, waardoor de golflengte drie keer zo klein is als die van de grondtoon (figuur 22). De frequentie is dus drie keer zo groot. Op deze manier krijg je alle *oneven* veelvouden van de grondtoon als boventonen: drie, vijf, zeven, … maal zo hoge frequenties. Dat kun je samenvatten in de formule: $f_n = \frac{(2n - 1) \cdot v}{4l}$

Er geldt:

$l = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$

Hierin is:
- l de lengte van de luchtkolom in meter (m);
- n een heel getal, waarbij 1 overeenkomt met de grondtoon;
- λ de golflengte in meter (m).

Onthoud!

- Een punt in de ruimte dat in een staande-golfpatroon niet beweegt, noem je een knoop; een punt dat maximaal beweegt, noem je een buik.
- Bij een staande golf trillen alle punten tussen twee knopen in fase.
- Bij een snaar zijn de uiteinden altijd knopen.
- Voor de grondtoon en de boventonen bij staande golven in een snaar geldt: $l = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$
- Bij de luchtkolom van een blaasinstrument is het gesloten uiteinde een knoop en het open uiteinde een buik.
- Voor de grondtoon en de boventonen bij staande golven in een halfopen buis geldt: $l = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$

Opdrachten

31 Lopend en staand

a Noem een overeenkomst tussen een nulpunt bij een lopende golf en een knoop bij een staande golf.

b Leg uit wat het verschil is tussen die twee begrippen.

32 Snaren

De dikste snaar van een gitaar produceert de toon E. De frequentie is 82,4 Hz. De lengte van de snaar is 64,5 cm.

a Bereken de voortplantingssnelheid van golven in de snaar.

Door met je vinger op de hals van de gitaar de snaar in te korten, speel je een hogere toon: een A van 110 Hz.

b Bereken de lengte die het trillende deel van de snaar nu heeft.

De dunste snaren van een gitaar produceren de hoogste tonen.

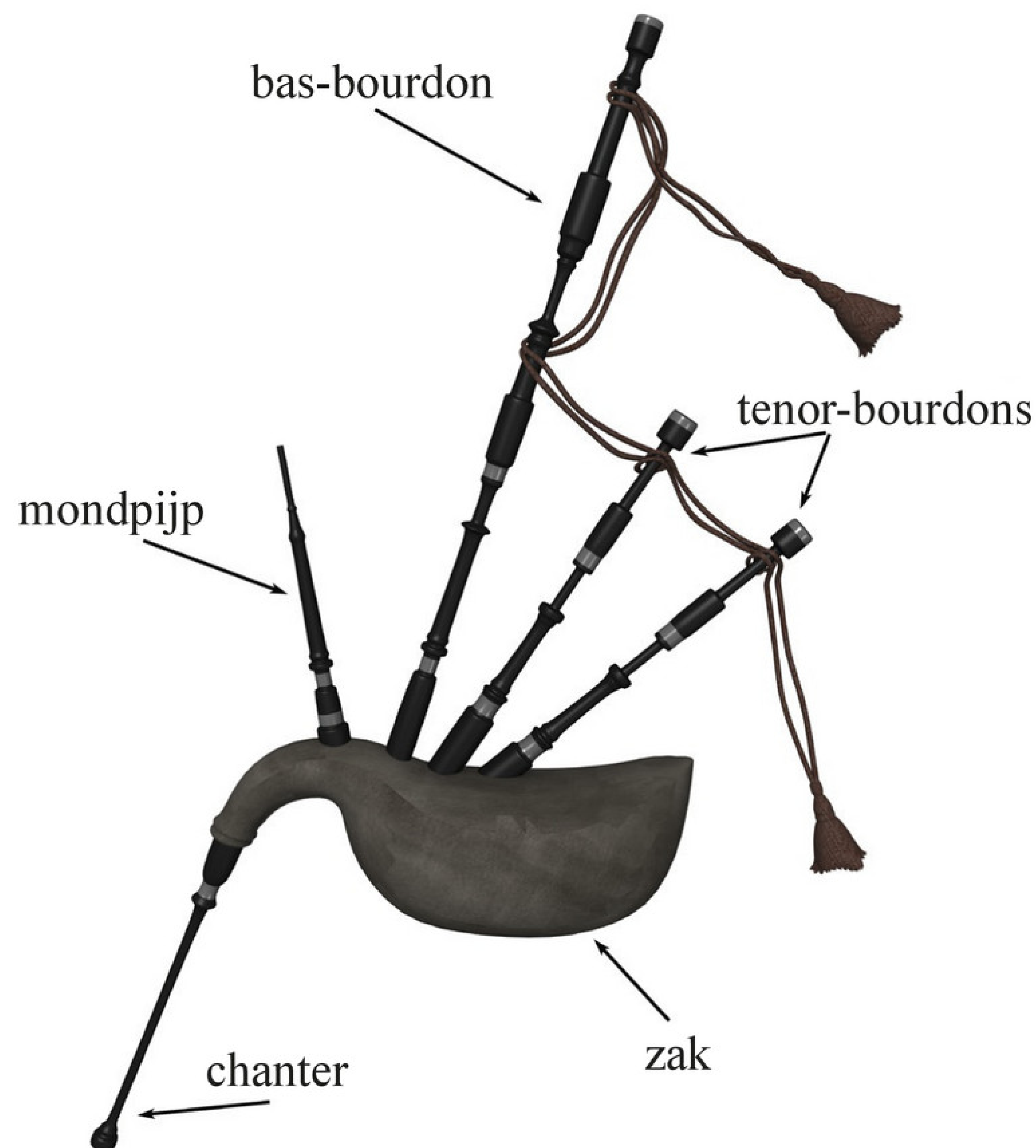
c Leg uit of de voortplantingssnelheid van golven in de dunne snaren van een gitaar *groter is dan* / *even groot is als* / *kleiner is dan* de voortplantingssnelheid van golven in de dikke snaren.

33 Doedelzak

In figuur 23 zie je een doedelzak. Op een doedelzak kun je een melodie spelen terwijl er tegelijkertijd voortdurend twee constante tonen klinken. De kortste pijp is bedoeld om lucht in de zak te blazen, de chanter is voor de melodie. De bas-bourdon is 80 cm lang, de tenor-bourdons zijn 40 cm lang. De staande golven in de bourdons hebben aan de onderkant een knoop, aan de bovenkant een buik.

a Bereken de frequentie van de laagste constante toon.

b Leg uit of de grondtoon van een tenor-bourdon overeenkomt met een van de boventonen van de bas-bourdon.



▲ **figuur 23** een doedelzak

34 Brede buis

Als de buis van een blaasinstrument breed is, ligt de buik aan de kant van het open uiteinde een eindje *buiten* de buis. De frequentie van de grondtoon is daardoor anders dan de waarde die je berekent met de formule voor een buis met een open en een gesloten uiteinde.
Een bepaalde buis is 60 cm lang, de diameter is 10 cm.

a Bereken de frequentie van de grondtoon zonder rekening te houden met de dikte van de buis.
b Maak een schets van de buis met daarin de positie van de knoop en de buik die horen bij de grondtoon.

In werkelijkheid ligt de buik op afstand $0{,}3 \cdot d$ buiten het uiteinde, met d de diameter van de buis.

c Bereken de frequentie van de grondtoon van de buis met inachtneming van de correctie voor de breedte.
d Bij welke verhouding van de lengte en de breedte kun je de breedte verwaarlozen? Ga ervan uit dat het antwoord 1% mag afwijken van de echte waarde.

35 Gemeenschappelijke boventoon

Een snaar trilt met grondtoon 330 Hz, een andere met grondtoon 440 Hz.

a Bereken de frequentie van de eerste gemeenschappelijke boventoon van de twee snaren.
b Doe hetzelfde voor twee orgelpijpen met de genoemde grondtonen. De orgelpijpen hebben een open en een gesloten uiteinde.

36 Trompet stemmen

Je kunt een trompet stemmen doordat de buis in de eerste bocht uitschuifbaar is. Als de temperatuur verandert, moet een trompet opnieuw worden gestemd, omdat de geluidssnelheid hoger is bij hogere temperaturen.
Leg uit of bij een trompet die aanvankelijk goed was gestemd, de buis moet worden uitgeschoven of ingeduwd als het warmer wordt.

37 Buitenoor

Het buitenoor is op te vatten als een buis die aan één kant gesloten is door het trommelvlies. De gehoorgang is bij een volwassen persoon 28 mm lang. Door resonantie wordt geluid met een frequentie van 3,1 kHz in het buitenoor versterkt.

a Toon dat aan met behulp van een berekening.

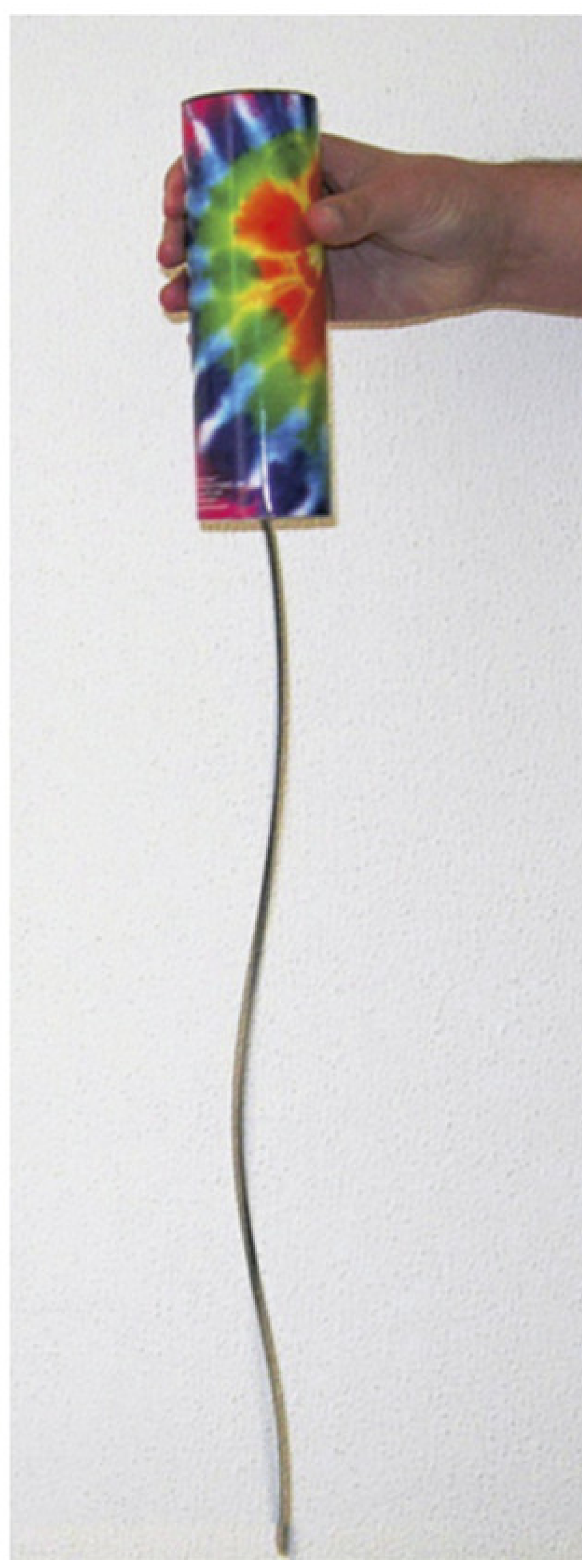
b Leg uit of de frequentie waarbij versterking optreedt bij een baby groter of kleiner is dan bij een volwassen persoon.

naar: examen 2013-II

38 Springdrum

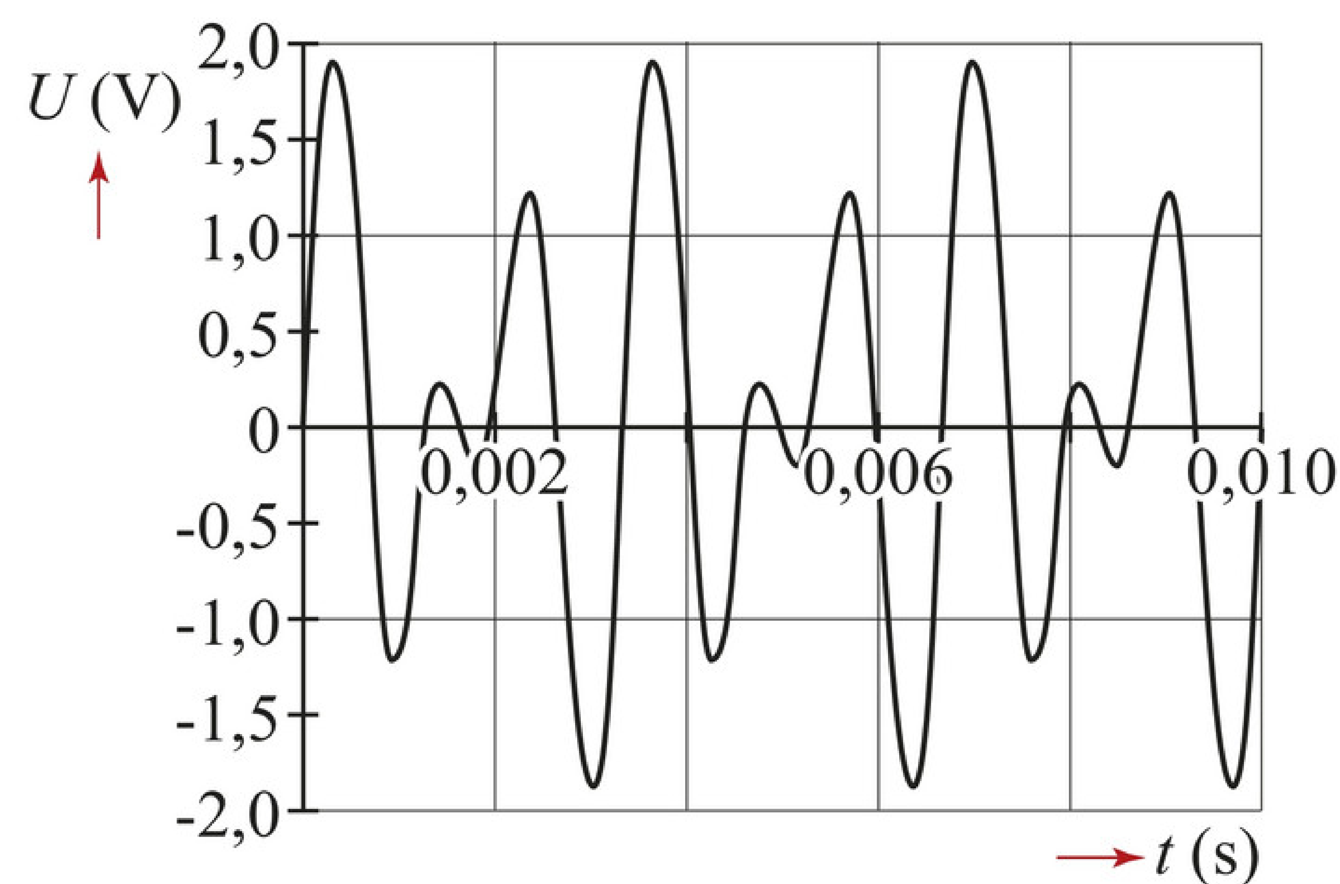
In figuur 24 zie je een springdrum. Het instrument bestaat uit drie delen: een holle koker, een vel en een lange spiraalveer. Door de koker met de hand te schudden, geeft de springdrum geluid.

Sandra wil graag meer te weten komen over de werking van de springdrum. Ze start haar onderzoek door het geluid van het instrument vast te leggen met een microfoon en een computer. Dit levert het trillingsdiagram van figuur 25 op.





▲ **figuur 24** een springdrum



▲ **figuur 25** het trillingsdiagram van een springdrum

Uit het diagram volgt dat de grondfrequentie van dit geluid $3{,}0 \cdot 10^2$ Hz is.

a Toon dat aan.

Sandra ziet dat tijdens het schudden van de springdrum een transversale staande golf ontstaat in de spiraalveer (figuur 24). In de tekening rechts zijn de uiterste standen van de veer schematisch weergegeven. Sandra meet dat de snelheid van de transversale golf in de veer 2 m s^{-1} bedraagt. Ze stelt de hypothese op dat de trilfrequentie van de veer gelijk is aan de grondfrequentie van het geluid dat de springdrum voortbrengt.

b Maak met behulp van figuur 24 een schatting van de golflengte in de veer en toon daarmee aan dat de hypothese van Sandra onjuist is.

Het blijkt dus dat de schudfrequentie (die de veer in trilling brengt) niet gelijk is aan de grondfrequentie van het geluid. Dan bedenkt Sandra dat er tijdens het schudden van de koker ook een longitudinale golf in de veer ontstaat. Sandra denkt dat deze longitudinale golf het vel van de drum in trilling brengt.

c Geef een argument waarom het logischer is dat een longitudinale golf in de veer het vel in trilling brengt dan een transversale golf.

In de veer ontstaan meerdere longitudinale golven, overeenkomend met de grondtoon en een aantal boventonen. We gaan ervan uit dat bij het vlies een knoop zit. Een van de boventonen in de veer komt overeen met de grondtoon van 300 Hz van de luchtkolom in de koker.
Voor de golfsnelheid v_L van een longitudinale golf in een veer geldt:

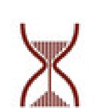
$$v_L = l \cdot \sqrt{\frac{C}{m}}$$

Hierin is:
- l de lengte van de veer in meter (m);
- C de veerconstante in newton per meter (N m^{-1});
- m de massa van de veer in kilogram (kg).

De veer heeft een massa van 15 g, is 46 cm lang en heeft een veerconstante van 128 N m^{-1}.

d Bereken met behulp van deze gegevens de hoeveelste boventoon van de longitudinale golf overeenkomt met de grondtoon van 300 Hz van de luchtkolom in de koker. Bereken daartoe ook de golflengte van de longitudinale golf in de veer.

naar: examen 2013-I

 **39** Tabla

Leila bespeelt graag bijzondere muziekinstrumenten. Op een dag besluit ze de tabla (Aziatische trommel, figuur 26) te gaan bespelen. Voor een goed geluid is het belangrijk dat de trommel op de juiste spanning wordt gebracht. Als er op de trommel wordt geslagen, ontstaat er een staande golf in het trommelvel.
Ga ervan uit dat de trommel precies in het midden wordt aangeslagen en dat alleen de grondtoon wordt geproduceerd. Daarbij bevindt zich in het midden een buik en aan de randen een knoop(lijn).
De toonhoogte wordt bepaald door de diameter D van het trommelvel en de voortplantingssnelheid v van de golven. De voortplantingssnelheid v hangt alleen af van de oppervlaktespanning σ (met eenheid N m^{-1}) en de massadichtheid ρ (kg m^{-2}) van het trommelvel volgens $v = c \cdot \sigma^a \cdot \rho^b$ met a, b en c constanten, die geen eenheid hebben.

a Bepaal a en b op grond van een eenhedenbeschouwing.

De frequentie van de grondtoon is gelijk aan f = 265 Hz voor D = 0,20 m, $\sigma = 2{,}8 \cdot 10^2$ N m^{-1} en $\rho = 2{,}5 \cdot 10^2$ kg m^{-2}.

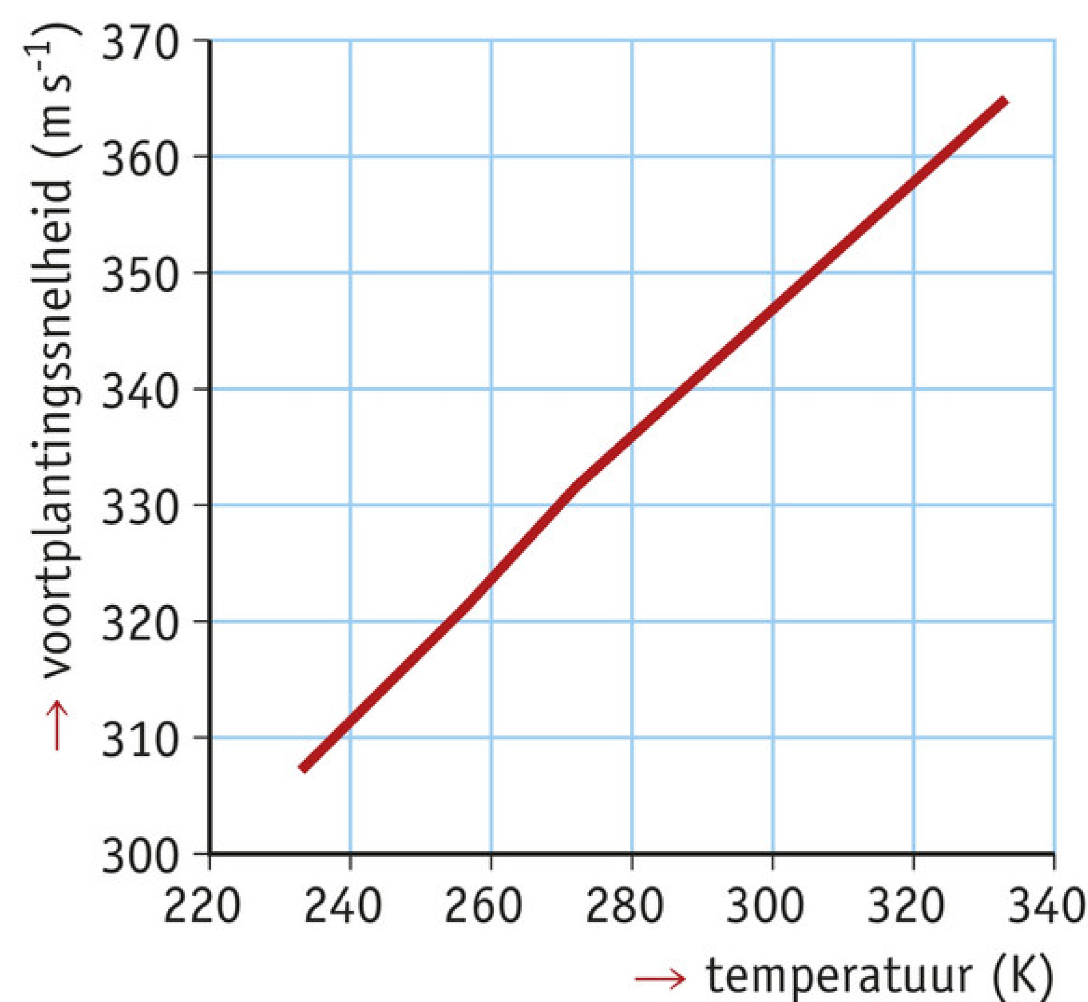
b Bereken c.



▶ **figuur 26** een tabla

Om de klank te versterken bestaat de trommel uit een kokervormig lichaam: de ketel. Deze is van boven afgesloten met het trommelvel en aan de onderkant open. Als de trommel goed is afgestemd, ontstaat er bij de grondtoon een staande golf in de ketel. De lengte van de ketel is 32,5 cm. In figuur 27 is de voortplantingssnelheid van geluid in lucht gegeven als functie van de temperatuur.

c Bepaal bij welke temperatuur de trommel bij de grondtoon zo hard mogelijk klinkt.



▲ **figuur 27** de geluidssnelheid als functie van de temperatuur

5 Elektrische toepassingen

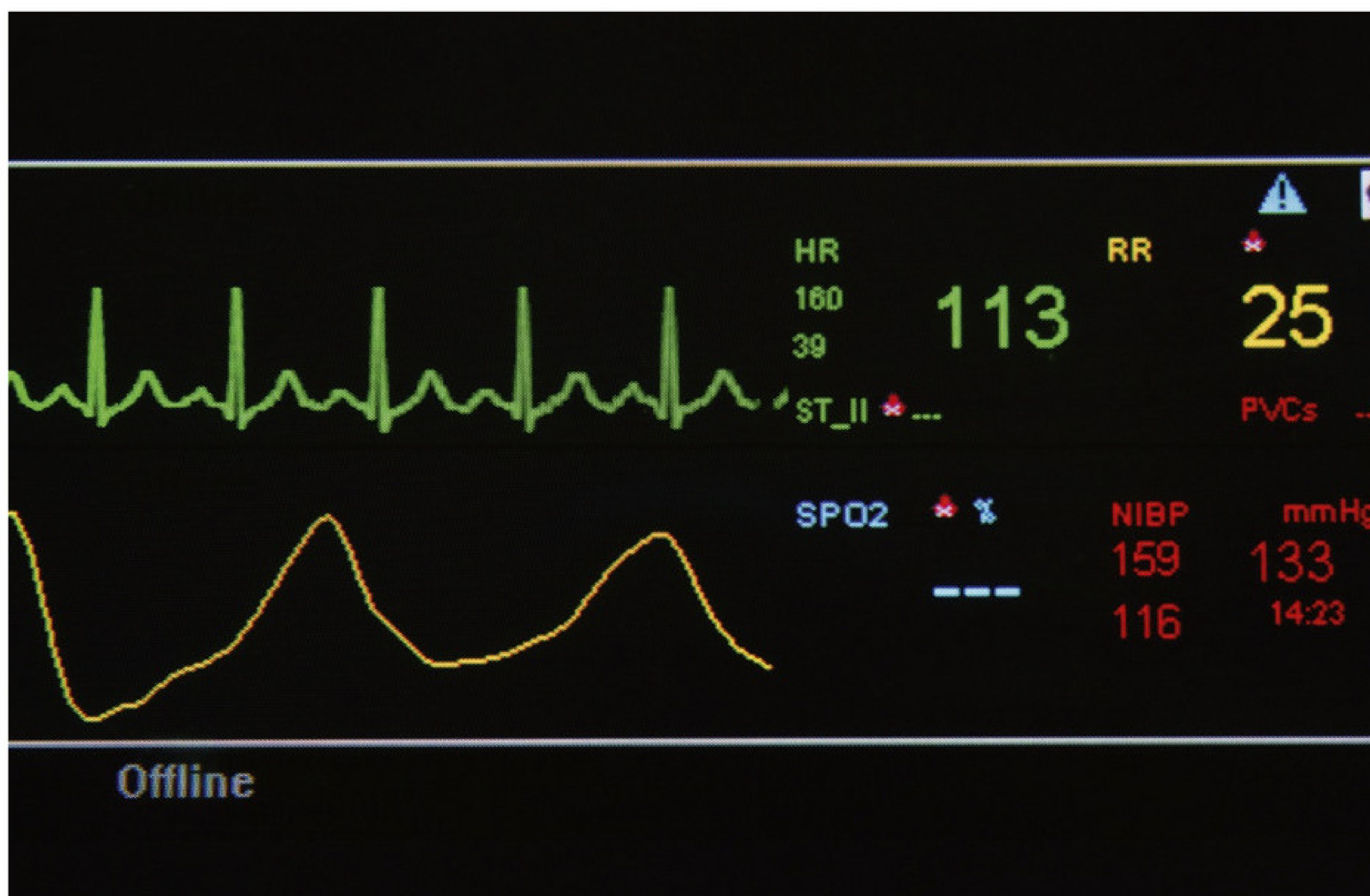
In deze paragraaf leer je:

- de begrippen die horen bij trillingen en golven toepassen op elektrische trillingen en elektromagnetische golven;
- uitleggen hoe een antenne en een zenderarray werken;
- een cardiogram interpreteren.

Naast mechanische trillingen zijn er ook elektrische trillingen. De pool van het stopcontact waar de spanning op staat (de 'fasekant'), wordt met een frequentie van 50 Hz afwisselend positief en negatief. Bij deze harmonische trilling is de uitwijking vanuit de evenwichtsstand niet een afstand, uitgedrukt in meter, maar een spanning, uitgedrukt in volt. Ook bij een elektrische trilling kun je spreken over de frequentie, amplitude en fase. Behalve mechanische golven zijn er ook elektromagnetische golven. Alles wat je leerde over mechanische golven, kun je toepassen op elektromagnetische golven.

Cardiogram

Elektroden op de borstkas meten de elektrische activiteit van het hart, met als resultaat een afbeelding waaruit een arts kan concluderen of het hart naar behoren functioneert. Zo'n **cardiogram** zie je in figuur 28. Omdat de amplitude klein is, druk je de spanning uit in millivolt (mV).



▲ **figuur 28** Een cardiogram van een normaal functionerend hart: de totale hoogte van een signaal is ongeveer 2 mV.

Telefoongolf

Periodiek veranderende elektrische velden wekken veranderende magnetische velden op en die weer elektrische velden. Wat die velden precies zijn, staat in hoofdstuk 8. Hier gaat het alleen over de manier waarop zulke velden variëren in de ruimte en de tijd: als golven.
Elektromagnetische golven zijn overal om je heen. Ze zijn afkomstig van bijvoorbeeld een mobiele telefoon die contact legt met een ontvangstantenne op het dak van een gebouw, of een zendantenne die een signaal doorgeeft aan een telefoon, of een afstandsbediening. Het zijn lopende golven die van de zender af bewegen. De snelheid van elektromagnetische golven is altijd de lichtsnelheid $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m s^{-1} (een preciezere waarde vind je in Binas tabel 7).
De beschrijving van een trillend elektrisch veld is niet heel anders dan die van een mechanische trilling. De amplitude is nu het maximale elektrische veld E_{max}, uitgedrukt in newton per coulomb (N C^{-1}). De frequentie is heel hoog. Je kunt in de functie $E = E_{max} \cdot \sin \frac{2\pi\, t}{T}$ alles herkennen wat je bij mechanische trillingen tegenkwam.
De elektronen in een ontvangstantenne gaan meetrillen met een elektrisch veld. Dat gebeurt het sterkst als er een staande golf op de totale lengte van de antenne past. Dan is er sprake van resonantie. Doordat de golfsnelheid in de antenne vrijwel gelijk is aan de lichtsnelheid, kun je de golflengte in de antenne gelijkstellen aan de golflengte van de straling.
Ontvangstantennes zijn meestal ¼λ lang; er zit een knoop bij het uiteinde en een buik daar waar de antenne aan het apparaat vastzit. Dat die buik daar zit, heeft ermee te maken dat de antenne meestal aan een geleider vastzit.
Uitzenden gebeurt in gsm-stations (figuur 29) het meest efficiënt als een antenne een lengte heeft van l = ½λ. De staande golf heeft dan aan beide uiteinden een knoop; dat heeft ermee te maken dat deze zenderantennes aan de uiteinden nergens mee verbonden zijn. Er zijn soorten antennes waarvoor die precieze factoren niet kloppen, maar het is wel altijd zo dat bij resonantie de orde van grootte van de golflengte gelijk is aan die van de lengte van de antenne.



▶ **figuur 29** gsm-antennes op een dak

Voorbeeldopgave 6

Telefoonmaatschappijen hebben antennes op gebouwen geplaatst, die signalen naar telefoons sturen en ook signalen van telefoons ontvangen. Als iemand vanuit Maastricht belt met iemand in Groningen, wordt het signaal van zijn telefoon van een antenne in Maastricht naar een zendantenne in Groningen getransporteerd. Dat gebeurt via kabels tussen de stations, niet met golven die door de Maastrichtse zender de driedimensionale ruimte in worden gestuurd.

a Leg uit wat het voordeel is van het gebruik van golven in kabels in plaats van golven door de ruimte, wat de sterkte van het signaal betreft.

De frequentie van een bepaald telefoonsignaal is 900 MHz.

b Bereken de golflengte van de golven die van de telefoon naar de antenne gaan.

c Hoe lang moet een antenne zijn om het meest effectief uit te zenden bij 900 MHz?

Uitwerking

a Het voordeel is dat een golf in een kabel dezelfde amplitude houdt. In een eendimensionaal medium is een golf steeds op een andere plek, maar spreidt zich niet uit. Uitzenden in de ruimte zou een steeds kleinere amplitude opleveren, omdat bij de verspreiding over het oppervlak van een steeds grotere halve bol de energie steeds meer wordt verdeeld.

b In $v = \lambda \cdot f$ vul je de bekende waarden in: $3{,}00 \cdot 10^8 = \lambda \times 9{,}00 \cdot 10^8$. Dus $\lambda = 0{,}333$ m.

c Een halve golflengte, dus ongeveer 17 cm.

Staande elektromagnetische golven

Als een elektromagnetische golf is opgesloten in een beperkte ruimte ontstaan staande golven.

Voorbeeldopgave 7

In een magnetron is de frequentie van de geproduceerde elektromagnetische golven gelijk aan 2450 MHz. Bij alle wanden en ook bij het deurtje (waarin een metalen rooster zit) zijn knopen van de staande golf.

a Leg uit dat de staande golf die in de magnetron ontstaat, in geen enkele richting overeenkomt met de 'grondtoon'.

b Leg uit waarom in een magnetron het voedsel meestal ronddraait tijdens het opwarmen.

Uitwerking

a De golflengte van een elektromagnetische golf van deze frequentie is: $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{2{,}9979 \cdot 10^8}{2450 \cdot 10^6} = 0{,}1224$ m. Bij de grondtoon komt de lengte overeen met ½λ.

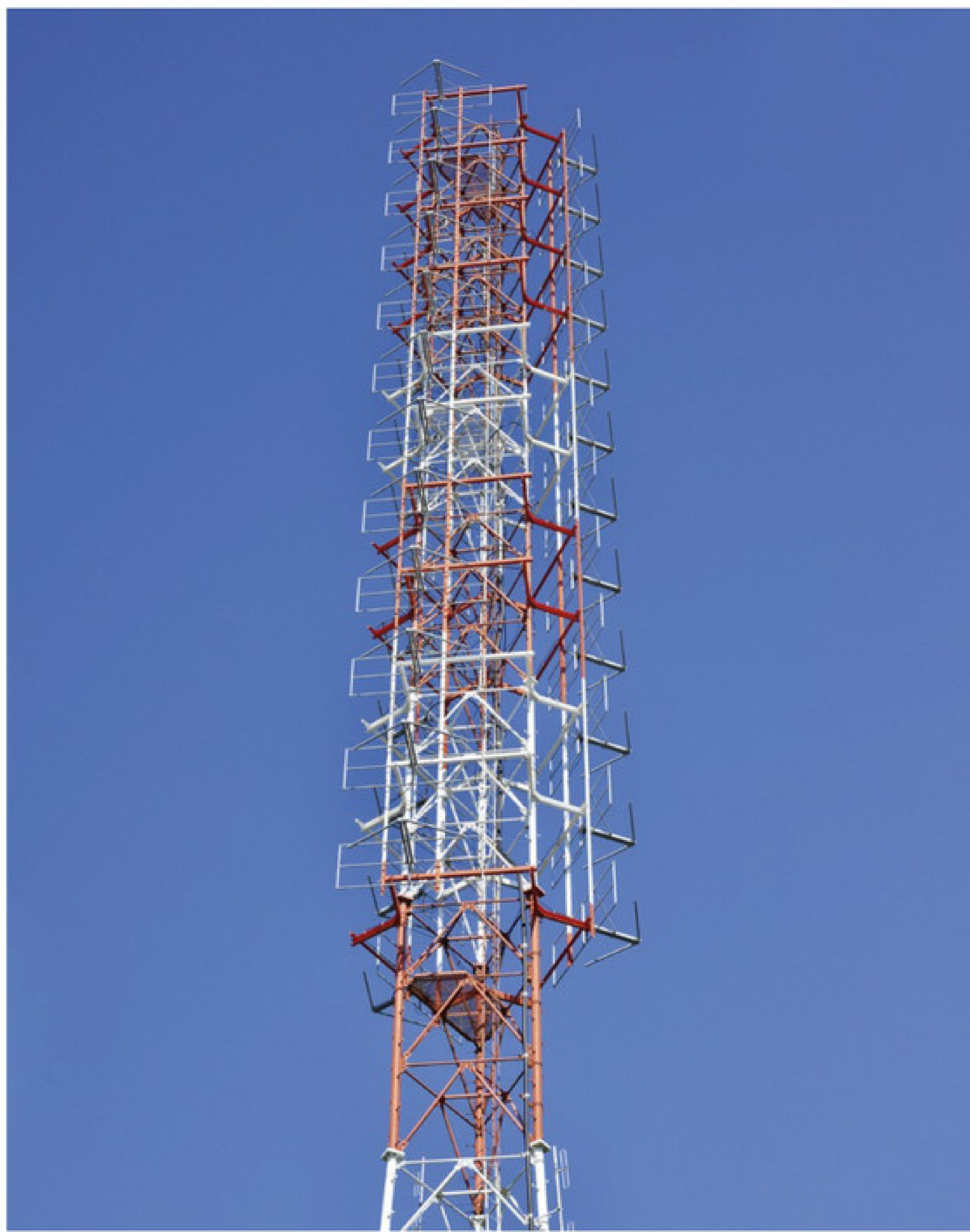
De afmeting is ongeveer 6 cm en een magnetron is in alle richtingen groter.

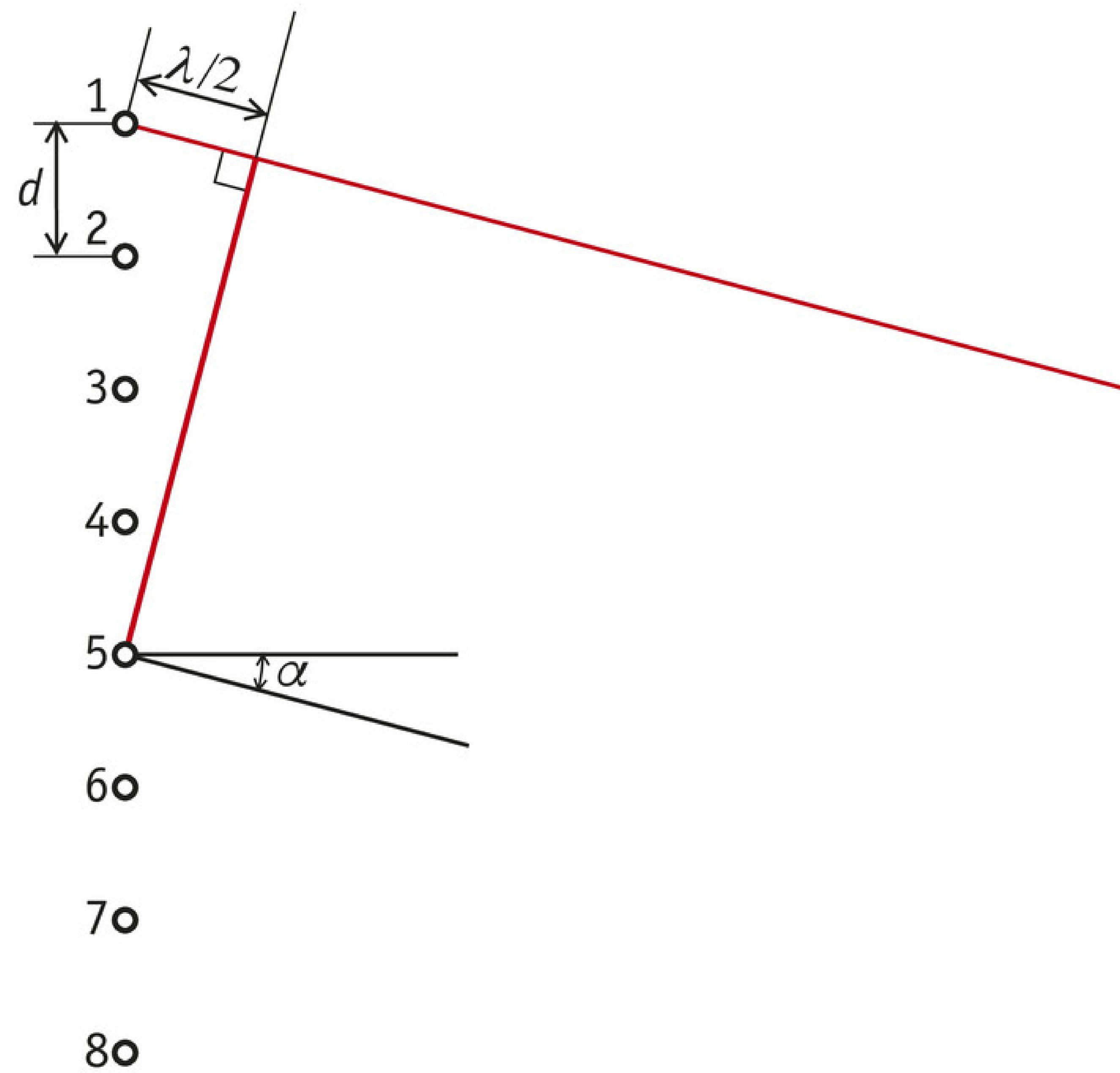
b In het staande-golfpatroon zijn er knopen en buiken. Als het voedsel niet zou bewegen, zou het op de posities van de buiken heel heet worden en bij de knopen niet. Als het voedsel beweegt, bevindt elk deel ervan zich soms bij een buik, soms bij een knoop. Het opwarmen gebeurt dan gelijkmatiger.

Zenderarray

Als een antenne van een telefoonmaatschappij simpelweg golven zou uitzenden met een enkele zender, dan zou de sterkte van het signaal snel afnemen met de afstand. Dan zou je vlak onder het gebouw een grote intensiteit meten en ver weg, op de plek waar iemand met een telefoon staat, een kleine intensiteit. Dat is allebei niet gunstig. Het is de bedoeling dat enkele kilometers ver een meetbare intensiteit overblijft, terwijl er niet veel recht naar beneden wordt gestuurd.

Om deze reden wordt meestal gewerkt met zenderarrays. De zender in figuur 30 bestaat uit een rij identieke zenders; vandaar de naam zenderarray. Die zenders zenden in fase hetzelfde signaal uit.





▲ **figuur 30** een zenderarray

Voor de sterkte van het totale signaal dat je meet op een bepaalde plek, hangt het er nu vanaf hoe de verschillende golven, afkomstig van elk van de antennes van de zenderarray, met elkaar samenwerken. Op alle punten *in het horizontale vlak* geldt dat de afstand van dat punt tot elk van de zenders gelijk is. Op die plek komen alle signalen in fase met elkaar aan. Ze versterken elkaar dus, er is constructieve interferentie. In punten in andere richtingen, boven of onder het horizontale vlak, komen de signalen uit fase aan doordat de afstand van het betreffende punt tot elk van de zendertjes verschillend is. Zo zijn er richtingen waar helemaal geen intensiteit wordt gemeten. Daar is de interferentie destructief.

Onthoud!

- In een cardiogram zie je de spanning die het hart afgeeft als functie van de tijd. De uitwijking van deze trilling heeft als eenheid volt.
- Elektromagnetische golven zijn transversale golven met voortplantingssnelheid $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m s^{-1}.
- Elektromagnetische golven zetten ladingen in beweging (bijvoorbeeld elektronen in een antenne).
- Ook op elektromagnetische golven zijn de begrippen ‘amplitude’, ‘frequentie’, ‘fase’, ‘lopende en staande golf’ en ‘constructieve en destructieve interferentie’ van toepassing. Harmonische golven worden ook in dit geval beschreven met een sinusfunctie.
- Een zenderarray is een reeks identieke zenders die hetzelfde signaal uitzenden; het resultaat is een signaal dat in bepaalde richtingen sterker is dan in andere richtingen.

Opdrachten

40 Lichtnet

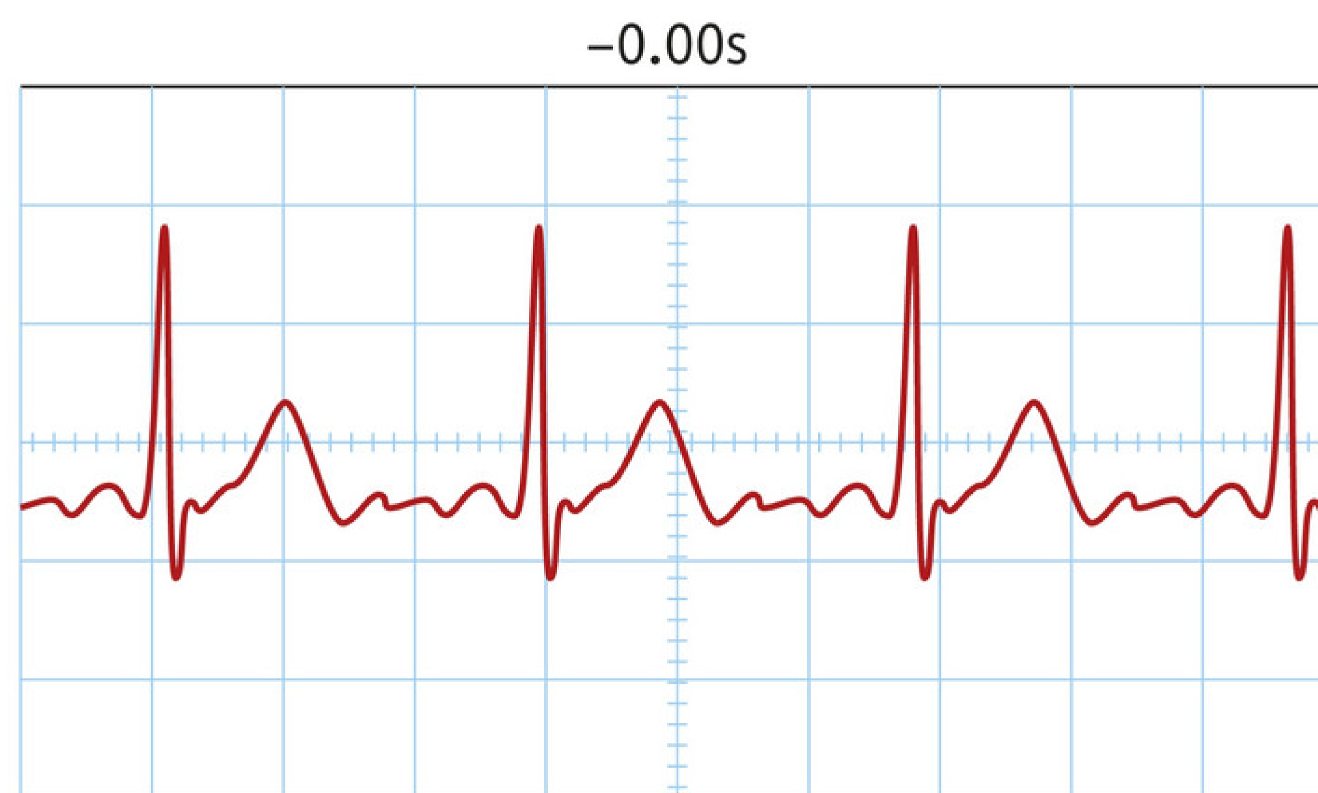
Op de fasekant van het stopcontact staat een spanning met frequentie 50 Hz en amplitude 325 V.

a Teken het (U,t)-diagram. Teken twee perioden.

b Geef de functie $U(t)$.

41 Pacemaker

Een patiënt heeft een pacemaker die het hart stimuleert als het ritme onder de 60 bpm (*beats per minute*) komt. In figuur 31 komt een schaaldeel op de tijdas overeen met 0,20 s. Bepaal het hartritme in figuur 31 en leg uit of de pacemaker hier heeft ingegrepen en nu kunstmatig het ritme bepaalt, of niet.



▲ **figuur 31** te langzaam?

42 Nobelprijswinnaar

De patiënt van het cardiogram van figuur 28 heeft een hartslag van 160. Het signaal op het beeldscherm aan de linkerkant is in werkelijkheid 20 cm breed.

a Bepaal met hoeveel milliseconden een centimeter op de foto overeenkomt.

Toen de Nederlandse arts Willem Einthoven de techniek van het elektrocardiogram ontwikkelde, probeerde hij twee problemen op te lossen. Die problemen hingen samen met de beperkingen van de meetinstrumenten uit die tijd: die konden geen heel kleine spanningen meten en ook niet snel reageren op veranderende waarden.

b Leg aan de hand van figuur 28 uit dat beide beperkingen een probleem waren.

43 Lichtgolven

Elektromagnetische golven bewegen met een zeer grote snelheid. De golflengte van licht is veel kleiner dan die van radiogolven.

a Leg met behulp van een formule uit dat golven met een grote voortplantingssnelheid en een kleine golflengte een hoge frequentie hebben.

Zichtbaar licht heeft een golflengte van rond de $6 \cdot 10^{-7}$ m.

b Bereken de frequentie van deze straling.

44 Beschrijving van een golf

Een elektrisch veld in een bepaald punt in de ruimte wordt beschreven met $E = E_{max} \cdot \sin(1{,}2 \cdot 10^{12} \cdot t)$.

a Bereken de frequentie van deze trilling.

Het elektrisch veld is afkomstig van een elektromagnetische golf.

b Bereken de golflengte van deze golf.

45 Antennes

In een antenne die een signaal ontvangt, gaan de vrije elektronen collectief meebewegen met het elektrisch veld van de elektromagnetische golf. Dit gebeurt bij elke frequentie, maar de amplitude van de trilling in de antenne hangt af van de lengte van de antenne en van de frequentie van de aankomende golf.

Telefoonverbindingen werken bij een frequentie van ongeveer 900 MHz. Bij radio is de frequentie rond de 200 MHz.

a Leg uit bij welke toepassing je de langste antenne verwacht: bij mobiele telefoons of bij autoradio's.

b Leg uit of de uitkomst klopt met wat je in de praktijk ziet.

46 Telefoonzender

De antennes van figuur 29 zenden straling uit met een golflengte van 33 cm, dus ½*λ* = 17 cm. Toch is dit soort rechthoekige dozen op daken veel groter. De regel dat de lengte overeenkomt met een halve golflengte, lijkt niet te kloppen.
Leg uit waarom de zenders op gebouwen zo groot zijn.

+47 Matrixzender

Met een zenderarray kun je ervoor zorgen dat een elektromagnetische golf niet in alle richtingen wordt uitgezonden, maar vooral in een vlak, bijvoorbeeld het horizontale vlak. Er zijn ook zenders die uit een matrix van identieke zenders bestaan: van links naar rechts en van boven naar onder is er een oppervlak bestaande uit zenders die in fase hetzelfde signaal uitzenden.
Leg uit wat de functie van zo'n matrixzender is.

+48 Toongenerator voor een gehoortest

Als je in de klas wilt testen wie hoge tonen goed hoort, kun je een toongenerator gebruiken. Daarin zit een zogenoemde RC-kring die de frequentie bepaalt. De *R* is een weerstand, de *C* een condensator. Deze heeft een bepaalde 'capaciteit', een grootheid die je uitdrukt in de eenheid farad.

a Druk de eenheid van *RC* uit in SI-basiseenheden. Gebruik Binas.

b Beredeneer aan de hand van je antwoord bij opdracht a of je voor het verhogen van de frequentie de waarde van *RC* moet verkleinen of vergroten.

6 Informatieoverdracht

In deze paragraaf leer je:
- de werking van AM en FM beschrijven;
- het verschil tussen bits en bytes uitleggen;
- rekenen met de begrippen 'bemonsteringsfrequentie' en 'data transfer rate'.

Als je met elkaar praat, draag je informatie over via geluidsgolven. Met een afwisseling van klanken vorm je woorden. Als je via de telefoon praat, wordt dezelfde informatie via elektromagnetische golven verzonden. Ook dan moet er variatie in de golven zijn, anders is er geen informatieoverdracht.

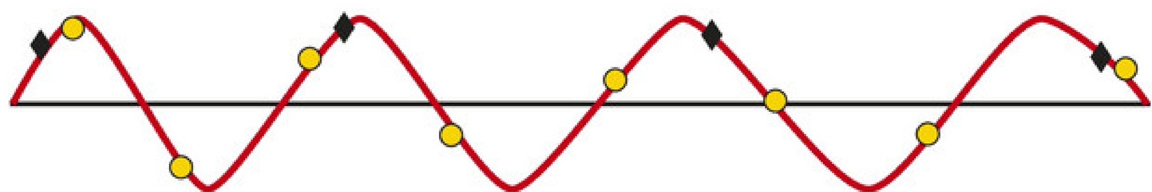
Hoeveelheid informatie

In een golf met een vaste frequentie en amplitude zit niet veel informatie opgeslagen. Als je zo'n golf ontvangt, kun je daar maar twee gegevens uit halen: frequentie en amplitude. Dit geldt zowel voor een geluidsgolf in je oor als voor een elektromagnetische golf die je telefoon ontvangt. Het patroon in figuur 33a is zo'n 'vlakke golf' die voor informatieoverdracht te weinig variatie vertoont.

Hoe meer informatie je wilt verzenden, hoe ingewikkelder de golf moet zijn. Het geluid van muziek bestaat uit golven van verschillende frequenties met verschillende amplitudes. Een mens kan frequenties horen tussen 20 en 20 000 Hz en een verschil opmerken van 1 Hz tussen twee opeenvolgende tonen. Door van 20 000 frequenties de amplitude te geven, leg je genoeg informatie vast om het geluid precies weer te geven voor het menselijk oor.

Bemonsteringsfrequentie

Als je de aanwezigheid van frequenties tot 20 000 Hz in een geluidsfragment wilt bepalen, moet de uitwijking van de totale trilling minstens 40 000 keer per seconde worden vastgelegd. Het aantal metingen per seconde noem je de **bemonsteringsfrequentie** of *sampling rate*. Figuur 32 illustreert waarom er ten minste twee keer zo veel punten als de maximale frequentie worden vastgelegd. Als je alleen de uitwijking op de tijdstippen van de zwarte ruitjes zou weten, zou je denken dat het signaal helemaal niet verandert in de tijd. Bij de rondjes gaat het wel goed.



▲ **figuur 32** Met een te lage bemonsteringsfrequentie (zwart) mis je informatie.

Bits en bytes

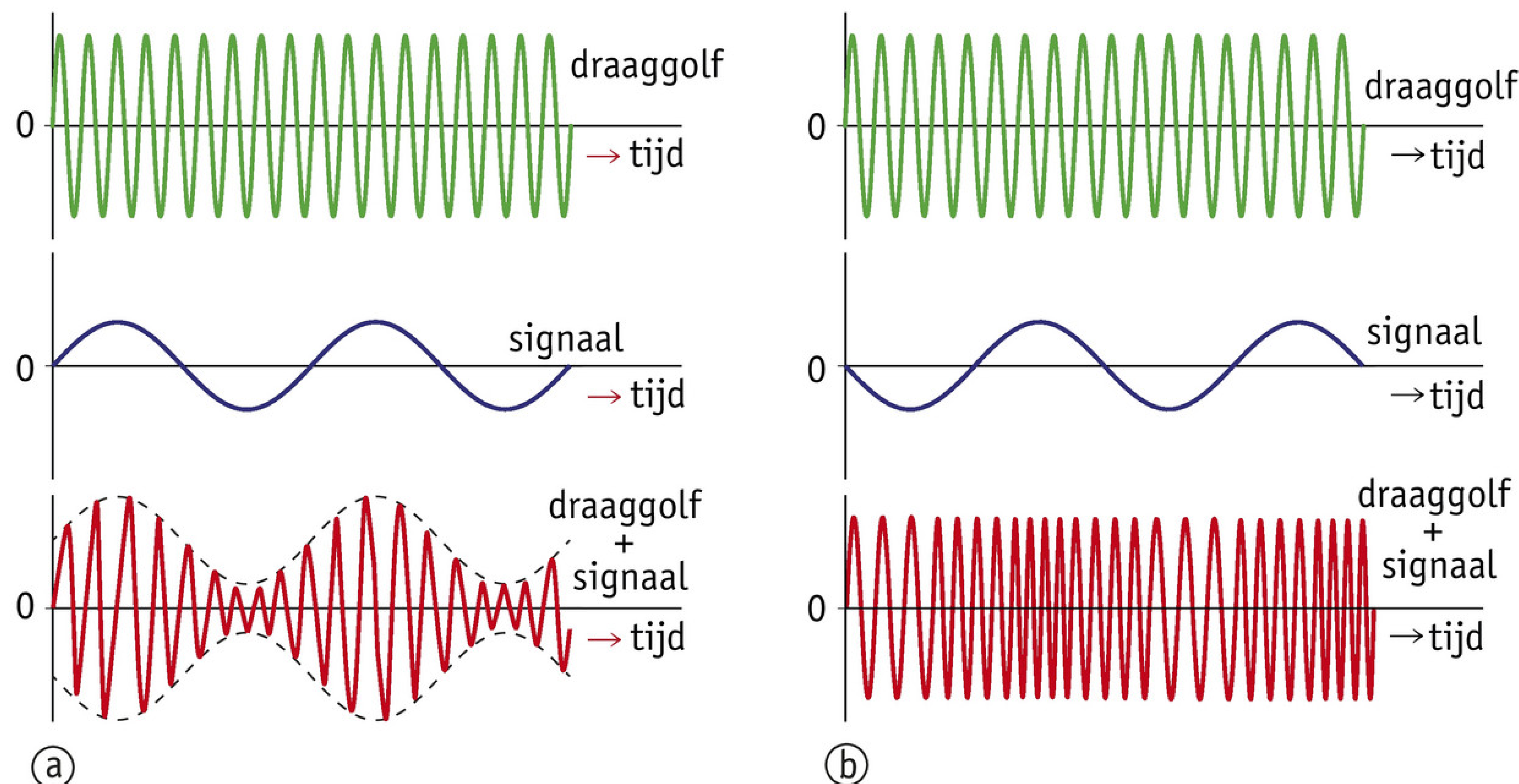
Tegenwoordig wordt informatie vaak *digitaal* vastgelegd of doorgegeven. Dan zijn de waarden die een grootheid kan aannemen beperkt tot nul en een. **Digitale codering** is het proces waarbij een continu signaal, dat alle waarden kan aannemen, wordt omgezet in een serie nullen en enen. De hoeveelheid informatie moet daarbij niet veranderen: als je digitaal wilt doorgeven wat de amplitude is van 20 000 frequenties, dan zijn dat nog steeds 20 000 'stuks informatie'.
De kleinste eenheid voor een hoeveelheid informatie is de **bit**: een getal dat de waarde 0 of 1 heeft. De afkorting is een kleine letter b. Met twee bits heb je vier mogelijke codes: 00, 01, 10 en 11. Met *n* bits heb je 2^n mogelijkheden, omdat elke extra bit de waarde 0 of 1 kan aannemen. Met acht bits heb je 256 codes en kun je alle letters, cijfers en leestekens een aparte code geven. Een groepje van acht bits heet een **byte**, afgekort met een hoofdletter B. De hoeveelheid informatie in een tekst of een ander bestand wordt weergegeven in bytes, kilobytes (kB), megabytes (MB), gigabytes (GB) of terabytes (TB). Elke volgende benaming stelt een duizend keer zo grote hoeveelheid voor.
Enkele voorbeelden van hoeveelheden informatie:

- Voor een paar regels tekst hoef je alleen te zeggen welk teken er komt te staan op elke positie. Daarom bevat zo'n bestand slechts enkele honderden bytes aan informatie.
- In een tekstverwerkingsprogramma moeten ook lettertype en grootte van de letter worden vastgelegd. Zo'n bestand is groter dan een bestand met platte tekst, al snel enkele kilobytes.
- Voor muziekbestanden van goede kwaliteit is per seconde 88,2 kB informatie nodig. Voor telefoonkwaliteit is dat 3 tot 4 kB.
- Voor een scherpe afbeelding moet van miljoenen pixels de kleur worden vastgelegd en zo kom je op megabytes voor een professionele foto.
- Bij bewegend beeld (zoals bij tv, film of games) is van belang hoe vaak het beeld per seconde wordt ververst. Afhankelijk van de lengte van een filmfragment kom je al snel op gigabytes voor een speelfilm.

Versturen van informatie

Het overzenden van radio-, telefoon-, internet- en televisiesignalen werkt met een **draaggolf**. Dit is een golf met een vaste frequentie. Door kleine variaties aan te brengen, kun je er extra informatie in stoppen. Per halve periode kun je twee dingen veranderen: de hoogte van een golf en de periode. Dit is geïllustreerd in figuur 33. Het veranderen van de hoogte heet **amplitudemodulatie** (AM). Een negatieve waarde van het signaal komt overeen met een verlaging van

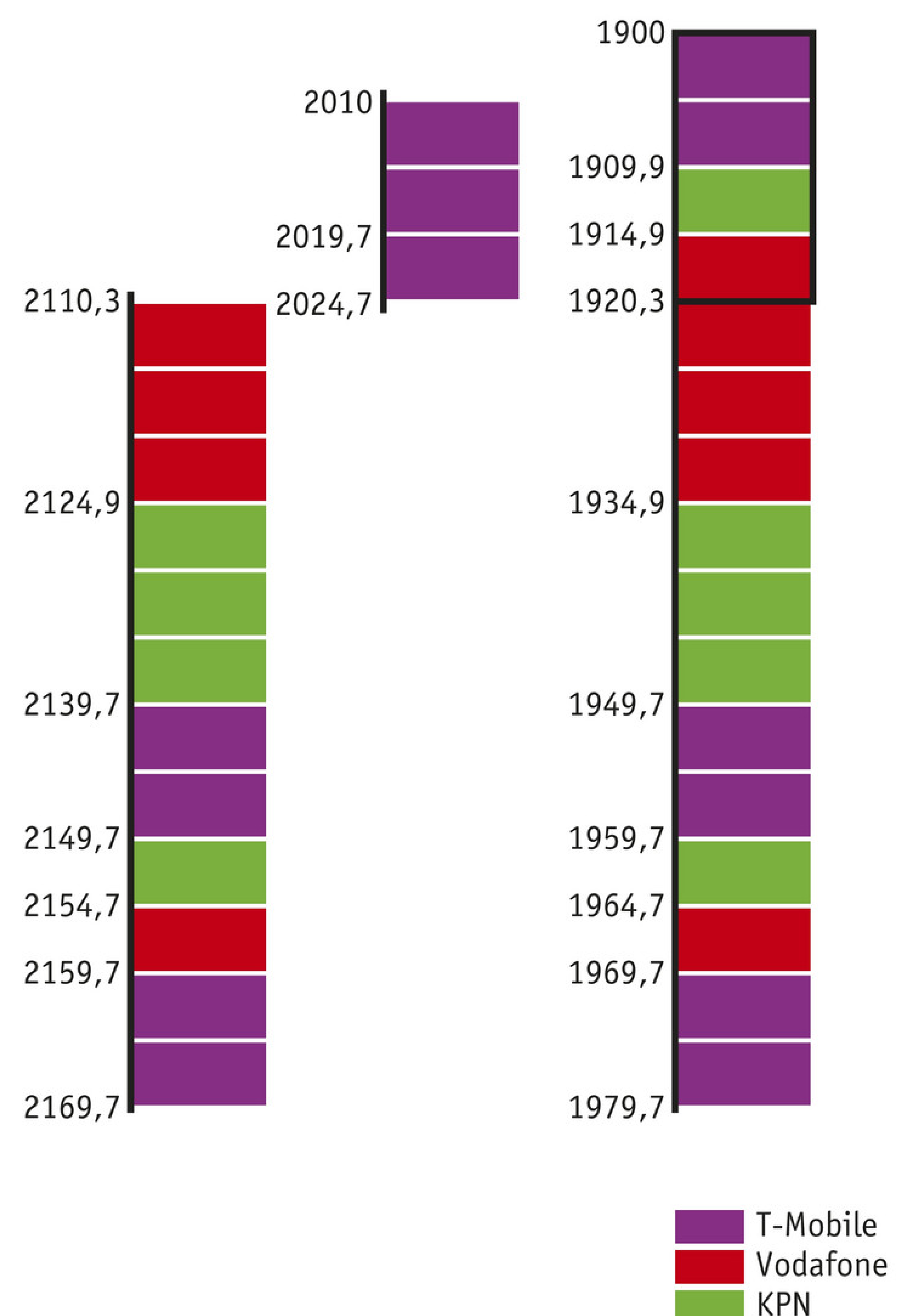
de amplitude. Het veranderen van de breedte heet **frequentiemodulatie** (FM). Een negatieve waarde van het signaal komt overeen met een verkleining van de frequentie. Overigens geeft figuur 33 wel het principe weer van AM en FM maar niet de verhouding: een typische frequentie van een draaggolf van een telefoonsignaal is 900 MHz. Als daarmee het signaal van geluid van 9000 Hz wordt doorgegeven, is de variatie in frequentie een honderdduizendste deel van de frequentie. De middelste grafiek in figuur 33 met het ‘signaal’ zou dus veel breder uitgerekt moeten zijn.



▲ **figuur 33** AM (links) en FM (rechts)

Bij een draaggolf van 900 MHz kun je zo in principe honderden miljoenen gegevens per seconde versturen. In de praktijk heeft een telefoonaanbieder de beschikking over een bepaalde band: een deel van die frequenties. In figuur 34 zie je dat voor UMTS-frequenties; dat is het soort draaggolf waarmee mobiel internet wordt verzorgd. De breedte van zo'n band bedraagt 5 tot 25 MHz. Je zegt dan dat het bedrijf beschikt over die **bandbreedte**.

Aanbieders proberen de kosten omlaag te brengen, bijvoorbeeld door het stemgeluid bij telefonie niet tot 20 000 Hz door te geven. De menselijke stem is heel goed verstaanbaar als het signaal tot maar 4000 Hz gaat. Voor mobiel internet is een grotere bandbreedte nodig dan voor bellen.



▶ **figuur 34** de verdeling van bandbreedten in MHz onder de aanbieders van telecom

▶ **EXPERIMENT 3** Telefoonverbindingen (onderzoekspracticum)

De beschikbare ruimte wordt op twee manieren verder verdeeld. Een antenne zoals je die ziet in figuur 29 bedient een ‘cel’. Dat is een gebied van enkele honderden meters tot enkele kilometers groot. Binnen dit gebied gebruikt een aantal mensen tegelijkertijd een telefoon. De frequentieband van de aanbieder wordt verdeeld in kanalen. Elke gebruiker krijgt de beschikking over een kanaal, dus een deel van de frequentieband.

Als je beschikt over een bredere band, kun je meer gegevens per seconde verzenden. De **data transfer rate** (ook wel bitrate genoemd) druk je uit in megabits per seconde (Mb s^{-1}).

Voorbeeldopgave 8

Lofar (*low-frequency array*) is een netwerk van radio-ontvangers, bedoeld om radiogolven uit de ruimte te detecteren. Daarvoor geldt:

- Elke ontvanger detecteert radiogolven met een frequentie tussen 0 en 32 MHz.
- Per ontvangen frequentiegebiedje van 1 Hz zijn 32 bits nodig.
- De totale data transfer rate van de ontvangers naar de centrale computer is in de orde van grootte van 10 Tb s^{-1}.

Beredeneer op grond van deze gegevens uit hoeveel ontvangers het Lofar-netwerk bestaat. Tientallen, honderden, …?

Uitwerking

Elke ontvanger legt per seconde ten minste $32 \times 32 \cdot 10^6$ Mb = 1 Gb vast en verzendt dus 1 Gb s^{-1} naar de centrale computer. 1 Tb s^{-1} is gelijk aan 10^3 Gb s^{-1}, dus het aantal ontvangers is van de orde van grootte van $\frac{10 \times 10^3}{1} = 10^4$.

Om te voorkomen dat verschillende telefoons hetzelfde signaal oppikken, is het nodig dat tussen twee kanalen een frequentiegebiedje ongebruikt blijft. Dit heet **kanaalscheiding**.

Onthoud!

- Informatie wordt verzonden via een elektromagnetische draaggolf. Je kunt informatie versturen door van de draaggolf de amplitude te moduleren (AM) of de frequentie te moduleren (FM).
- De hoeveelheid informatie druk je uit in bits (b) of in bytes (B): 1 B = 8 b.
- Als je geluid tot een bepaalde frequentie wilt vastleggen, heb je een twee keer zo grote bemonsteringsfrequentie nodig. Dat is het aantal malen per seconde dat een uitwijking wordt vastgelegd.
- Als je veel informatie per seconde verzendt of ontvangt, is de data transfer rate groot.
- Hoe groter de benodigde data transfer rate, hoe groter de benodigde bandbreedte.

Opdrachten

49 Vibrato

Vibrato (afgeleid van het Italiaanse *vibrare*: trillen) is een muzikaal effect, bijvoorbeeld bij violen, dat wordt veroorzaakt door het periodiek variëren van de hoogte van een toon. Leg uit of dit effect de meeste overeenkomst vertoont met AM- of met FM-signalen.

50 Bits en bytes

Zet op volgorde van hoeveelheid informatie, beginnend bij de laagste waarde.

A 10 b
B 6 b
C 1 TB
D 100 GB
E 1 B

51 Autosleutel
Een autosleutel zendt de opdracht om de deuren van het slot te halen naar de auto met een draaggolf met frequentie 433 MHz. Ruud zegt: “Zo’n autosleutel hoeft maar één bit informatie door te zenden: 0 is dicht, 1 is open.”
Leg uit dat Ruud zich vergist.

52 Zendantenne
Een band van een telecomaanbieder loopt van 2110,3 tot 2124,9 MHz. De zendantenne bestaat uit een rij identieke zenders die elk een lengte ½λ hebben.
a Bereken in millimeters nauwkeurig de lengte die een antenne moet hebben zodat bij het midden van de band de resonantie optimaal is, en het zendvermogen dus ook.
b Beredeneer of zo’n enkele zender over de hele bandbreedte goed zal werken, of alleen bij het midden van de band.

Alle zenders van de rij zenden in fase hetzelfde signaal uit. In horizontale richting is het totale signaal het sterkst door constructieve interferentie, in andere richtingen zwakker door destructieve interferentie.
c Beredeneer of deze zenderarray alleen bij het midden van de band precies in horizontale richting het grootste vermogen uitzendt, of dat dit voor de hele band geldt.

53 Onderzeeër
Lees de volgende tekst van Wikipedia over *Extremely Low Frequency* (ELF). Deze elektromagnetische straling heeft golflengten tussen de $1 \cdot 10^4$ km en $1 \cdot 10^5$ km.
“ELF werd gebruikt door de US Navy om te communiceren met ondergedoken duikboten. Vanwege de elektrische geleiding van zeewater worden duikboten afgeschermd van de meeste elektromagnetische communicatie. Signalen in het ELF-frequentiebereik kunnen echter veel dieper doordringen. De noodzakelijk lage bandbreedte van de meeste ELF-communicaties beperkt hun gebruik als communicatiekanaal; algemeen dient een ELF-signaal om te verzoeken dat een onderzeeër aan de oppervlakte komt, en om een andere vorm van contact te beginnen.”
a Leg uit dat onderzeeërs onzichtbaar zijn voor een radarsysteem. Tip: gebruik dat elektrische velden niet goed doordringen in geleiders.
b Bereken de frequentie van het midden van de ELF-band.
c Leg uit dat bij die frequentie van de draaggolf de bandbreedte eromheen noodzakelijkerwijs heel beperkt is.

+54 Oogzenuw
Een oogzenuw van een mens heeft een data transfer rate van 1,25 MB s^{-1}.
Stel dat een mens alle visuele informatie die binnenkomt zou onthouden.
a Maak een schatting van de hoeveelheid geheugenruimte die een mens dan zou hebben.
b Geef een argument voor de bewering: “Het is aannemelijk dat de gehoorzenuw een kleinere data transfer rate zal hebben dan de oogzenuw.”

55 Hoortoestel
Een man van 70 zegt: “Met een duurder apparaat zeggen ze dat ik weer zou kunnen horen als een achttienjarige. Maar ik vind het goed genoeg als ik weer zo goed hoor als een veertiger zonder gehoorproblemen. Dat kan met een goedkoper apparaat.”
Leg uit hoe de bemonsteringsfrequenties van het duurdere en het goedkopere hoortoestel verschillen.

Eindopdracht

56 Vleermuizen en echolocatie

Er bestaan vleermuissoorten die via echolocatie hun weg vinden en prooien opsporen. Ze zenden een geluidssignaal uit en vangen de echo op. Verschillende soorten vleermuizen doen dat via verschillende principes.

Enkele (ingekorte) stukjes uit *Fantasie van de Schepping*, Werner Nachtigall:

"De muisoorvleermuis (figuur 36) zendt per seconde ongeveer een dozijn knakgeluidjes door zijn bek uit. Die duren $\frac{1}{300}$ s per impuls. Als hij dichter bij een prooi komt, worden de pulsjes korter. Doordat de maximale frequentie die in het signaal zit 120 kHz bedraagt, leveren vliegjes met een vleugelspanwijdte van 2,5 mm nog een bruikbare echo op.

Hoefijzerneusvleermuizen (figuur 35) zenden geluid uit door hun neusgaten. Dit zijn vrijwel zuivere tonen met een frequentie van 100 kHz die tot wel $\frac{1}{10}$ s duren. De afstand tussen de neusgaten is 1,5 mm. De golven uit beide neusgaten versterken elkaar op sommige punten en verzwakken elkaar op andere punten. Naar voren is er optimale versterking, recht naar opzij optimale verzwakking."

Als een muisoorvleermuis niet vlak bij de prooi de knakjes korter zou laten duren, zou er een probleem ontstaan.

a Leg uit dat de heen- en teruggaande signalen niet meer kunnen worden onderscheiden.

b Bereken vanaf welke afstand een muisoorvleermuis de standaardklikjes moet verkorten.

Je krijgt een bruikbare echo als de golflengte van de geluidsgolf kleiner is dan het object.

c Controleer de bewering in het stukje tekst over vliegjes.

Dolfijnen gebruiken voor echolocatie frequenties tot wel 200 kHz.

d Leg uit waarom dolfijnen een hogere frequentie nodig hebben dan vleermuizen om even grote voorwerpen te kunnen waarnemen.

e Hoe heet het principe waarvan de hoefijzerneusvleermuis gebruikmaakt als hij zorgt dat een zuivere toon opzij van hem wordt verzwakt?

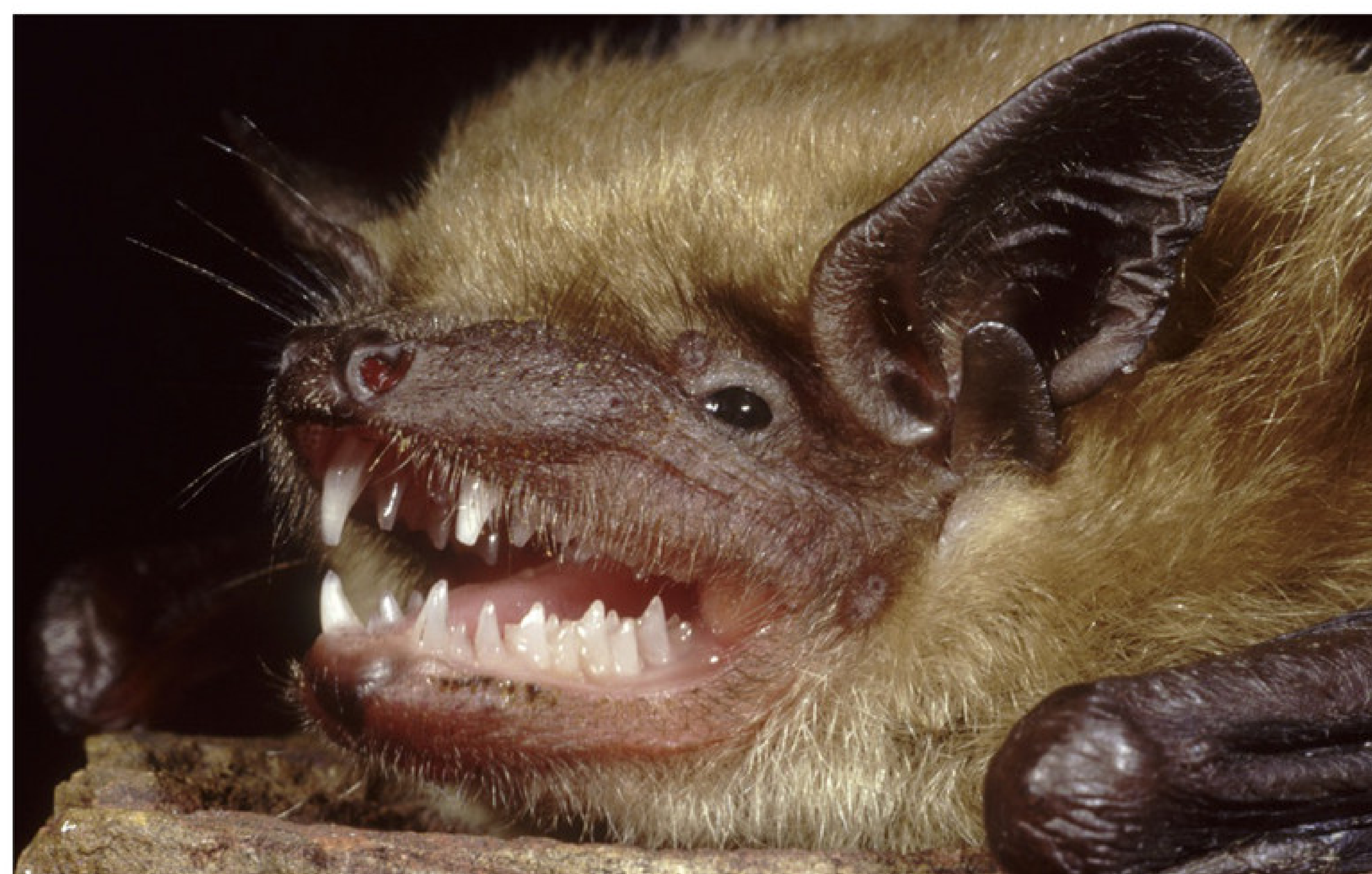
Korte geluiden zoals klappen, klikjes of knakjes, zijn samengesteld uit heel veel frequenties.

f Leg uit dat het versterken en verzwakken van geluiden afhankelijk van de richting niet zou werken bij knakgeluidjes.

g Laat met een berekening zien dat de twee signalen van hoefijzerneusvleermuizen die in fase door beide neusgaten worden uitgezonden, recht naar opzij elkaar verzwakken.



◀ **figuur 35** een hoefijzerneusvleermuis



▲ **figuur 36** een muisoorvleermuis

7 Practicum

EXPERIMENT 1 Bewegende vlam (begripspracticum)

Inleiding
Met een toongenerator en een luidspreker kun je een zuivere toon produceren. Het geluid wordt gekenmerkt door de toonhoogte en de geluidsintensiteit. Je zou kunnen denken dat de luidspreker een luchtstroom opwekt, die van de luidspreker af beweegt. Je zou ook kunnen denken dat de lucht zich niet over grote afstand verplaatst en dat alleen de trillende beweging steeds verderop plaatsvindt.

Onderzoeksvraag
Hoe beweegt de lucht voor een luidspreker?

Benodigdheden
toongenerator; luidspreker; kaars

Uitvoering
- Zet de brandende kaars op enkele decimeters van de luidspreker.
- Laat een zuivere bromtoon klinken.
- Varieer de toonhoogte en de geluidsintensiteit van het geluid.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Gitaar en stroboscoop (apparatuurpracticum)

Inleiding
Een stroboscoop geeft lichtflitsen af. In een donkere ruimte kun je een voorwerp alleen zien als er een lichtflits is. Zo kun je bepalen met welke frequentie een snaar trilt: als de flitsfrequentie precies overeenkomt met de frequentie waarmee de snaar trilt, treft het licht de snaar steeds in dezelfde positie. Tussen twee flitsen heeft de snaar een keer heen en weer bewogen, maar dat zie je niet in het donker. De snaar lijkt dan stil te staan. Met de dubbele flitsfrequentie lijken er twee snaren te zijn.

Onderzoeksvraag
Met welke frequenties trilt een gitaarsnaar?

Benodigdheden
gitaar (of vergelijkbaar snaarinstrument); stroboscoop

Veiligheid
Als iemand af en toe last heeft van een epileptische aanval, moet diegene het lokaal verlaten. De lichtflitsen kunnen een aanval veroorzaken.

Uitvoering
- Sla een snaar aan en stel de flitsfrequentie zo in dat de snaar stil lijkt te staan.
- Bekijk wat je ziet bij veelvouden van de frequentie.
- Duw de snaar op een derde van zijn lengte in en herhaal de metingen.
- Laat iemand die gitaar kan spelen een flageolettoon spelen: sla een snaar aan en leg vervolgens een vinger op bijvoorbeeld een derde van de snaar, zonder de vinger aan te duwen. Zoek met behulp van de stroboscoop uit met welke frequentie de snaar door blijft trillen.

Verwerking

1. Welke veelvouden van de grondtoon komen voor bij een aangeslagen snaar?
2. Met welke factor verandert de frequentie van de grondtoon als je de snaar op een derde van zijn lengte induwt?
3. Welke factor zit er tussen de grondtoon van de snaar en de flageolettoon die je krijgt als je je vinger voorzichtig op een derde van de snaar legt?

Conclusie

4. Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 3 Telefoonverbindingen (onderzoekspracticum)

Inleiding
Vaste telefoonlijnen geven geluiden met frequenties van 300 Hz tot 3400 Hz door. Bezuinigen aanbieders van mobiele telefonie nog meer op de bandbreedte? Of hangt dat van de aanbieder af?

Onderzoeksvraag
Welke frequenties worden doorgegeven via telefoonverbindingen?

Benodigdheden
twee telefoons (of meer, voor een vergelijkend onderzoek); toongenerator met luidspreker; microfoon; oscilloscoop

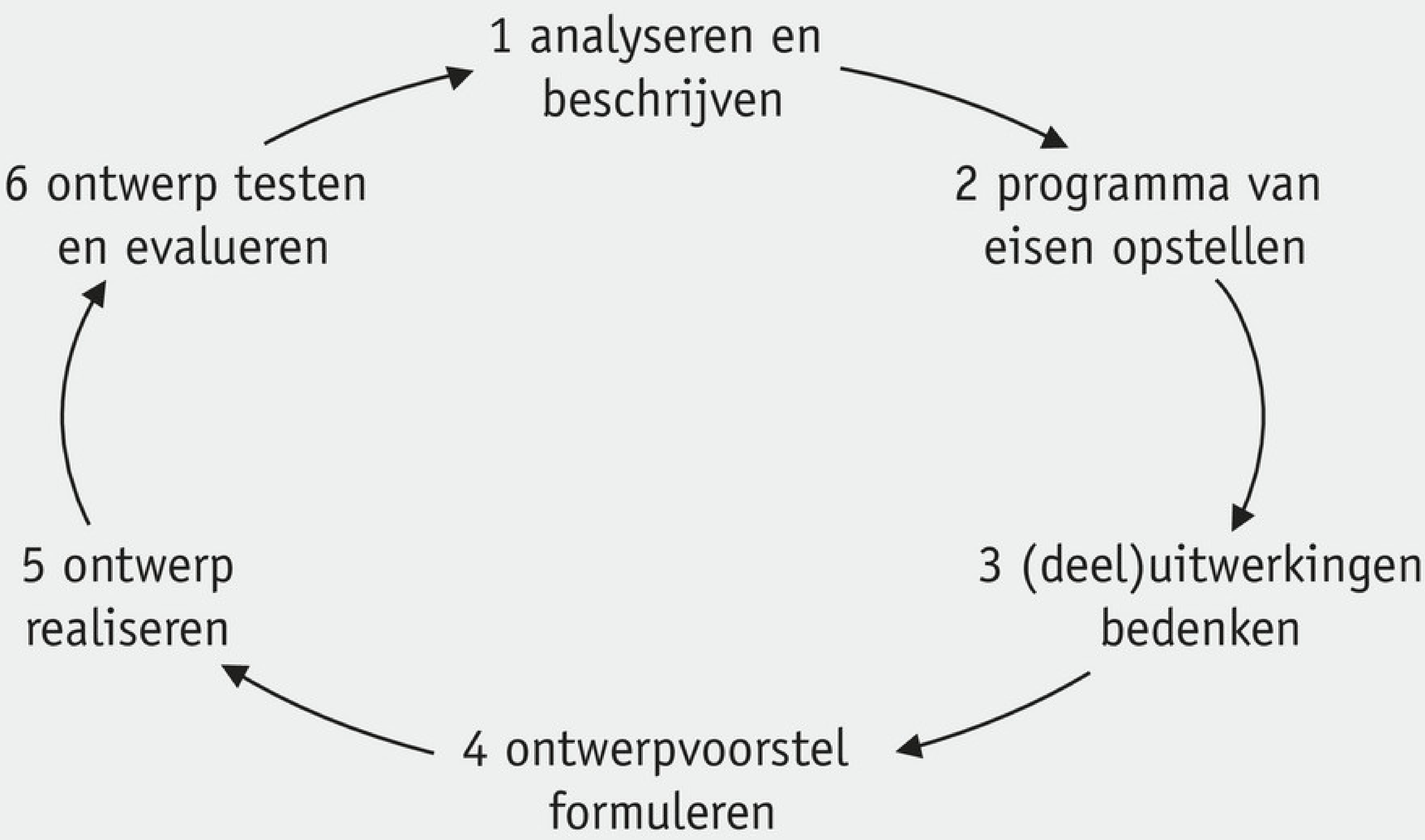
Uitvoering
- Zet de ene telefoon in een ruimte met de toongenerator en luidspreker. Zet de andere telefoon in een andere ruimte met de microfoon en oscilloscoop.
- Maak een verbinding tussen beide telefoons. Zorg ervoor dat het geluid dat bij de zender wordt gemaakt, niet op een andere manier naar de ontvanger kan komen.
- Varieer aan de zendkant de frequentie van de toon van laag naar hoog. Houd de telefoon bij de luidspreker.
- Registreer aan de andere kant de geluiden die binnenkomen. Noteer bij welke lage toon het eerste signaal doorkomt en bij welke hoge toon er niets meer doorkomt.

ONDERZOEK Een muziekinstrument bouwen

Inleiding
Met eenvoudige middelen zoals blikjes, flessen, ballonnen en elastiekjes, kun je een muziekinstrument bouwen. Zeker als je de stappen van de ontwerpcyclus (figuur 37) volgt, kan deze opdracht worden uitgevoerd in de vorm van een ontwerponderzoek.

Dit zijn de ontwerpeisen:
- Het instrument maakt minimaal de tonen c, d, e, f, g.
- Het instrument is te stemmen.
- Het klinkt luid.

Opdrachten
- Maak een bouwtekening met uitleg en berekeningen, let daarbij op originaliteit.
- Bouw het instrument.
- Onderzoek welke tonen en boventonen het instrument produceert.
- Speel een liedje en film dat optreden.



▲ **figuur 37** ontwerpcyclus

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 8

Elektrische en magnetische velden

Veel moderne techniek is gebaseerd op het gebruik van elektrische en magnetische velden. In het verleden werden deze twee velden als twee verschillende fenomenen gezien, maar inmiddels is duidelijk dat ze sterk met elkaar verbonden zijn. Dit hoofdstuk beschrijft wat de eigenschappen zijn van elektrische en magnetische velden. Daarbij is er steeds aandacht voor oude en nieuwe technische snufjes, die zonder deze natuurkundige kennis niet zouden bestaan: van muziekinstrumenten en microfoons, dynamo's en elektromotoren, tot magneetzweeftreinen en deeltjesversnellers.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Maak de online Voorkennistoets voordat je aan dit hoofdstuk begint.

Praktijk

Versterkte gitaren

Bij de bigbands die begin twintigste eeuw optraden op dansfeesten, speelden gitaren een ondergeschikte rol. Koperblazers en slagwerk waren dominant. Akoestische gitaren klinken relatief zacht. Met een microfoon, een versterker en een luidspreker kun je er wel voor zorgen dat het geluid van gitaren harder klinkt in een zaal. Het geluid van een versterkte akoestische gitaar – dat bestaat uit luchtrillingen – wordt opgevangen door de microfoon, die het signaal doorstuurt naar de versterker. Bij de moderne elektrische gitaar ontstaat het signaal op een heel andere manier.



Versterkt akoestisch en semi-akoestisch

Vanaf de jaren 1910 werden microfoons gebruikt om gitaren te versterken. De trillende snaren van akoestische instrumenten wekken luchttrillingen op. Door die luchttrillingen gaat in een microfoon een magneetje bewegen ten opzichte van een spoel, waardoor elektrische signalen ontstaan. Deze worden versterkt en door een luidspreker in een zaal weergegeven.
Er bestaat ook een techniek waarbij niet de luchttrilling, maar de trilling van het hout van de klankkast wordt opgevangen. Hiervoor wordt een 'piëzo-elektrisch element' gebruikt, een kristal waarin een elektrische spanning ontstaat als het wordt samengedrukt. Dit element zit tegen het hout aan. Een instrument waarbij trillingen zo worden opgevangen, wordt 'semi-akoestisch' genoemd.

De technieken voor het opvangen van akoestische trillingen zijn redelijk gevoelig voor 'rondzingen': een storing wordt opgevangen, die wordt door de luidspreker versterkt weergegeven en opnieuw opgevangen, zodat een uit de hand lopende pieptoon ontstaat. Tegenwoordig is dat goed onder controle te krijgen en versterkte akoestische gitaren en semi-akoestische gitaren worden in sommige muziekstijlen vaak gebruikt, bijvoorbeeld door folkzangers en singer-songwriters.

Solid body

Bij het ontstaan van het geluid van de elektrische gitaar spelen luchttrillingen helemaal geen rol. Een elektrische gitaar wordt ook wel *solid body* genoemd, omdat er geen klankkast is. De trillingen van de snaar worden door een gitaarelement direct omge-



▲ **figuur 1a** een *single coil* element met zes magneten: onder elke snaar één



▲ **figuur 1b** de plaats van het single coil element (hier wit) in een elektrische gitaar

zet in elektrische signalen. Naast een spoel en een magneet, zoals die ook in microfoons zitten, zijn de snaren zelf hiervoor een essentieel onderdeel. Het gitaarelement vond in 1946 zijn vervolmaking. Er zijn zes magneten, onder elke snaar één (de ronde stukjes metaal in figuur 1a). Deze magneten maken de stalen snaren vlak erboven (figuur 1b) ook magnetisch. Als de snaren trillen, zijn ze van de spoel uit gezien 'bewegende magneten'. Hun voortdurend veranderende magneetveld wekt een inductiespanning op in de spoel.

De uitvinders: muzikanten aan het roer

Meerdere Amerikanen droegen in de eerste helft van de twintigste eeuw bij aan de ontwikkeling van de elektrische gitaar. George Beauchamp en Adolph Rickenbacker maakten vanaf 1934 elektrische violen en *lap steel*-gitaren. Deze waren hol, dus ze hadden nog een klankkast, en werden plat op schoot gehouden (figuur 3). De magneten waren grote hoefijzermagneten.

Beauchamp en Rickenbacker hadden met hun bedrijf Electro String moeite een patent te krijgen op de lap steel-gitaar. Het patentbureau kende wel de categorieën 'muziekinstrumenten' en 'elektrische apparaten', maar niet de categorie 'elektrische muziekinstrumenten'. Leo Fender en Les Paul maakten in de jaren 1940 de eerste echte solid body elektrische gitaren en basgitaren. Het uiterlijk en de klank van deze instrumenten is zeer herkenbaar als elektrische gitaar en het ontwerp is sindsdien nauwelijks veranderd.

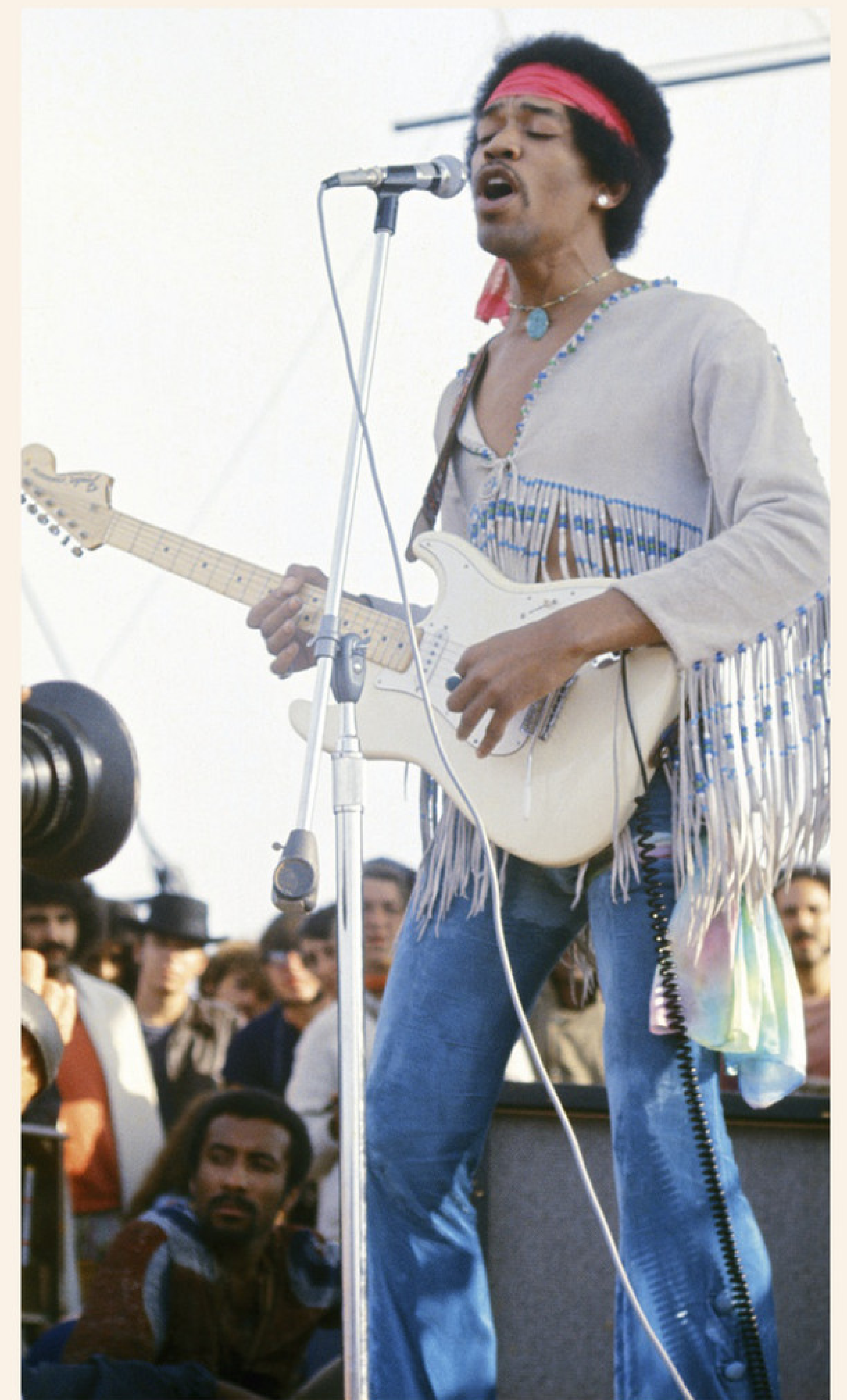


▲ **figuur 2** Seasick Steve maakt zelf gitaren van afvalmateriaal.



▲ **figuur 3** Dit type lap steel-gitaar had de bijnaam *frying pan*.

"De magneten magnetiseren de snaren."



▲ **figuur 4** Jimi Hendrix

Het waren muzikanten die met de ontwikkeling van de elektrische gitaar aan de slag zijn gegaan. Het bedrijf Gibson, nu een van de grootste bouwers van elektrische gitaren, was decennialang een fabrikant van akoestische gitaren en banjo's. Les Paul was een jazzmusicus en Leo Fender leverde, voordat hij aan solid body-gitaren werkte, apparatuur aan muzikanten. George Beauchamp trad zelf op. De behoefte aan elektrische instrumenten ontstond juist bij kenners van muziek, want zij maakten mee dat dansmuziek steeds populairder werd. Steeds grotere groepen mensen wilden in steeds grotere zalen naar optredens luisteren. Zij begrepen dat versterking van gitaargeluid nodig was.

Snel succes

Sinds de uitvinding rond 1940 van de elektrische gitaar zonder klankkast ging dit instrument snel de geschiedenis van de popmuziek bepalen. Bands hadden vanaf die tijd elektrische basgitaren, slaggitaren voor de akkoorden en leadgitaren voor solo's en melodielijnen. De Beach Boys, Elvis Presley, de Beatles en de Rolling Stones bepaalden het geluid van de jaren zestig. Gitaristen als Eric Clapton en Jimi Hendrix (figuur 4) waren helden. Nog steeds hoor je elektrische gitaren op vele festivals. Op het Dynamo Metal Fest dat jaarlijks in Eindhoven wordt gehouden, is de elektrische gitaar het toonaangevende instrument. Hardrockbands danken hun populariteit vooral aan de manier waarop de gitaar wordt toegepast in hun muziek.

Verschillende sounds

Een gitaarelement met één spoel is gevoelig voor 'brom'. Het element kan het signaal van 50 Hz oppikken dat het lichtnet altijd produceert. Een oplossing werd gevonden in het 'humbuckerelement'. *Humbucker* betekent zoiets als 'bromonderdrukker'. In een humbucker- of *double coil* element zijn twee spoelen in serie geschakeld. Hiermee wordt een ongewenst signaal van buitenaf dusdanig opgevangen dat de output van beide spoelen tegengesteld is. Het resultaat van twee signalen in tegenfase is: geen signaal. Maar doordat de magneetjes bij de twee spoelen tegengesteld gericht zijn, is er voor het gewenste signaal dat van de snaar komt een extra omkering, als je de twee spoelen vergelijkt. Zo wordt de inductiespanning afkomstig van de snaar door beide spoelen juist

Uitvinders

Als je de lijst met uitvindingen van het einde van de negentiende eeuw bekijkt, zie je waarom na de ontwikkeling van de theorie van het elektromagnetisme rond 1860 elektrische muziekinstrumenten lang op zich lieten wachten. Elektrische muziek was een nakomertje. Men werkte aan de ontwikkeling van producten die voor veel meer mensen van belang waren. Nikola Tesla en Thomas Alva Edison waren rond 1890 verwikkeld in de *war on the currents* over de vraag wat het beste systeem was om bedrijven, steden en dorpen van elektriciteit te voorzien: wisselspanning of gelijkspanning. Thomas Davenport vond de elektromotor uit, die heel belangrijk was in de VS van de negentiende eeuw: zonder elektromotor geen lift, zonder lift geen wolkenkrabber. Muziekinstrumenten zouden binnen de bedrijven van de reuzen van de negentiende eeuw een kleine tak aan de grote boom van producten zijn geweest. Grote namen als Alexander Graham Bell – die microfoontechnieken goed beheerste en de telefoon ontwikkelde – Edison, of Tesla waren niet de uitvinders van de elektrische gitaar. Die eer ging naar de muzikanten Beauchamp, Rickenbacker, Fender en Paul.

in fase doorgegeven. Die output is sterk. Op deze manier is er destructieve interferentie voor de brom en constructieve interferentie voor de muziek.

Bij gitaren met een humbucker-element, zoals de Gibson Les Paul, worden de boventonen minder goed opgevangen dan de grondtoon van een trillende snaar. Deze gitaren klinken wat ijler dan gitaren met een single coil element, zoals bijvoorbeeld de Fender Stratocaster. Die laatste klinkt wat voller doordat de boventonen relatief sterker zijn. Je hoort dat bijvoorbeeld bij Eric Clapton, die in zijn vroege jaren Fender speelde en later meer Gibson.

Microfoons voor versterkte akoestisch gitaren, piëzo-elementen voor semi-akoestische instrumenten en verschillende typen elektromagnetische gitaarelementen hebben in de twintigste eeuw nieuwe muziekstijlen mogelijk gemaakt. Ook de manier waarop vooral jongeren muziek beleefden veranderde, doordat muziek werd versterkt op festivals en doordat geluidsdragers zoals lp's en cassettebandjes het mogelijk maakten thuis popmuziek te beluisteren. Ook ontstond de geheel elektronische muziek, met synthesizers en drumcomputers.

Tegenwoordig bestaan alle technieken naast elkaar. Sommige muziek is 'unplugged', op sommige festivals is alles elektronisch, zelfs bij de geluidsdragers is er naast nieuwe technieken plaats voor een revival van vinyl, de oude techniek van de platenspeler. Voor elk wat wils!

Opdracht

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdracht uitvoert.

1 Gitaarelement

De aanwezigheid van magneten en een koperen spoel in een gitaarelement levert een elektrisch signaal op als een snaar beweegt. Die snaren zijn van metaal. Alle metalen geleiden stroom goed, maar magnetiseerbaar zijn alleen ijzer, kobalt en nikkel.

a Leg uit of een elektrische gitaar gouden snaren kan hebben.

b Leg uit waarom een stilstaande stalen snaar geen geluid produceert en een bewegende snaar wel.

De eerste elektrische gitaren waren gevoelig voor 'brom'. De elementen pikten ook andere signalen op dan die van de snaren. Dit gold vooral voor het zwakke, met 50 Hz wisselende magneetveld rond elektriciteitssnoeren. Gelukkig is dat veld heel zwak.

c Geef een reden waarom het magneetveld van een elektriciteitssnoer heel zwak is.

d Leg stap voor stap uit hoe het harder aanslaan van een gitaarsnaar ertoe leidt dat ook het elektrische signaal dat de gitaar afgeeft groter is.

De spoel van een gitaarelement heeft tussen de 4000 en de 12 000 windingen. De output van het element is bij een bepaalde aanslag 400 mV. Ga uit van een toon met een frequentie van 320 Hz.

e Maak een schatting van de oppervlakte van een winding van een spoel van een gitaarelement en bereken met deze informatie de grootte van de variatie van het magneetveld binnen de spoel.

f Noem twee manieren om een gitaarelement te maken dat bij een bepaalde aanslag een grote output heeft.

1 Elektrische velden

In deze paragraaf leer je:
- uitleggen wat een elektrisch veld is, wanneer het veld radiaal is en wanneer homogeen;
- veldlijnen van radiale en homogene elektrische velden tekenen en de betekenis ervan uitleggen;
- berekeningen uitvoeren met de elektrische kracht die een lading in een elektrisch veld ondervindt;
- berekeningen uitvoeren met de grootte van het elektrisch veld als functie van de afstand tot een lading.

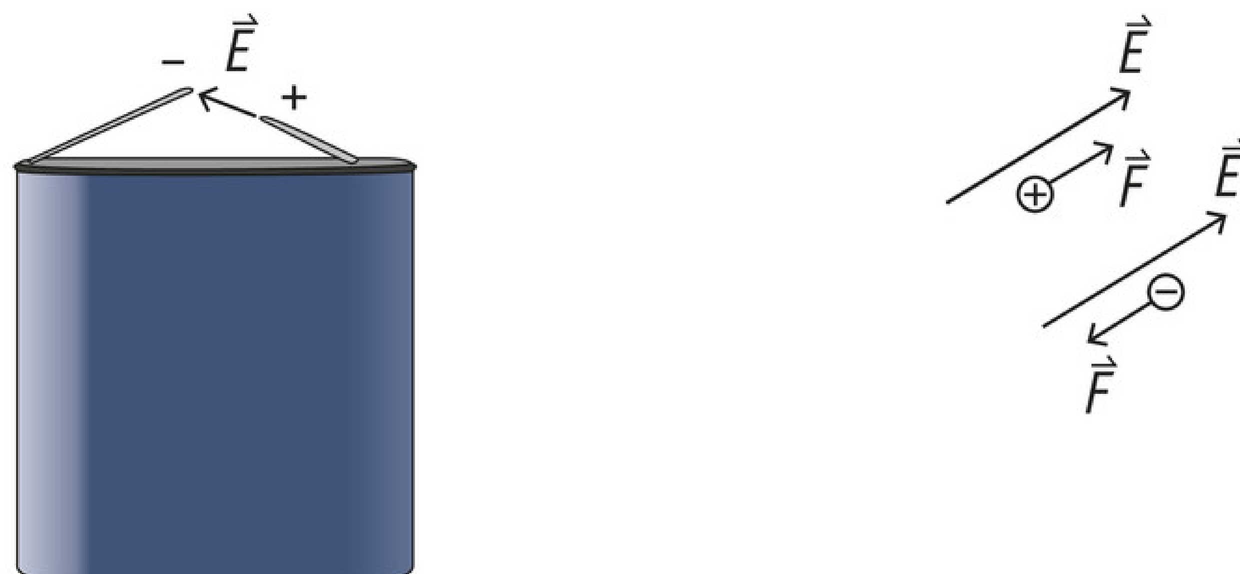
Grootte en richting van een elektrisch veld

Een lading in de buurt van een plus- of minpool van een spanningsbron ondervindt een elektrische kracht, $\vec{F}_{el}$. De aanwezigheid van een pluspool en een minpool heeft dus invloed op elke plek in de ruimte rond die polen, een invloed die merkbaar wordt als je op een plek een bepaalde lading plaatst. Je zegt: er is in die ruimte een **elektrisch veld** aanwezig. Het woord 'veld' wil zeggen dat het gaat om een grootheid die in elk punt van de ruimte een waarde heeft. De **elektrische veldsterkte** in een bepaald punt is een eigenschap van de ruimte en is onafhankelijk van de grootte van de geplaatste lading. Ze is per definitie de *verhouding* tussen kracht en lading:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{q}$$

Hierin is:
- $\vec{E}$ de elektrische veldsterkte in newton per coulomb (N C^{-1});
- $\vec{F}_{el}$ de elektrische kracht in newton (N);
- q de lading in coulomb (C).

Omdat kracht een vectorgrootheid is, is de elektrische veldsterkte dat ook. De richting van het elektrisch veld is gelijk aan de richting van de elektrische kracht op een positieve lading. Dat is dus van een pluspool of positieve lading af en naar een minpool of negatieve lading toe (figuur 1).



▲ **figuur 1** de elektrische veldsterkte en de elektrische kracht

Tussen twee evenwijdig aan elkaar geplaatste grote metalen platen die als plus- en minpool dienen, is de elektrische veldsterkte overal even groot. Dan is er een **homogeen elektrisch veld**.

Voorbeeldopgave 1

Als je de kracht op een deeltje kent en ook zijn massa, dan kun je een computermodel gebruiken om de beweging te onderzoeken. Bekijk een elektron dat met snelheid nul wordt losgelaten in een homogeen elektrisch veld van $450 \cdot 10^{-3}$ N C^{-1}.

a Maak een computermodel dat de beweging van dit elektron doorrekent tot het moment dat 10 cm is afgelegd.

b Maak met het rekenprogramma een (v,t)-diagram, een (v,x)-diagram en een (E_k,x)-diagram.

c Bepaal hoeveel maal zo groot de snelheid is, als de afstand 2,0× zo groot is.

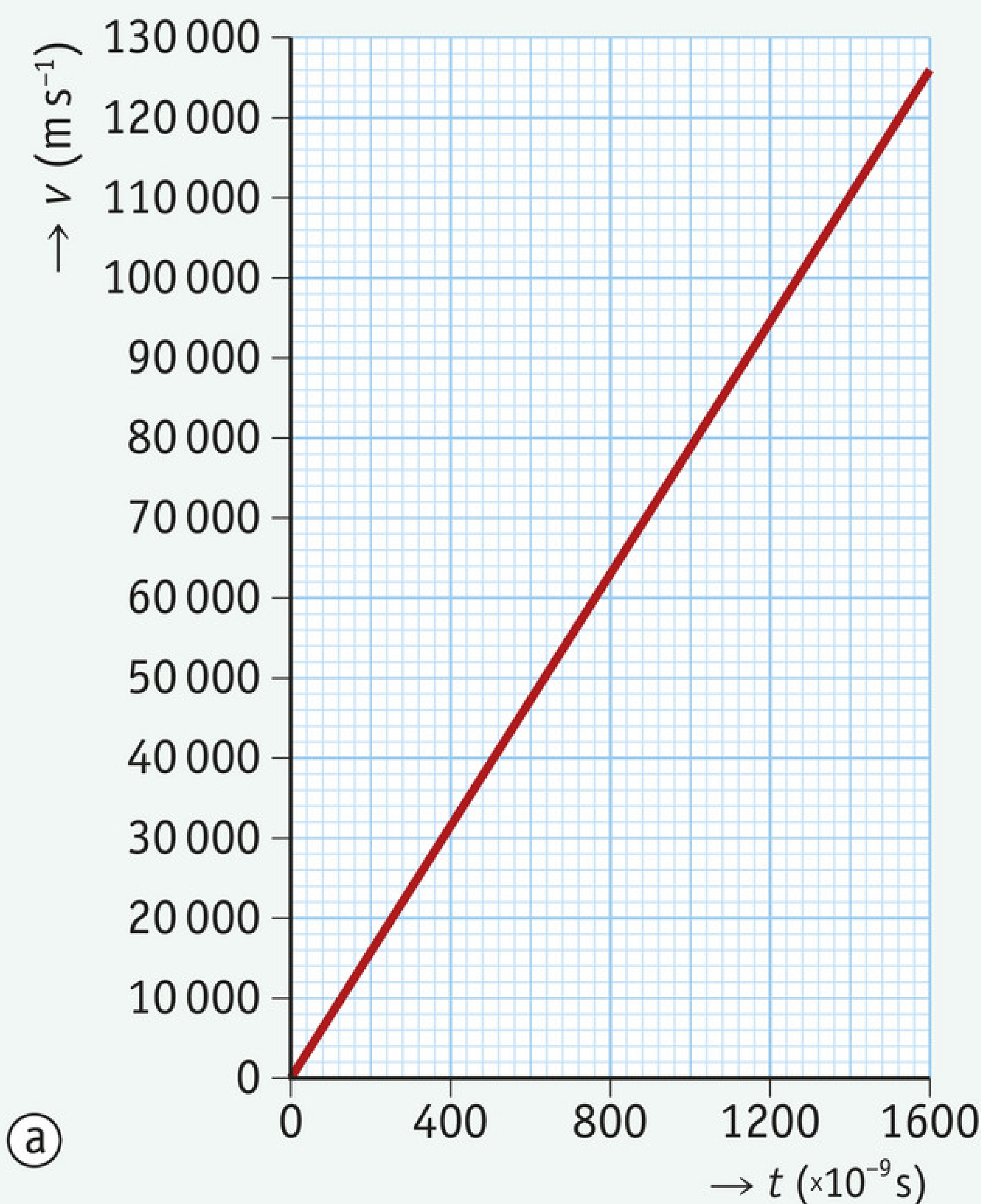
d Omschrijf in woorden het verband tussen de afstand die een lading aflegt in een homogeen elektrisch veld en de kinetische energie.

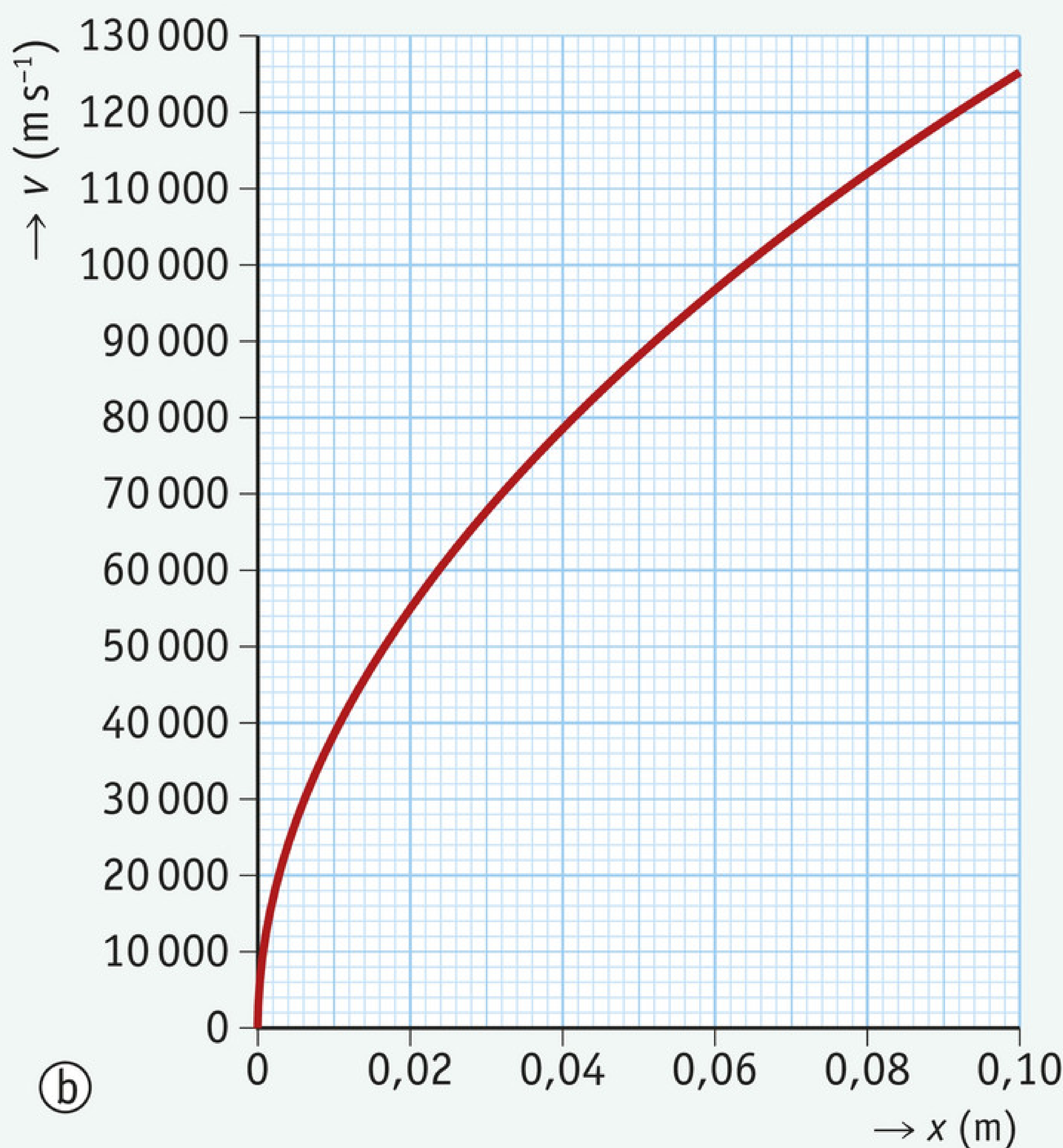
Uitwerking

a

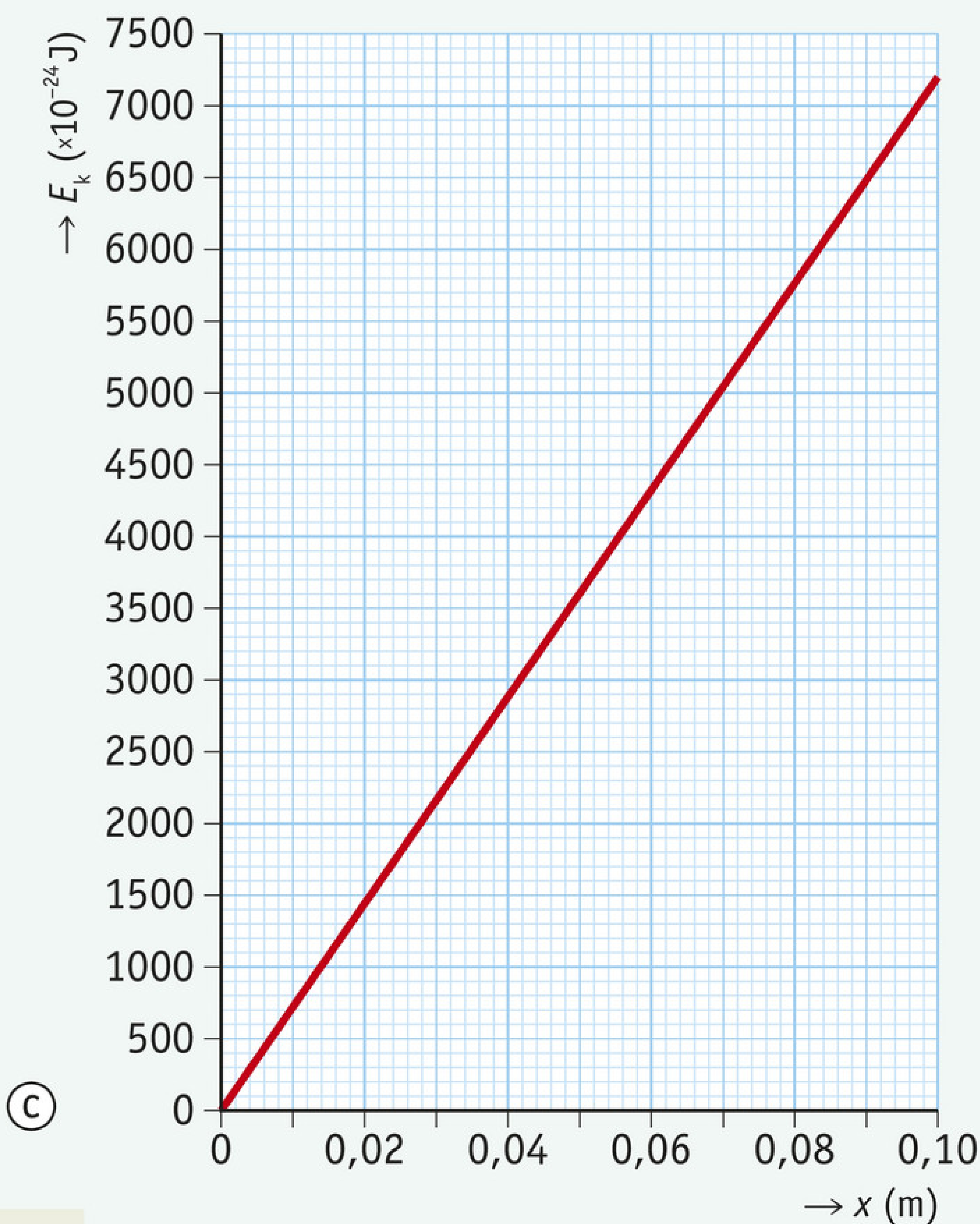
modelvergelijkingen	beginwaarden
t = t + dt F = q * E a = F / m v = v + a * dt x = x + v * dt Ek = 0.5 * m * v^2 Als x > 0.10 dan Stop Eindals	x = 0 v = 0 m = 9.1E-31 q = 1.6E-19 E = 450E-3 t = 0 dt = 1E-9

b Zie figuur 2.





▲ **figuur 2** model met geproduceerde grafieken

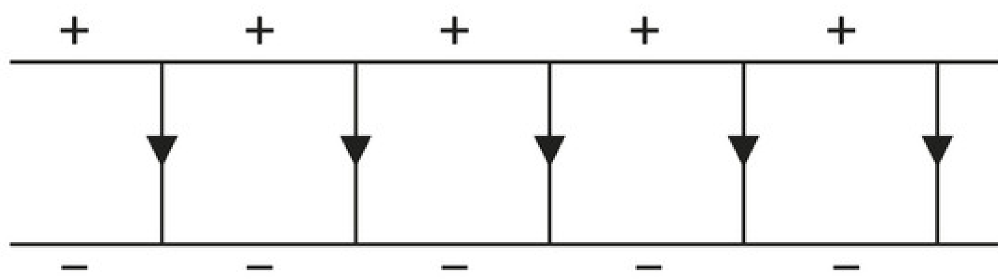


c In figuur 2b lees je na 5,0 cm af dat de snelheid $8{,}9 \cdot 10^4$ m s^{-1} is en na 10,0 cm is dat $1{,}25 \cdot 10^5$ m s^{-1}. Dat is 1,4× zo snel.

d De kinetische energie is recht evenredig met de afgelegde afstand.

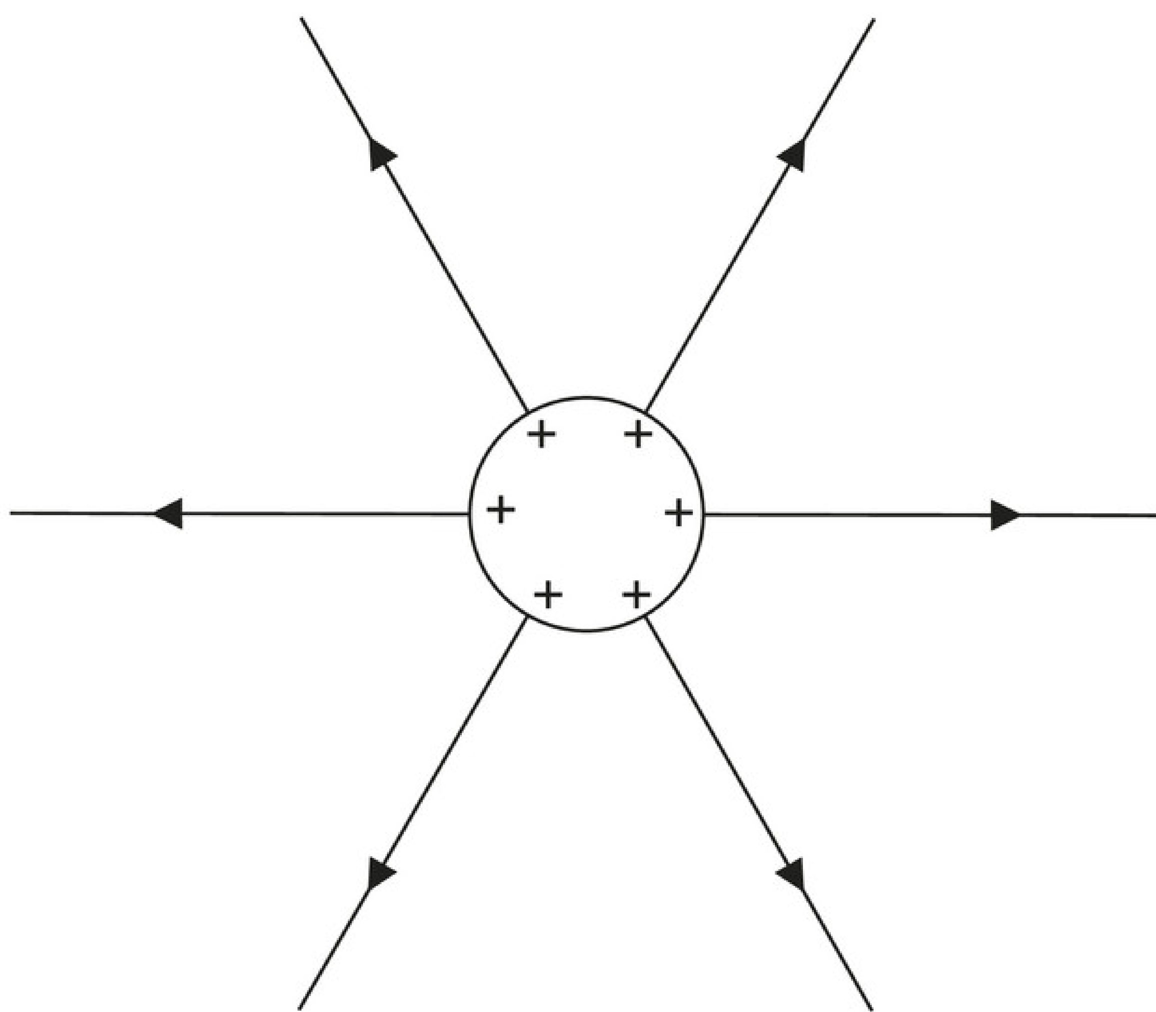
Elektrische velden tekenen

Met pijlen, **veldlijnen**, geef je de richting van een elektrisch veld aan. Voor de grootte is de afspraak dat een sterker elektrisch veld wordt aangegeven met veldlijnen die dichter bij elkaar lopen. In figuur 3 zijn de veldlijnen overal even dicht op elkaar getekend: dat is het kenmerk van een homogeen elektrisch veld.



▲ **figuur 3** een homogeen elektrisch veld

Bij een positief geladen bol lopen de veldlijnen van de bol af. Als je dat tekent, zoals in figuur 4, zie je dat de veldlijnen steeds verder uit elkaar lopen. Dit is een tweedimensionale weergave. In de driedimensionale werkelijkheid neemt verder van de bol af de ruimte tussen de veldlijnen nog meer toe.



▲ **figuur 4** een radiaal elektrisch veld

De steeds grotere afstand tussen de veldlijnen komt overeen met een steeds zwakker elektrisch veld en, via $\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}$, met een steeds zwakkere kracht. Een elektrisch veld dat vanuit één punt uiteenloopt noem je een **radiaal veld**.

Het veld van een puntlading

De kracht tussen twee ladingen is afhankelijk van de afstand tussen de ladingen en de grootte van beide ladingen. Deze kracht wordt gegeven door de wet van Coulomb:

$$F_{el} = f \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$$

Hierin is:
- F_{el} de kracht tussen twee ladingen in newton (N);
- f een evenredigheidsconstante, met waarde $8{,}99 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2} (een preciezere waarde vind je in Binas tabel 7);
- q en Q de beide ladingen, elk in coulomb (C);
- r de afstand tussen de middelpunten van de ladingen in meter (m).

Elke lading heeft een elektrisch veld om zich heen. De grootte van de elektrische veldsterkte op een afstand r van een lading Q is $E = \frac{F_{el}}{q}$, dus $E = f \cdot \frac{q \cdot Q}{q \cdot r^2} = f \cdot \frac{Q}{r^2}$

Voorbeeldopgave 2

Op een massief metalen bolletje bevindt zich een lading van 1,0 nC.
Bereken op welke afstand van de bol de elektrische veldsterkte gelijk is aan $1{,}0 \cdot 10^{6}$ N C^{-1}.

Uitwerking
Formule: $E = f \cdot \dfrac{Q}{r^2}$, dus $r^2 = f \cdot \dfrac{Q}{E}$
Gegevens:
$f = 8{,}99 \cdot 10^{9}$ N m^2 C^{-2}
$Q = 1{,}0 \cdot 10^{-9}$ C
$E = 1{,}0 \cdot 10^{6}$ N C^{-1}

$$r^2 = \frac{8{,}99 \cdot 10^{9} \times 1{,}0 \cdot 10^{-9}}{1{,}0 \cdot 10^{6}} = 8{,}99 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$$

Dus: $r = 3{,}0$ mm

Doorslag

Bij een elektrische veldsterkte van ongeveer $1 \cdot 10^{6}$ N C^{-1} ontstaat een vonk in de lucht. Dit heet **doorslag**. Denk aan de kleine vonken als je een trui uittrekt, vonken die worden gemaakt in de bougie van een auto, en bliksemflitsen: ze ontstaan allemaal als het elektrisch veld groot is. Als de lucht ijler is ontstaat bij een lagere spanning een vonk en sommige gassen slaan bij een lagere spanning door dan lucht, zoals je ziet in een plasmalamp (uitgevonden door Nikola Tesla en daarom ook wel teslabol genoemd, zie figuur 5).



▲ **figuur 5** teslabol gevuld met edelgassen

Onthoud!

- De elektrische veldsterkte is op elk punt van de ruimte gedefinieerd als: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}_{el}}{q}$
- De richting van het elektrisch veld is van de plus af en naar de min toe.
- Elektrische veldlijnen teken je in de richting van het elektrisch veld. De afstand tussen de veldlijnen geeft de sterkte van het elektrisch veld aan. Hoe kleiner de afstand, hoe sterker het veld.
- In een homogeen elektrisch veld is de elektrische veldsterkte overal in de ruimte even groot en de veldlijnen lopen evenwijdig. In een radiaal elektrisch veld wordt de elektrische veldsterkte kleiner op grotere afstand. De veldlijnen lopen vanuit één punt uit elkaar.
- De elektrische kracht tussen twee ladingen op afstand r van elkaar is gelijk aan

  $F_{el} = f \cdot \dfrac{q \cdot Q}{r^2}$, de elektrische veldsterkte op een afstand r van een lading Q is dus gelijk aan $E = f \cdot \dfrac{Q}{r^2}$.

Opdrachten

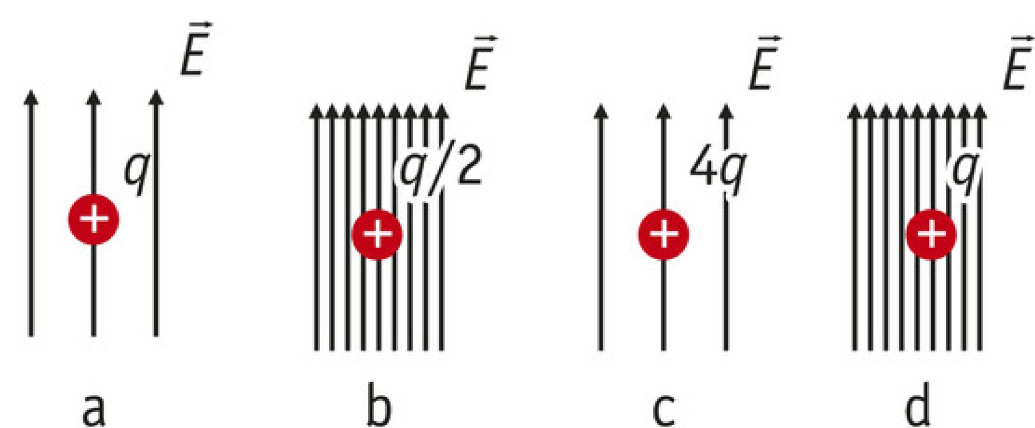
1 Radiaal of homogeen?
Er zijn twee speciale patronen van elektrische veldlijnen: een homogeen veld en een radiaal veld.
a Bij welk type veld lopen de veldlijnen evenwijdig?
b Van welk type is het elektrisch veld rond een proton: radiaal of homogeen?
c Teken acht elektrische veldlijnen in de ruimte rondom een negatief geladen bolletje.

2 Batterij
Bij veldlijnen is van belang in welke richting ze wijzen en hoe dicht ze op elkaar lopen.
a Teken in figuur 6 zes elektrische veldlijnen buitenom van de ene naar de andere pool.
b Leg uit op welke plek in je tekening het veld het sterkst is en hoe je dat kunt zien.



▶ **figuur 6** staafbatterij

3 Volgorde van kracht
Een lading in een elektrisch veld ondervindt een kracht.
a Zet de onderstaande situaties op volgorde van kleinste naar grootste kracht.
A Een proton bevindt zich in een veld van 2,0 N C^{-1}.
B Een lading van 1,0 pC bevindt zich in een veld van 2,0 nN C^{-1}.
C Twee ladingen van 1,0 C bevinden zich op 1,0 cm afstand van elkaar.
D Twee protonen bevinden zich op 1,0 nm afstand van elkaar.
b Beredeneer in welk van de situaties in figuur 7 de kracht op de lading het grootst is.



▲ **figuur 7** veldlijnen

4 Licht en zwaar
Tussen de polen van een spanningsbron kunnen zich verschillende geladen deeltjes bevinden.
a Leg met behulp van een formule uit dat een elektron en een Cl^--ion die zich in hetzelfde elektrisch veld bevinden, een even grote kracht ondervinden.
b Leg met behulp van de tweede wet van Newton uit dat het ion een kleinere versnelling krijgt dan het elektron.
c Bereken hoe sterk een elektrisch veld moet zijn om een elektron een versnelling te geven die even groot is als de valversnelling.

Een elektron bevindt zich op 1,0 cm afstand van een geladen bol met lading 2,0 pC.
d Bereken de versnelling die het elektron ondervindt.

5 Coulomb

Beschouw twee puntladingen van elk 1,0 C.

a Bereken op welke onderlinge afstand de onderlinge kracht gelijk is aan 1,0 N.

Op een bepaalde afstand is de kracht gelijk aan f, de constante uit de wet van Coulomb.

b Leg uit op welke afstand dat is.

De kracht van de ene lading op de andere is altijd even groot als de kracht van de andere op de ene.

c Leg uit hoe je dat aan de formule voor de kracht tussen ladingen kunt zien.

6 Modelleren homogeen veld

In een computermodel kun je gemakkelijk parameters veranderen en kijken wat er gebeurt.

a Onderzoek met het model van voorbeeldopgave 1 de beweging van een muon, dat dezelfde lading heeft als een elektron en 208× zo veel massa.

b Vergelijk de grafieken van E_{kin} van een elektron en een muon met elkaar.

c Onderzoek met het computermodel wat er gebeurt als het veld twee keer zo zwak is en de afstand twee keer zo groot.

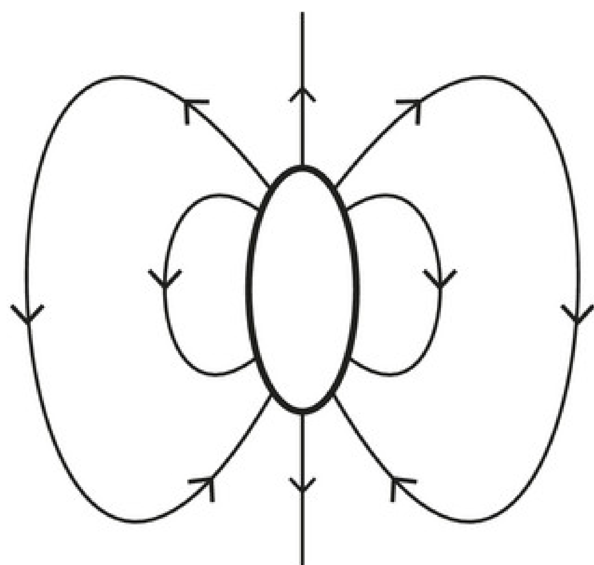
7 Welke lading zit waar?

In figuur 8 zie je een veldlijnenpatroon. Het gaat hier om een dipool: een neutraal deeltje met een pluskant en een minkant.

a Teken de plus en de min erin.

b Leg uit hoe je aan het patroon kunt zien dat het veld sneller afneemt dan $\frac{1}{r^2}$.

c Geef een voorbeeld van een molecuul dat een dipool is.



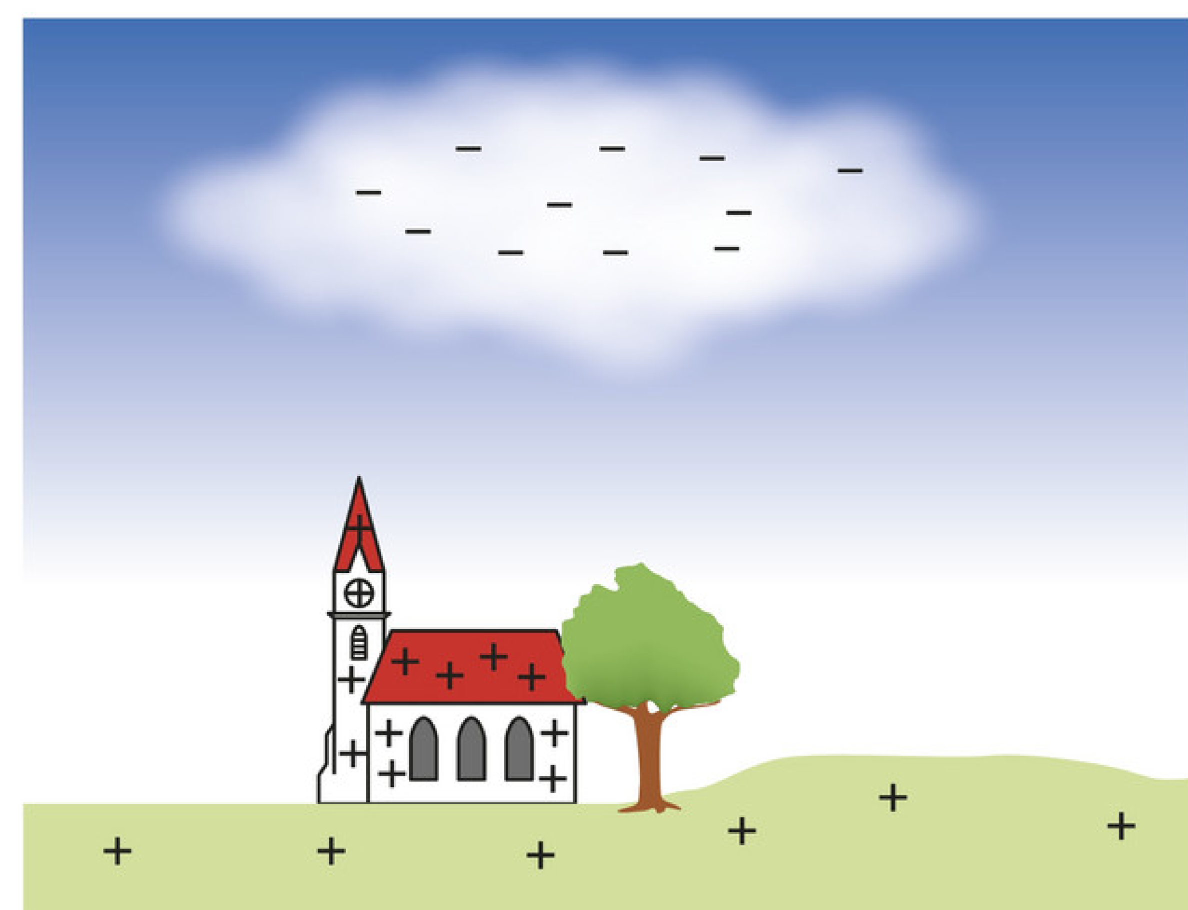
▲ **figuur 8** dipool

8 Bliksem

Een negatieve lading in de atmosfeer stoot elektronen in geleiders op de grond af. Daardoor raakt de bovenkant van zo'n geleider positief geladen. In figuur 9 zie je zo'n situatie getekend.

a Teken de elektrische veldlijnen die van de wolken naar de geleiders lopen.

b Leg uit hoe je in jouw tekening kunt zien hoe het komt dat bliksem vaak inslaat in spitse voorwerpen.



◀ **figuur 9** atmosferische lading en hoe de lading zich daaronder verdeelt

9 Volgorde van veld

Orden de volgende situaties van kleinste naar grootste elektrische veldsterkte.

A op 1 cm afstand van een lading van 1 C
B op 2 cm afstand van een lading van 1 C
C op 1 cm afstand van een lading van 2 C
D op 2 cm afstand van een lading van 2 C
E op 1 cm afstand van een lading van 3 C
F op 2 cm afstand van een lading van 3 C

10 Kracht in atoom

In een waterstofatoom bevindt het elektron zich gemiddeld $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m van het proton.

a Bereken de kracht tussen elektron en proton op die afstand.

In een atoom met atoomnummer *Z* bevindt het elektron dat het dichtst bij de kern blijft, zich gemiddeld *Z*× zo dicht bij de kern als in het waterstofatoom.

b Leg uit hoeveel maal zo groot de kracht tussen het dichtstbijzijnde elektron en de kern is.

11 Theremin

In figuur 10 zie je een theremin. Dit is het oudste elektronische muziekinstrument. Op de metalen pin zit lading.

a Zoek een filmpje waarop de theremin wordt bespeeld, bijvoorbeeld met de zoekterm 'Midsomer Murders theremin' en beschrijf wat je ziet en hoort.

b Leg uit wat er aan het veldlijnenpatroon tussen hand en pin zal veranderen als de hand dichterbij komt.



▲ **figuur 10** theremin

+12 Versnellen in radiaal veld

In een radiaal veld is de kracht op een lading niet constant. Je kunt de beweging dan bestuderen met een computermodel.

a Bereken op welke afstand de kracht tussen twee protonen zo groot is dat de versnelling even groot is als de valversnelling.

b Leg uit dat als een proton versnelt in een radiaal veld van een positieve lading de versnelling steeds kleiner zal worden.

c Bestudeer met een computermodel het versnellen in een radiaal veld. Klopt de voorspelling van opdracht b?

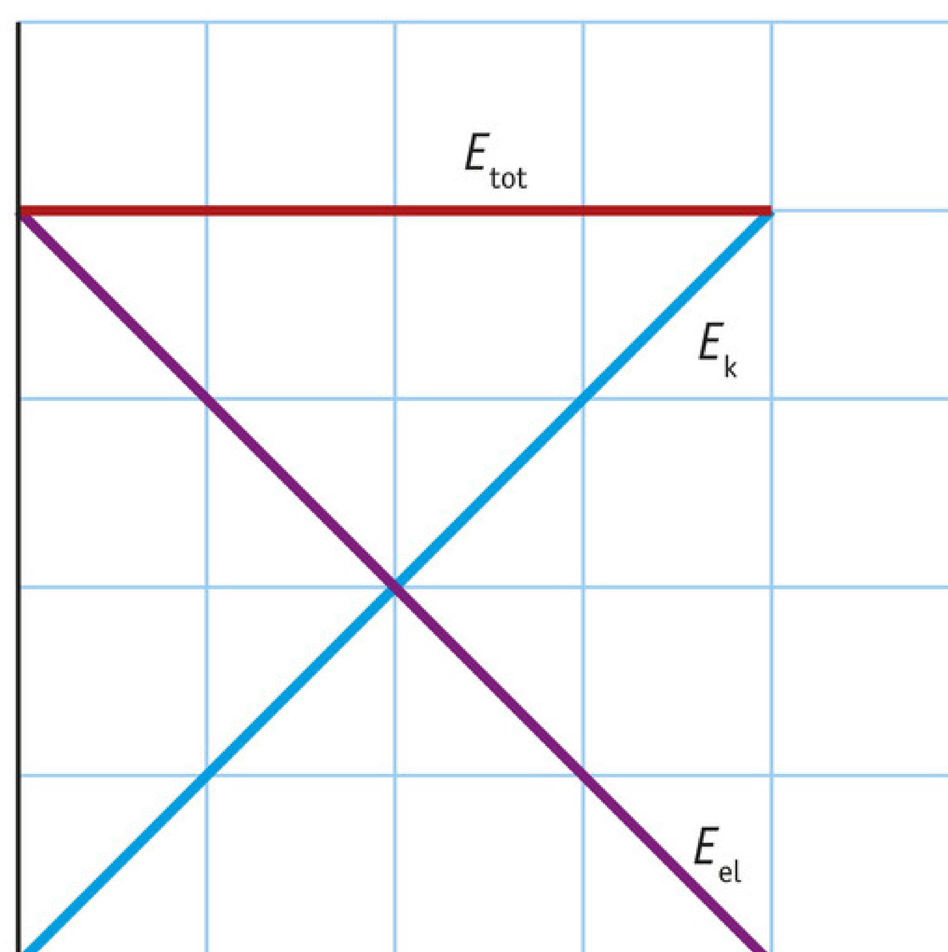
2 Energie en spanning

In deze paragraaf leer je:
- uitleggen wat elektrische energie is en dat spanning elektrische energie per lading is;
- berekeningen uitvoeren met lading, spanning en elektrische energie;
- met behulp van de wet van behoud van energie berekeningen uitvoeren aan versnelde geladen deeltjes, onder andere in een lineaire versneller;
- werken met een andere eenheid van energie: de elektronvolt;
- beredeneren op welke manieren je kunt zorgen voor vonken in lucht en in gassen.

Geladen deeltjes worden versneld in een elektrisch veld. Dat gebeurt bijvoorbeeld in röntgenbuizen, in lineaire versnellers die in ziekenhuizen bij bestraling worden gebruikt, bij gasontladingslampen zoals spaarlampen en bij onderzoek aan elementaire deeltjes.

Elektrische energie

In een homogeen elektrisch veld verricht de elektrische kracht F arbeid op een geladen deeltje, waardoor de snelheid van het deeltje groter wordt. De kinetische energie neemt dan recht evenredig toe met de afstand die het deeltje aflegt (voorbeeldopgave 1). Dit volgt ook uit een algemeen principe uit hoofdstuk 3: de verrichte arbeid is gelijk aan de verandering in kinetische energie: $W = F \cdot s = \Delta E_k$ In een homogeen elektrisch veld is de elektrische kracht F op een deeltje constant. Daarom neemt de kinetische energie ΔE_k recht evenredig toe met de afstand s waarover de kracht werkt (figuur 11).



▲ **figuur 11** kinetische energie, elektrische energie en totale energie

Een geladen deeltje heeft op een bepaalde positie in een elektrisch veld een bepaalde hoeveelheid **elektrische energie E_{el}**. Bijvoorbeeld, negatief geladen deeltjes worden afgestoten door de minpool. In de buurt van de minpool heeft zo'n deeltje veel elektrische energie. Terwijl het van de minpool vandaan versnelt, neemt de kinetische energie toe en de elektrische energie af. De totale hoeveelheid energie blijft ook hier weer constant: de toename van kinetische energie is gelijk aan de afname van elektrische energie.
Een elektrisch veld kan een deeltje ook afremmen, bijvoorbeeld wanneer een negatief deeltje in de richting van een minpool wordt afgeschoten. De kinetische energie neemt dan af en de elektrische energie neemt toe.
Daarom geldt:

$$\Delta E_k = -\Delta E_{el}$$

Let erop dat E_{el} de elektrische energie (in joule) voorstelt en $\vec{E}$ de elektrische veldsterkte (in newton per coulomb). Dit zijn verschillende grootheden.
Omdat de elektrische energie afhangt van de positie van een lading ten opzichte van de polen is dit een vorm van potentiële energie, net als bijvoorbeeld de zwaarte-energie, die afhangt van de positie van een massa ten opzichte van de aarde.

Spanning tussen twee punten

Een geladen deeltje in een ruimte met een plus- en minpool heeft elektrische energie. Deze elektrische energie is evenredig met de lading van het deeltje en de **spanning *U*** tussen de plus- en minpool:

$$\Delta E_{el} = q \cdot U$$

Hierin is:
- ΔE_{el} de elektrische energie tussen twee punten in joule (J);
- q de lading in coulomb (C);
- U de spanning tussen twee punten in volt (V).

De spanning U is dus gelijk aan de elektrische energie per ladingseenheid: $U = \dfrac{\Delta E_{el}}{q}$

De spanning is altijd gedefinieerd tussen twee punten. Vaak wordt de spanning in een punt gegeven ten opzichte van de aarde, die op $U = 0$ V wordt gesteld.
Als een punt met een stroomdraad of andere geleider is verbonden met de aarde noem je dat 'een geaard punt'. De spanning tussen een geaard punt en de aarde is gelijk aan 0 V.

De eenheid elektronvolt

De SI-eenheid van energie is joule (J). Voor versnelde deeltjes is de elektrische energie in joule heel klein, omdat de lading klein is. Daarom wordt vaak een eenheid gebruikt die voor een geladen deeltje handiger is: de **elektronvolt**. Een elektronvolt (eV) is de hoeveelheid kinetische energie die een elektron krijgt als het wordt versneld door een spanning ter grootte van één volt (omdat een elektron van min naar plus versnelt, is de spanning dan –1 V). De lading van een elektron is $q = -e = -1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C (met e het elementair ladingsquantum, Binas tabel 7), dus geldt:

$$1 \text{ eV} = -1{,}6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \times -1 \text{ V} = 1{,}6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Voorbeeldopgave 3

De spanning tussen twee polen bedraagt 10 kV. Een elektron start vanuit stilstand bij de minpool. Tussen de polen heerst vacuüm.
Bereken met welke snelheid het elektron arriveert bij de pluspool.

Uitwerking
Formules: $\Delta E_k = -\Delta E_{el}$, $\Delta E_k = ½ \cdot m \cdot v_{eind}^2 - ½ \cdot m \cdot v_{begin}^2$ en $\Delta E_{el} = q \cdot U$
Gegevens:
Omdat je weet dat het elektron versnelt, weet je ook dat je op een positieve waarde moet uitkomen voor $q \cdot U$. Daarom moeten q en U allebei negatief zijn.
$q = -1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C (Binas tabel 7)
$U = -10 \cdot 10^3$ V
$m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg (Binas tabel 7)
$v_{begin} = 0$
Invullen:
$½ \times 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot v_{eind}^2 = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \times 10 \cdot 10^3$, dus $v_{eind}^2 = 0{,}3517 \cdot 10^{16}$ en $v_{eind} = 5{,}9 \cdot 10^7$ m s^{-1}

Elektrische energie opdelen

Een röntgenbuis is het apparaat waarin röntgenstraling wordt opgewekt voor een foto van een gebit (figuur 12), of voor het doorlichten van bagage op een luchthaven. In een röntgenbuis worden elektronen versneld. Een elektron in zo'n buis moet een hoge snelheid bereiken, in de orde van grootte van het antwoord op voorbeeldopgave 3. De ruimte in een röntgenbuis is daarom vacuüm, zodat de elektronen niet tegen moleculen botsen. Als het elektron inslaat op de pluspool, gebeurt dat met een groot verlies aan kinetische energie. Dat is de energie waaruit de röntgenstraling ontstaat.



▲ **figuur 12** een röntgenbuis

In andere voorbeelden wordt de energie van een versneld deeltje niet in één klap omgezet, maar in kleinere porties. In een spaarlamp versnelt een elektron en botst algauw tegen een gasatoom. Daarbij wordt kinetische energie omgezet in licht. Vanaf die positie begint het elektron opnieuw te versnellen, botst weer, enzovoort. In een stroomdraad zijn de porties energie nog kleiner: het versnelde elektron botst voortdurend met het metaalrooster en zet zijn energie om in warmte.

Verband tussen elektrische veldsterkte, afstand en spanning

Omdat geldt: $F = \frac{W}{\Delta x}$, is de elektrische kracht gelijk aan: $F_{el} = \frac{\Delta E_k}{\Delta x} = \frac{-\Delta E_{el}}{\Delta x}$

Met $\Delta E_{el} = q \cdot U$ kun je voor de elektrische veldsterkte afleiden: $E = \frac{F_{el}}{q} = \frac{U}{\Delta x}$

De standaardeenheid van elektrische veldsterkte N C^{-1} is dan ook gelijk aan de eenheid V m^{-1}.

Voorbeeldopgave 4

De afstand tussen de polen van een platte batterij van 4,5 V is 3,0 cm.
Bereken de gemiddelde elektrische veldsterkte tussen de polen.

Uitwerking
De elektrische veldsterkte is gelijk aan het aantal volt per meter.

Formule: $E = \frac{U}{\Delta x}$

Gegevens:
$U = 4{,}5$ V
$\Delta x = 0{,}030$ m

$$E = \frac{4{,}5}{0{,}030} = 1{,}5 \cdot 10^{2}\ \text{V m}^{-1} = 1{,}5 \cdot 10^{2}\ \text{N C}^{-1}$$

In lucht ontstaan vonken bij een elektrische veldsterkte van minimaal 10^6 V m^{-1}. Er zijn twee manieren om in deze lucht een vonk te laten ontstaan tussen twee punten waartussen een spanning heerst: de spanning vergroten of de afstand verkleinen. Beide kunnen leiden tot een dusdanig grote veldsterkte dat er een doorslag optreedt.

Onthoud!

- De verandering van de elektrische energie ΔE_{el} van een lading q die een spanning U doorloopt, is $\Delta E_{el} = q \cdot U$.
- Als de elektrische energie afneemt, neemt de kinetische energie toe: $\Delta E_k = -\Delta E_{el}$
- De elektronvolt is een eenheid van energie: 1 eV = $1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ J.
- De elektrische veldsterkte is gelijk aan de spanning per afstand.

Opdrachten

13 Afhankelijkheden
Tussen twee platen heerst een spanning. Bij de minpool wordt een negatief geladen deeltje losgelaten.
Geef aan welke grootheden afhangen van de lading van het deeltje.
A de elektrische energie van het deeltje
B de snelheid waarmee het deeltje de overkant bereikt
C het elektrisch veld op de positie van het deeltje
D de spanning tussen begin- en eindpositie van het deeltje
E de kracht op het deeltje

14 Grootheden en eenheden
De elektronvolt is een eenheid die je afkort als eV.
a De eV is geen eenheid van spanning, dat is de volt, afgekort als V. Van welke grootheid is eV wel de eenheid?
b De grootheid spanning heeft met de energie van een geladen deeltje te maken. Geef een definitie van spanning in woorden.
c Leg met een formule uit dat een neutron altijd elektrische energie 0 heeft.

15 Volgorde spanning en energie
De elektrische energie is afhankelijk van de spanning en van de lading.
a Orden de volgende situaties in volgorde van kleine naar grote elektrische energie.
A een proton bij spanning 1 V
B een Na^+-ion bij spanning 1 V
C een Fe^{3+}-ion bij spanning 1 V
D een proton bij spanning 2 V
E een Na^+-ion bij spanning 2 V
F een Fe^{3+}-ion bij spanning 2 V

De manier waarop je de spanning berekent hangt af van wat gegeven is. Als bijvoorbeeld afstand en veldsterkte zijn gegeven, dan geldt: $U = E \cdot \Delta x$

b Zet de volgende spanningen op volgorde van klein naar groot.
- A Een lading van 10,0 C heeft een elektrische energie van 20 J.
- B Een proton heeft een elektrische energie van 10 eV.
- C Tussen twee platen die 5,0 cm uit elkaar staan is een elektrisch veld van 1,0 kN C^{-1}.
- D Als er door een motor een stroom loopt van 50 A, is het vermogen gelijk aan 75 kW.
- E Door een weerstand van 200 Ω loopt een stroom van 20 mA.

16 Benodigde spanning

Met een spanning kun je geladen deeltjes versnellen of vertragen.

a Bereken hoeveel spanning je nodig hebt om in een vacuüm een elektron vanuit stilstand te versnellen tot een snelheid van 200 m s^{-1}.

b Bereken hoeveel spanning je nodig hebt om dit elektron af te remmen van 200 m s^{-1} naar 100 m s^{-1}.

17 Snelheid

In een elektronenmicroscoop worden elektronen vanuit stilstand versneld door een spanning van 100 kV, in vacuüm.

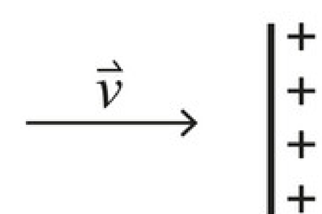
a Bereken de snelheid die de elektronen bereiken.

b Leg uit dat een negatief chloor-ion (Cl^-) dat met dezelfde spanning wordt versneld, een veel lagere eindsnelheid zal hebben.

c Bereken de spanning die nodig is om een chloor-ion met een snelheid van 100 m s^{-1} af te remmen tot het stilstaat.

18 Model met energie

Met een computermodel kun je behalve krachten ook energieën en spanningen uitrekenen. In figuur 14 staat een model voor een positief deeltje dat met grote beginsnelheid vanaf een geaard punt (U = 0 V) wordt afgeschoten in de richting van een positief geladen plaat op 10 cm afstand. Zie figuur 13.



▲ **figuur 13** deeltje gaat richting plaat

a Vul de regels (4) en (6) in het model van figuur 14 aan.

modelregels	startwaarden
F = q * Eveld a = F / m v = v + a * dt x = x + ... Ek = 0,5 * m * v^2 Eel = Eel – F * ... U = Eel / q Als x > 0,10 dan Stop Eindals Als x < 0 dan Stop Eindals t = t + dt	q = 2 m = 4 x = 0 v = 3 Eveld = -100 Etot = 0,5 * m * v^2 Eel = 0 t = 0 dt = 0,001

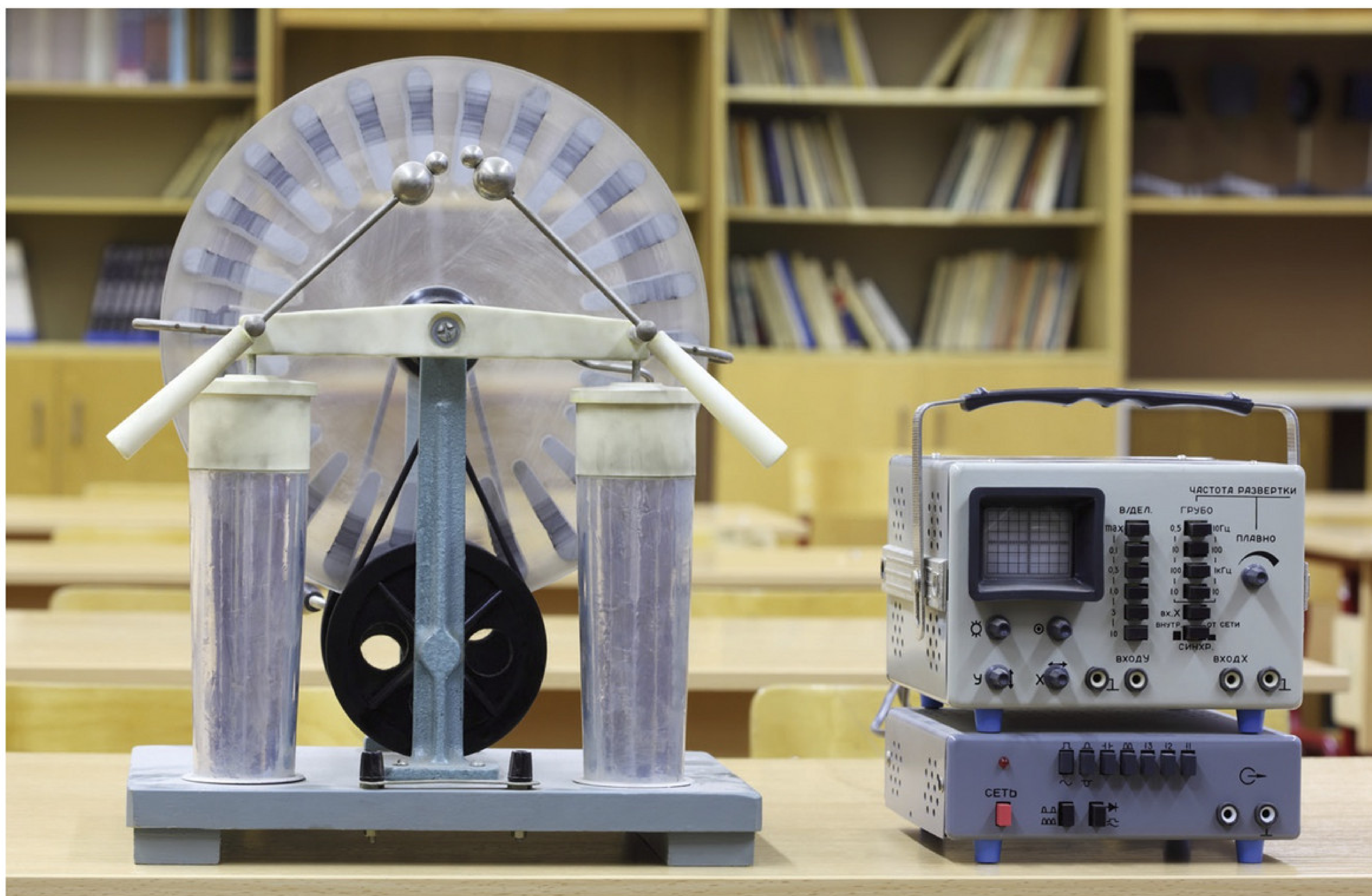
▲ **figuur 14** model voor een geladen deeltje in een veld

b Leg met een formule uit hoe uit de gegevens uit de inleidende tekst volgt dat bij de start geldt $E_{el} = 0$.
c In regel (6) kun je de elektrische energie ook op een andere manier berekenen. Geef die manier.
d Voer het model uit en maak de grafiek van U tegen x.
e Bepaal de spanning van de geladen plaat. Licht toe hoe je dat met het model doet.
f Leg met behulp van het begrip potentiële energie uit dat deze situatie analoog is aan het omhoog gooien van een massa.

19 Spanning in huis
Door de gloeidraad van een broodrooster loopt een elektrische stroom. Het vermogen is 2,30 kW.
a Bereken de stroomsterkte I door de draad.
b Bereken met behulp van je antwoord op opdracht a de lading Q die per seconde door de draad loopt.
c Bereken de lading die per seconde door de draad loopt ook met behulp van $E_{el} = q \cdot U$
d Vergelijk de antwoorden van opdracht b en c. Wat valt op?

20 Volt per meter
De grootte van het elektrisch veld is per definitie gelijk aan de kracht per lading. Ze is ook gelijk aan de spanning tussen de polen gedeeld door de afstand tussen de polen.
a Gebruik Binas om te laten zien dat de eenheden N C^{-1} en V m^{-1} aan elkaar gelijk zijn.
b Bereken de spanning die nodig is om een vonk van 1,0 cm lengte in lucht te maken.
c Bereken op welke afstand een vonk ontstaat als je een stopcontact nadert met een stekker.
d Leg uit waarom het gevaarlijk is als een vlieger dicht bij een hoogspanningskabel komt, ook als hij hem niet raakt.

21 Wimshurst
Een Wimshurst-elektriseermachine (figuur 15) is zo ver opgeladen dat de spanning tussen de polen 45,0 kV is. De polen bevinden zich 20,0 cm van elkaar. Er is dan een elektrisch veld van gemiddeld $2{,}25 \cdot 10^5$ N C^{-1}.



▲ **figuur 15** Wimshurst-elektriseermachine

a Bereken de versnelling die een elektron gemiddeld ondervindt tussen de polen van deze elektriseermachine.
b Bereken met behulp van je antwoord bij opdracht a met welke eindsnelheid het elektron inslaat op de pluspool, als het bij de minpool vanuit stilstand begint en de ruimte tussen de polen vacuüm is.
c Bereken de eindsnelheid nog een keer, maar nu met behulp van de kinetische energie en de elektrische energie.
d Controleer of je antwoorden bij opdracht b en c overeenkomen.
e Welke berekening vind je het snelst en het handigst en waarom?
f Leg uit dat als je een Wimshurst-machine in de klas gebruikt er nooit een elektron met de berekende energie zal inslaan op een van de polen.

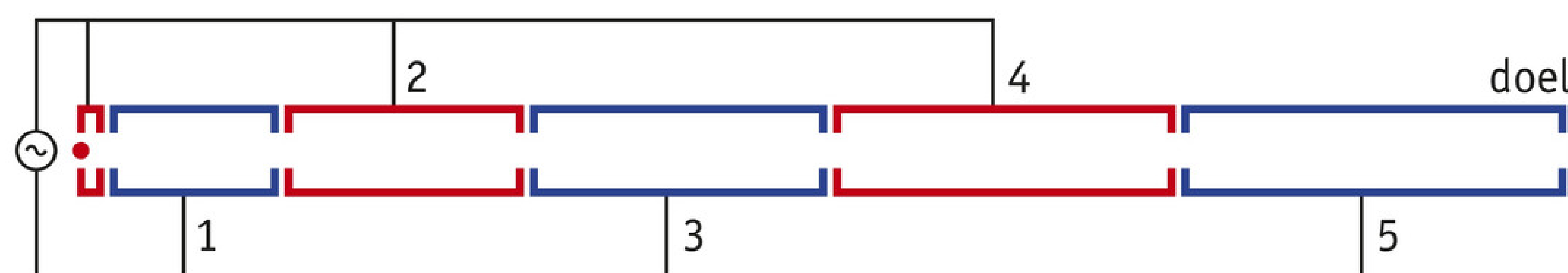
Als er nog geen vonk ontstaat, zijn er twee manieren om dat bij een proef in de klas alsnog voor elkaar te krijgen.
g Noem die twee manieren.

22 Gasontladingslampen
Tl-buizen, spaarlampen en straatlantaarns zijn gevuld met een gas onder lage druk. In tl-buizen is het gas kwikdamp en in oranje straatlantaarns natrium. Als er een spanning over het gas staat, worden vrije elektronen versneld, die vervolgens tegen de gasatomen botsen. Wanneer de elektronen op het moment van botsen voldoende energie hebben, gaan de gasatomen licht uitzenden. De benodigde energie is ongeveer 10^{-18} J.
a Bereken hoeveel elektronvolt dat is.

De spanning van 230 V is gelijkmatig verdeeld over de lengte van de tl-buis, ongeveer een meter. Tussen twee punten die 10 cm uit elkaar liggen, is de spanning bijvoorbeeld 23 V.
b Bereken over welke afstand een elektron moet versnellen om een atoom in een tl-buis licht te laten geven.

23 Lineaire versneller
In een lineaire versneller krijgt een elektron steeds een ‘duwtje’ dezelfde kant op, zodat het uiteindelijk een hoge snelheid bereikt. Daartoe is een wisselspanning van 230 V met een vaste frequentie aangesloten zoals in figuur 16. Als een elektron zich bevindt in de ruimte tussen elektroden 1 en 2, moet het een duw naar rechts krijgen. Op dat moment moet elektrode 1 (het blauwe ‘hokje’) de minpool zijn en elektrode 2 (het rode ‘hokje’) de pluspool.
a Leg uit dat elektrode 2 de minpool moet zijn op het moment dat het elektron zich tussen elektroden 2 en 3 in bevindt.
b Leg uit waarom de elektroden 2, 3, 4, enzovoort steeds langer zijn.
c Bereken de energie in joule die een elektron in de lineaire versneller van figuur 16 heeft, op het moment dat het zijn doel bereikt.

In een andere lineaire versneller wil je een elektron een energie van 100 keV geven. Ook deze lineaire versneller gebruikt een wisselspanning van 230 V.
d Uit hoeveel elektroden bestaat de lineaire versneller?

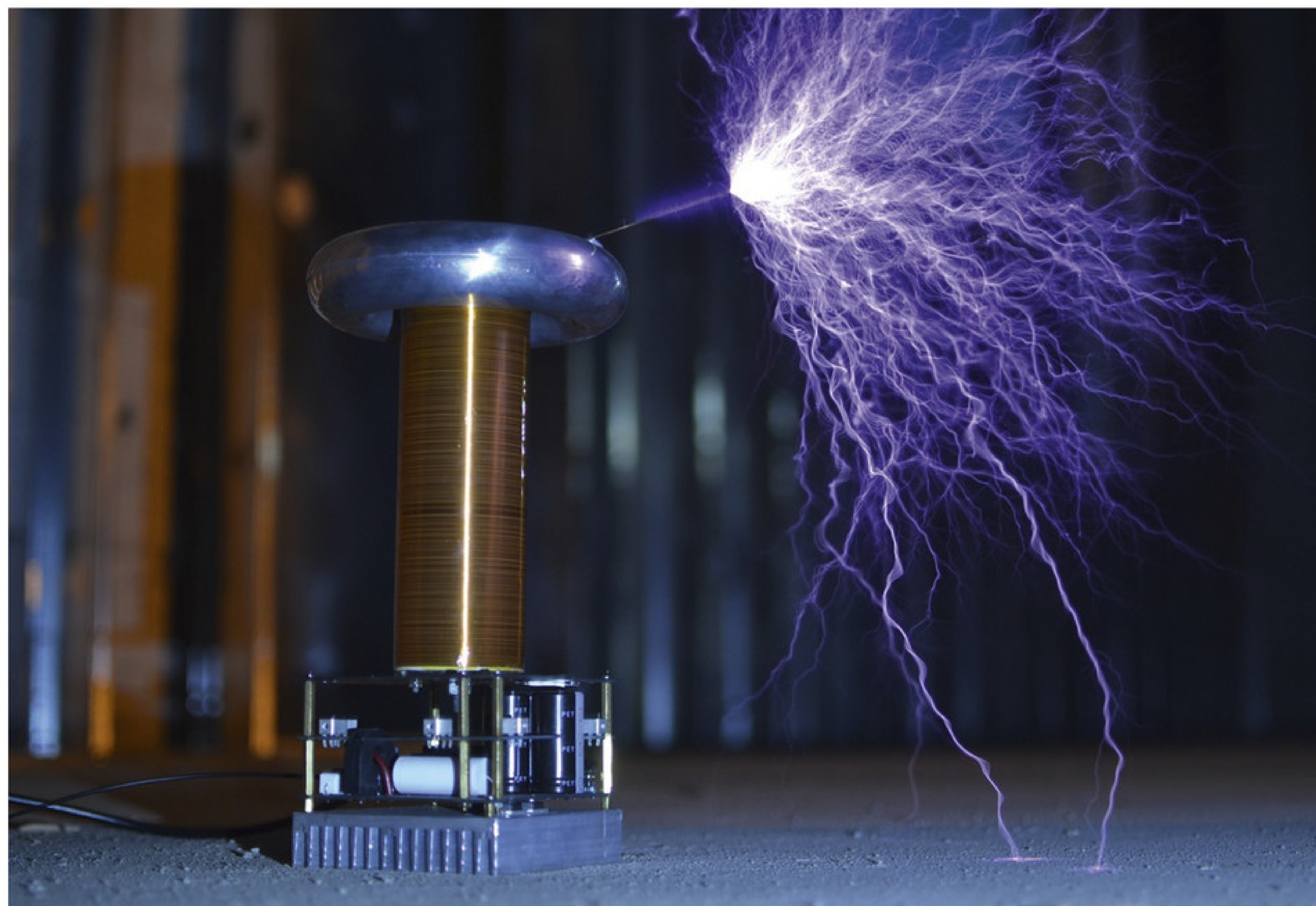


▲ **figuur 16** lineaire versneller

+24 Tesla coil

In figuur 17 zie je een *Tesla coil*, een muziekinstrument uitgevonden door Nikola Tesla.

a Zoek met de zoekterm 'Tesla coil music' naar een filmpje en omschrijf het geluid.
b Leg uit hoe je in het filmpje kunt zien dat zeer hoge spanningen worden gebruikt.
c Leg uit hoe het komt dat de vonken ontstaan bij de puntige uitsteeksels.



▲ **figuur 17** Tesla coil

3 Magnetische velden

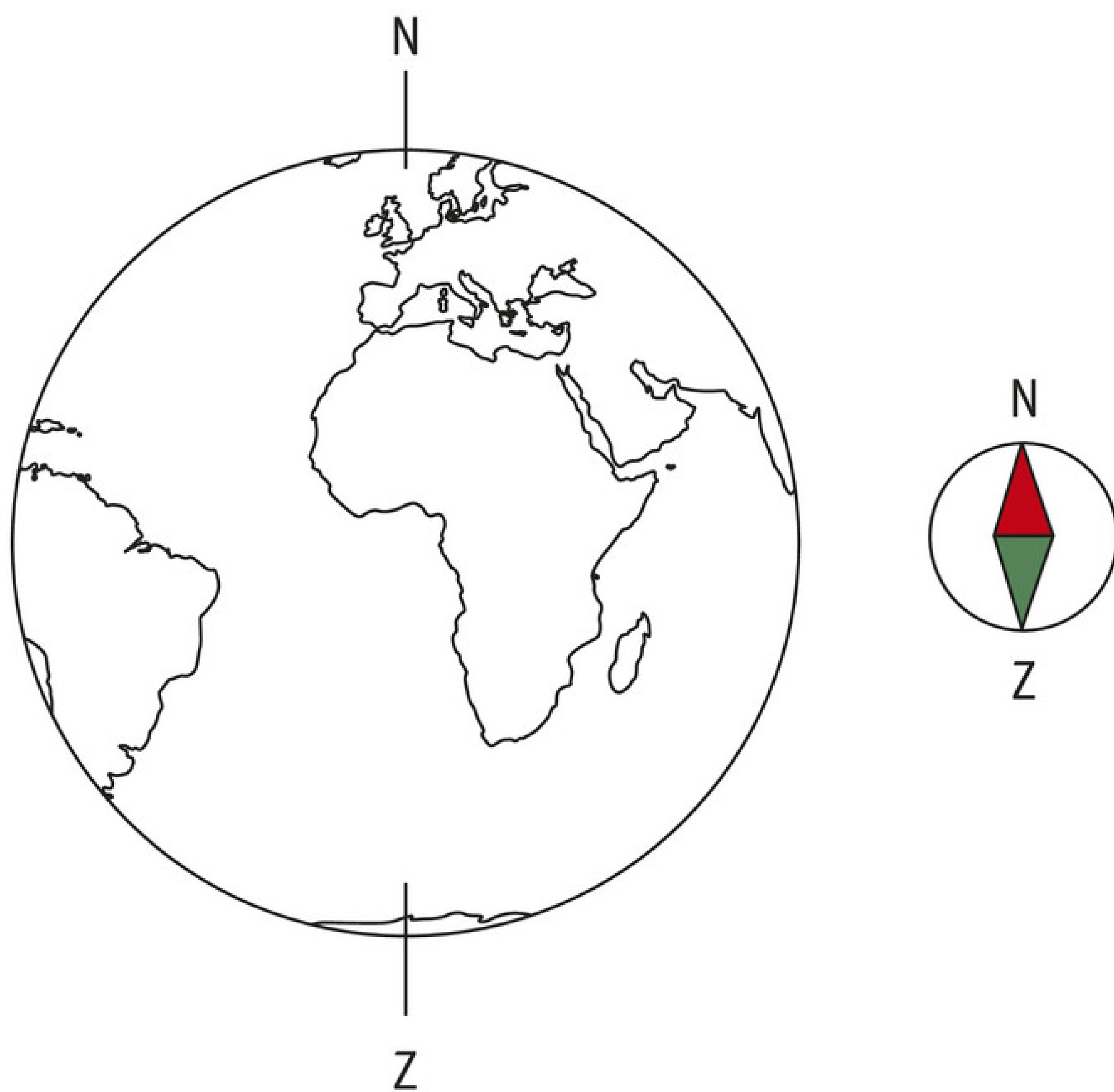
In deze paragraaf leer je:
- uitleggen hoe magnetische veldlijnen bij een permanente magneet lopen;
- uitleggen hoe het magnetisch veld loopt dat je opwekt met een rechte stroomdraad;
- uitleggen hoe het magnetisch veld loopt dat je opwekt met een spoel.

Elektrische ladingen hebben een elektrisch veld. Magneten hebben een ander veld om zich heen: een magnetisch veld. Een andere magneet wordt beïnvloed door dit magnetisch veld, een stilstaande lading niet. Stilstaande ladingen hebben geen invloed op magneten, maar *bewegende* ladingen wekken een magneetveld op.

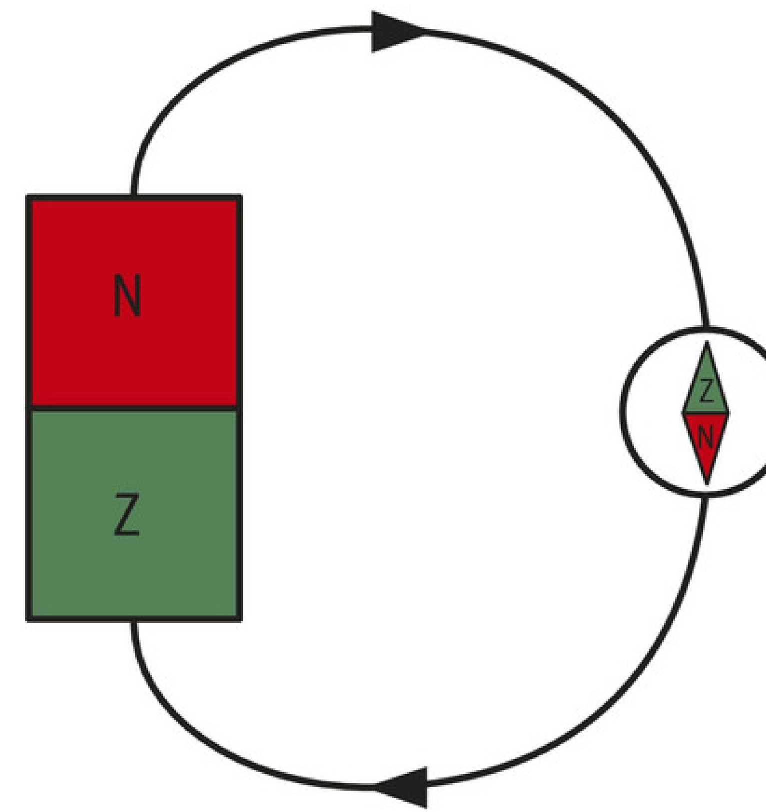
Eigenschappen van magneten

Magneten kunnen elkaar aantrekken of afstoten. Het ene uiteinde van de magneet heet de **noordpool**, het andere de **zuidpool**. Gelijke polen stoten elkaar af en verschillende polen trekken elkaar aan. De kant van een magneet die wordt aangetrokken tot de geografische noordpool van de aarde is per definitie de noordpool van de magneet (figuur 18). De geografische noordpool is dus een magnetische zuidpool!

Rond een magneet bevindt zich een **magnetisch veld**. Dit wordt weergegeven met **magnetische veldlijnen**. Deze lopen buiten de magneet per definitie van de noord- naar de zuidpool van een magneet (figuur 19). De richting van het magneetveld bepaal je door een proefmagneet, bijvoorbeeld een kompasnaald, in het veld te plaatsen. Een proefmagneet kan om zijn as draaien



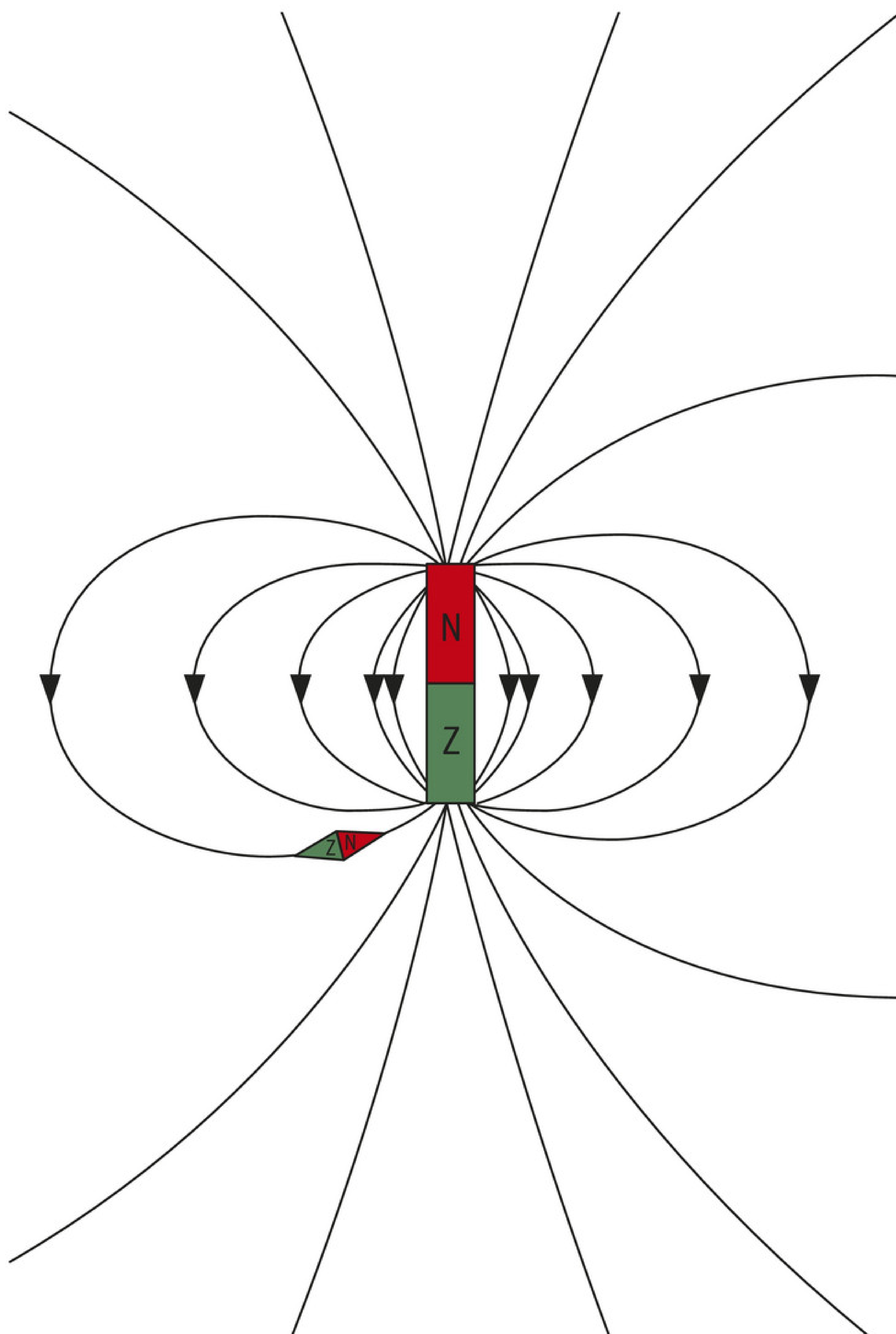
▲ **figuur 18** magnetische polen



▲ **figuur 19** Zo kun je de richting van magnetische veldlijnen bepalen (slechts één veldlijn is getekend).

en is zwak genoeg om het magneetveld niet te beïnvloeden. De noordpool van het proefmagneetje zal aangetrokken worden door de zuidpool van de staafmagneet, de zuidpool door de noordpool. Het proefmagneetje zal daardoor gaan draaien tot het uitgelijnd is met het magnetisch veld (figuur 19). Daarbij geeft de noordpool van het proefmagneetje de richting van de veldlijnen aan.

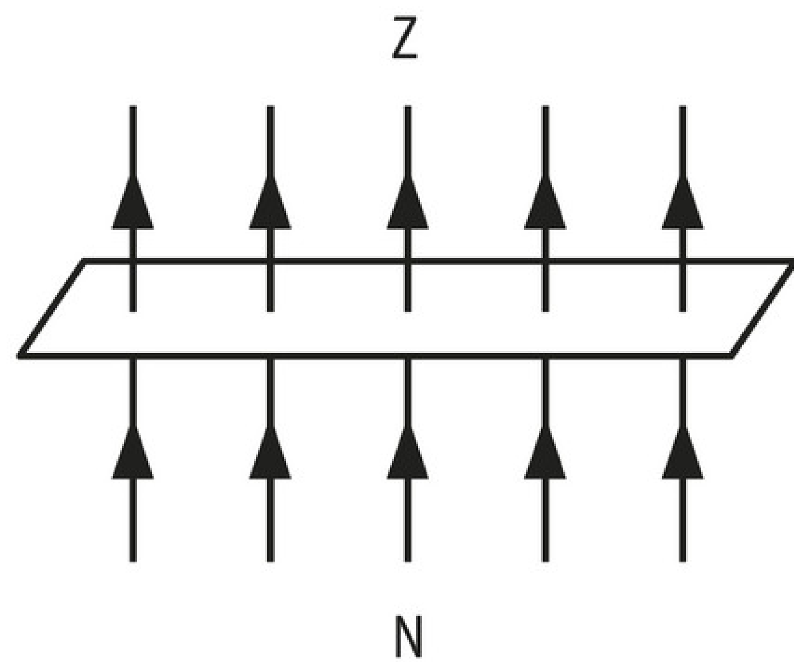
Een magnetische veldlijn vormt altijd een gesloten kring. Dat is in figuur 20 met het veld van een staafmagneet niet direct duidelijk. Binnen in de staafmagneet lopen de veldlijnen echter van *zuid* naar *noord*, zodat de veldlijn gesloten is. De veldlijnen dicht bij de staafmagneet zijn als gesloten lijnen getekend. Verder weg is het niet meer mogelijk dit te tekenen, maar ook deze veldlijnen zijn in werkelijkheid, buiten beeld, gesloten. Dat komt doordat er geen losse noord- of zuidpolen bestaan, zoals er wel losse positieve en negatieve ladingen zijn. Een magneet is altijd een zogenoemde dipool: hij heeft een noord- én een zuidpool.



◀ **figuur 20** het magneetveld rond een staafmagneet

Magnetische veldsterkte

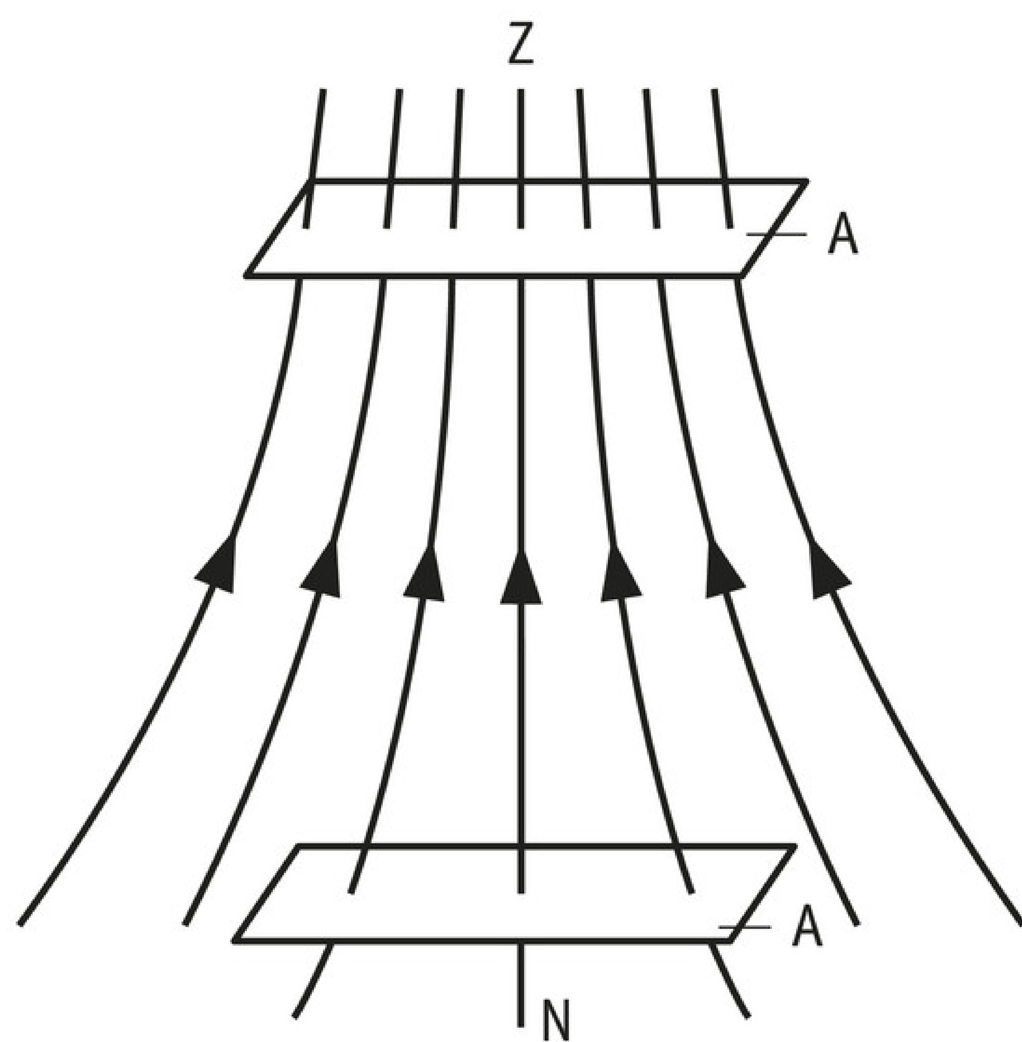
De sterkte van het magneetveld wordt uitgedrukt in de **magnetische veldsterkte *B*** in tesla (T). Het aardmagnetisch veld heeft in Nederland een sterkte van ongeveer 50 μT. Een magneetje voor een koelkastdeur heeft een sterkte van ongeveer 5 mT en een magneet in een luidspreker is van de orde van grootte van 1 T.
Je kunt de magnetische veldsterkte voorstellen als het aantal magnetische veldlijnen dat (loodrecht) door een bepaalde oppervlakte gaat (figuur 21). Hoe meer veldlijnen er door een gegeven oppervlakte gaan, hoe sterker het magneetveld. Dit werkt dus net als bij het elektrisch veld. Ook daar geef je een sterker veld aan met veldlijnen die zich dichter op elkaar bevinden.



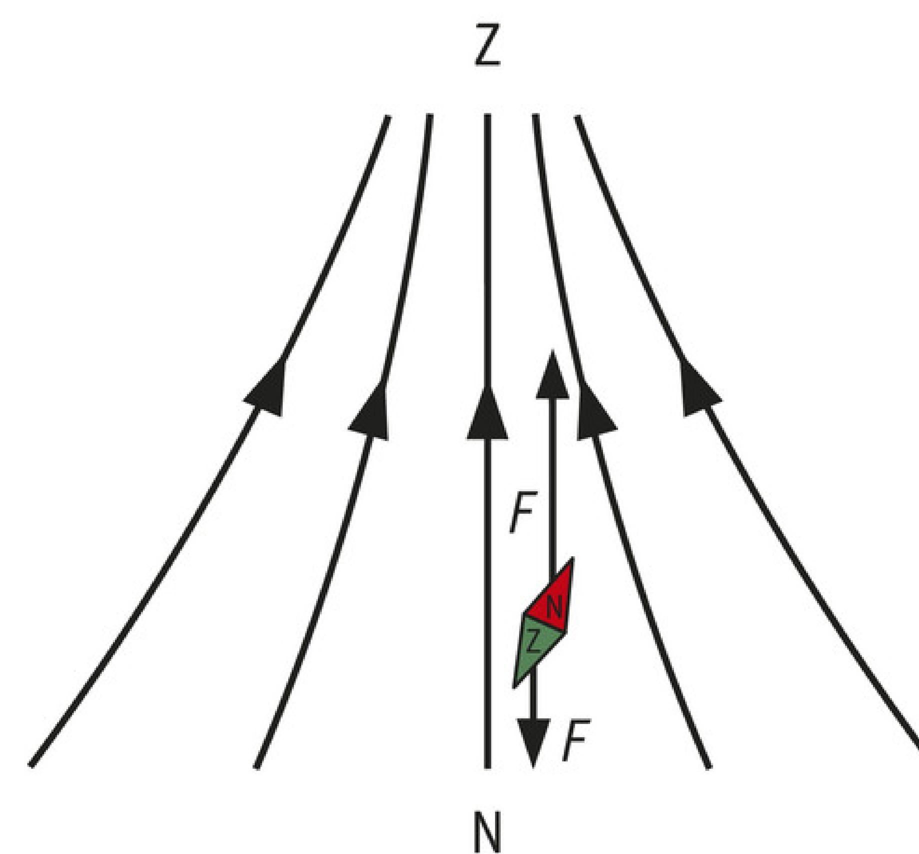
▲ **figuur 21** de magnetische veldsterkte van een homogeen veld

Een **homogeen magneetveld** is overal even sterk: het aantal veldlijnen per oppervlakte is overal gelijk (figuur 21). Een proefmagneet zal in een homogeen magnetisch veld draaien tot hij is uitgelijnd met het veld. De magneet beweegt niet als geheel in de richting van een van de polen. Dat komt doordat de noordpool van de proefmagneet even sterk wordt aangetrokken tot de zuidpool van het veld, als de zuidpool tot de noordpool van het veld.

In een **inhomogeen magneetveld** is het aantal veldlijnen per oppervlakte niet overal gelijk (figuur 22a). Wanneer je een proefmagneet die makkelijk om zijn as draait in een inhomogeen magneetveld plaatst, zal deze draaien en vervolgens als geheel in de richting van het sterker wordende veld gaan bewegen. Dat komt doordat de ene pool sterker de ene kant op wordt getrokken dan de andere pool de andere kant op (zie figuur 22b).
Als een magneet niet kan draaien, kan hij in een inhomogeen veld worden afgestoten, want dan kan de afstotende kracht op de ene pool groter zijn dan de aantrekkende kracht op de andere. Bij de polen van een staafmagneet is het veld inhomogeen. Breng je twee staafmagneten dicht bij elkaar, dan stoten ze elkaar af of trekken ze elkaar aan, afhankelijk van de oriëntatie.



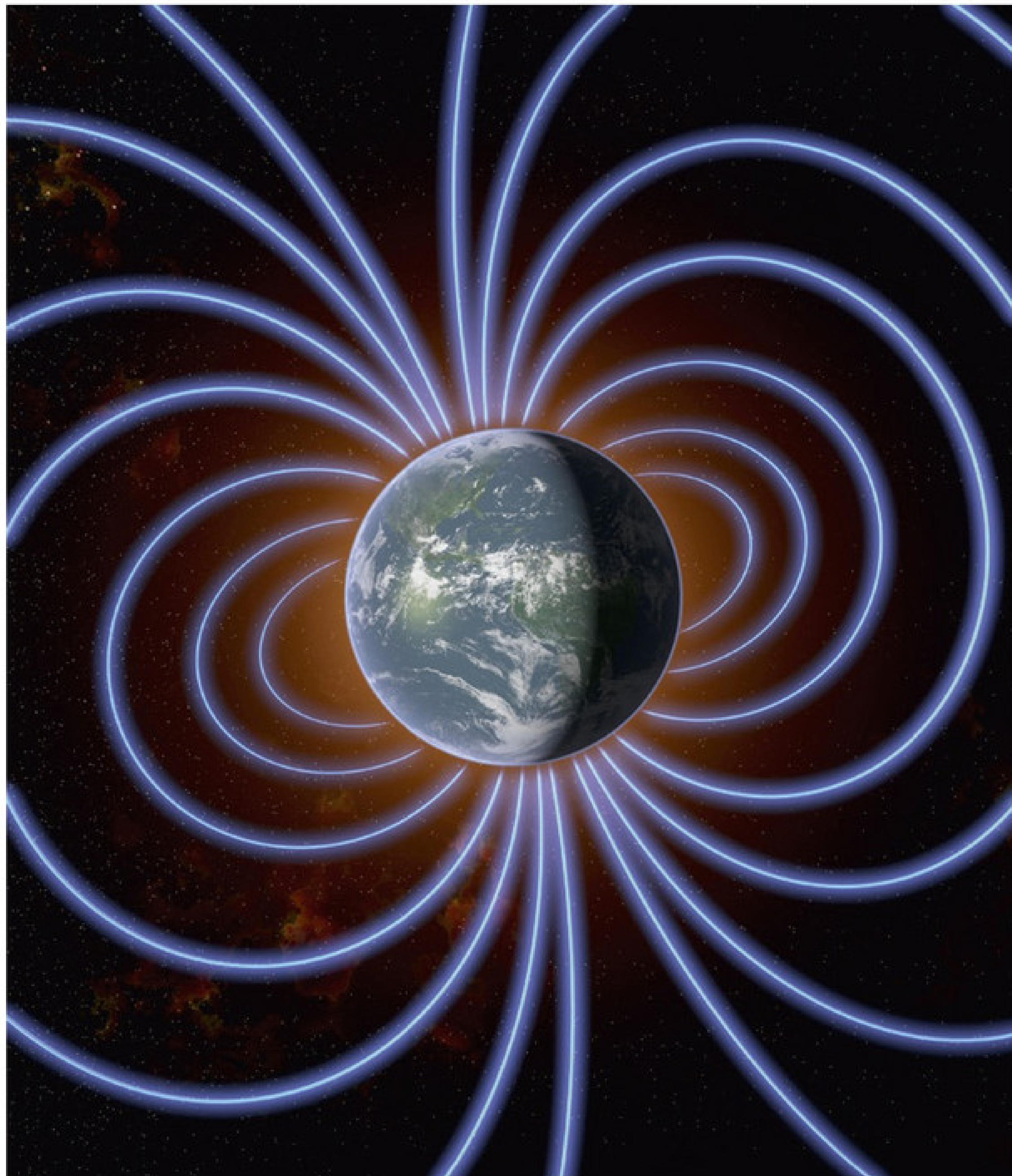
▲ **figuur 22a** een inhomogeen magneetveld



▲ **figuur 22b** een proefmagneet in een inhomogeen magneetveld

Permanente magneten en het aardmagnetisch veld

Er bestaan materialen die permanent magnetisch zijn. Deze worden **permanente magneten** genoemd. Sommige bodemlagen kunnen permanent magnetisch zijn. Deze magnetische gesteenten danken hun magnetische eigenschappen aan het aardmagnetisch veld (figuur 23). Door vulkanische activiteit was het gesteente ooit vloeibaar. Bepaalde atomen in deze grondstoffen richtten zich toen naar het aardmagnetisch veld. Toen het gesteente stolde, werd die richting gefixeerd. Zo behoudt het gesteente zijn magnetische eigenschappen.

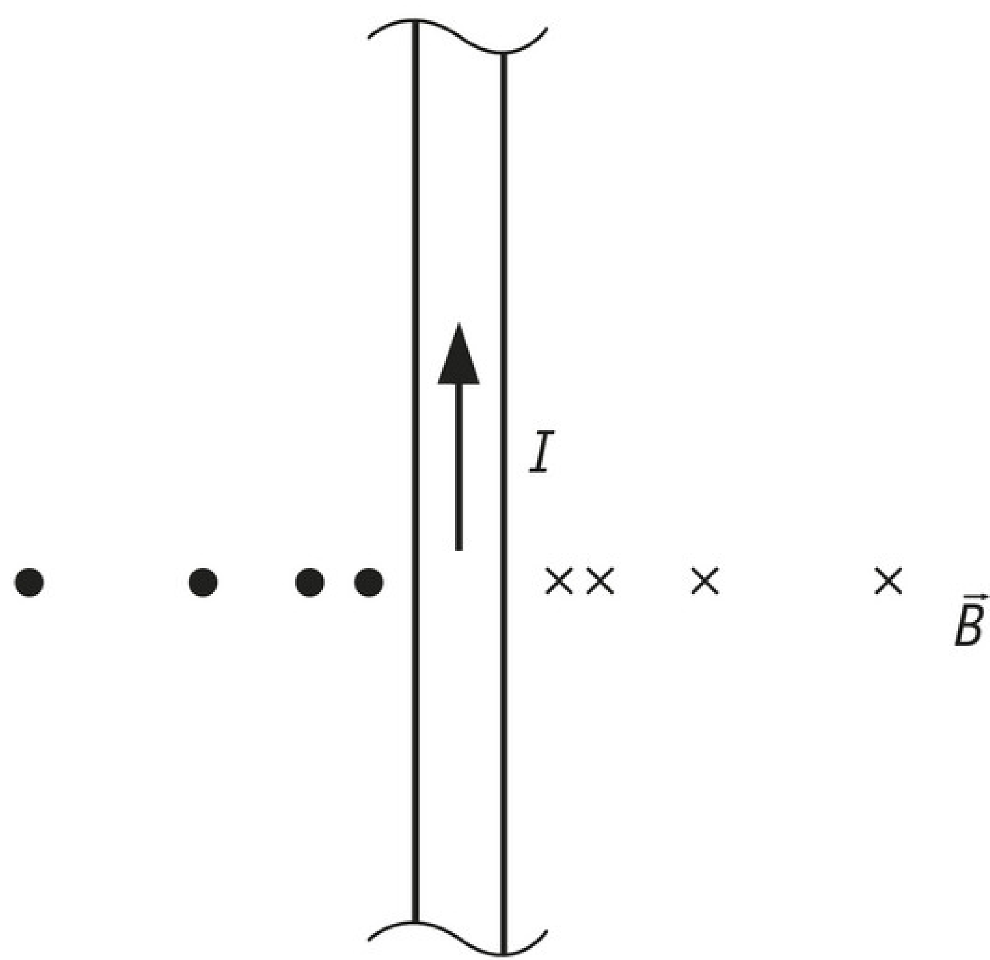


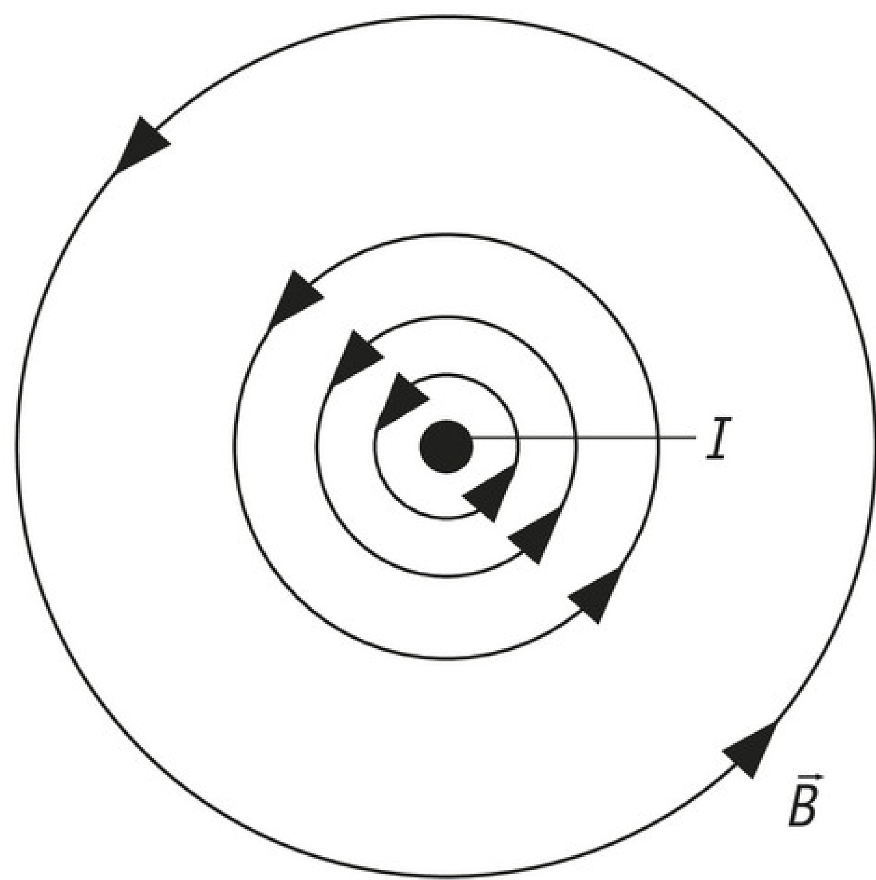
▲ **figuur 23** het aardmagnetisch veld

In hoofdstuk 6 heb je meer kunnen lezen over het aardmagnetisch veld. De sterkte en richting van dit veld variëren van plaats tot plaats. Het magnetische noorden van een kompas wijst niet overal op aarde precies naar het geografische noorden. Op landkaarten is deze afwijking weergegeven zodat je met een kompas toch het geografische noorden kunt vinden. Bovendien heeft het aardmagnetisch veld ook een component loodrecht op het aardoppervlak. Naarmate je dichter bij de polen komt, maken de aardmagnetische veldlijnen een steeds grotere hoek met het aardoppervlak. Kompasnaalden moeten hiervoor gecorrigeerd worden. Een van de kanten van de kompasnaald is zwaarder, zodat het naaldje horizontaal blijft.
Het aardmagnetisch veld wordt veroorzaakt door convectie van vloeibaar ijzer en nikkel in de buitenkern van de aarde. Het exacte mechanisme is nog niet begrepen. Doordat ijzer en nikkel metalen zijn, kunnen elektronen zich min of meer vrij bewegen. Bewegende ladingen kunnen een magneetveld opwekken. Dat magneetveld beïnvloedt weer de beweging van de elektronen. Zo worden elektrische stromen in stand gehouden die het aardmagneetveld opwekken.

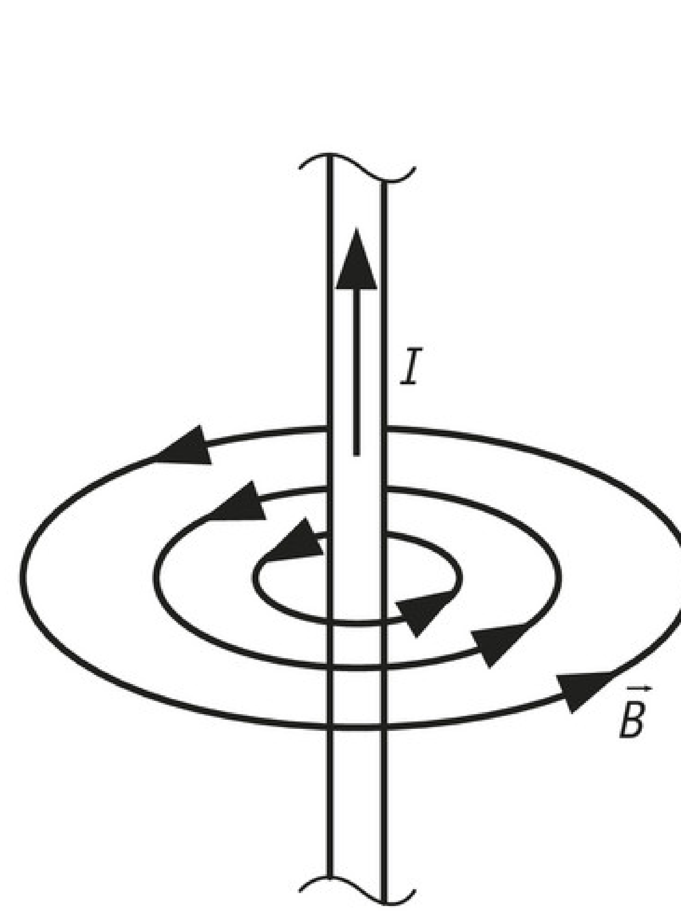
Magnetisch veld van een stroomvoerende draad

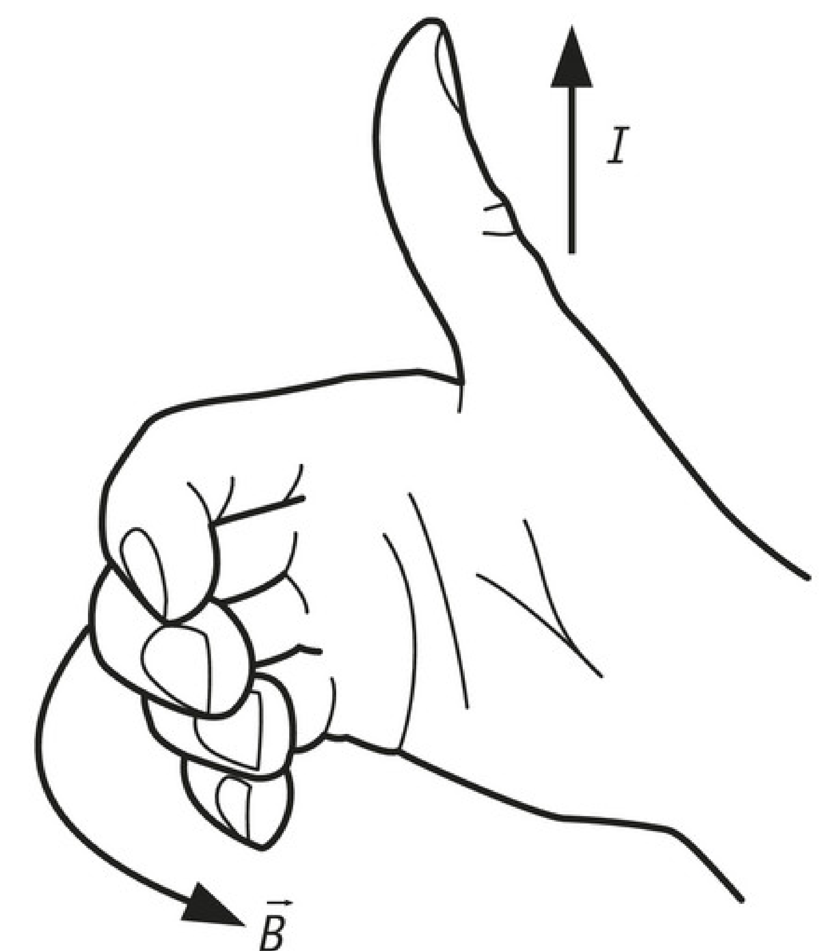
Rond een draad waar een elektrische stroom doorheen gaat, bevindt zich een magnetisch veld. De magnetische veldlijnen lopen in cirkels rond de stroomdraad in het vlak loodrecht op de stroomdraad. In figuur 24a zie je een bovenaanzicht en een dwarsdoorsnede van zo'n stroomvoerende draad. Bij de dwarsdoorsnede komen links van de draad de magnetische veldlijnen het papier uit (aangegeven met stip), rechts gaan ze het papier in (aangegeven met kruis). Verder van de draad wordt het magnetisch veld zwakker. De richting van het magneetveld kun je ook hier weer bepalen met een proefmagneet. Het blijkt dat de richting van het magneetveld afhangt van de richting van de stroom door de draad. Met de **rechterhandregel** voor een stroomvoerende draad kun je onthouden wat de richting van het magneetveld is (figuur 24b): Als de duim van je rechterhand in de richting van de stroom staat, geven de gekromde vingers de draairichting van het magnetisch veld rond de draad.





▲ **figuur 24a** het magnetisch veld rond een stroomvoerende draad





▲ **figuur 24b** de rechterhandregel voor een stroomvoerende draad

Spoel en elektromagneet

Wanneer je een (geïsoleerde) elektriciteitsdraad rond een cilinder wikkelt (bijvoorbeeld een kartonnen koker), krijg je een **spoel** (figuur 25). Een spoel bestaat uit een aantal windingen elektriciteitsdraad. Als je een stroom door de stroomdraad stuurt, ontstaat er een magnetisch veld. De spoel is een **elektromagneet** geworden.

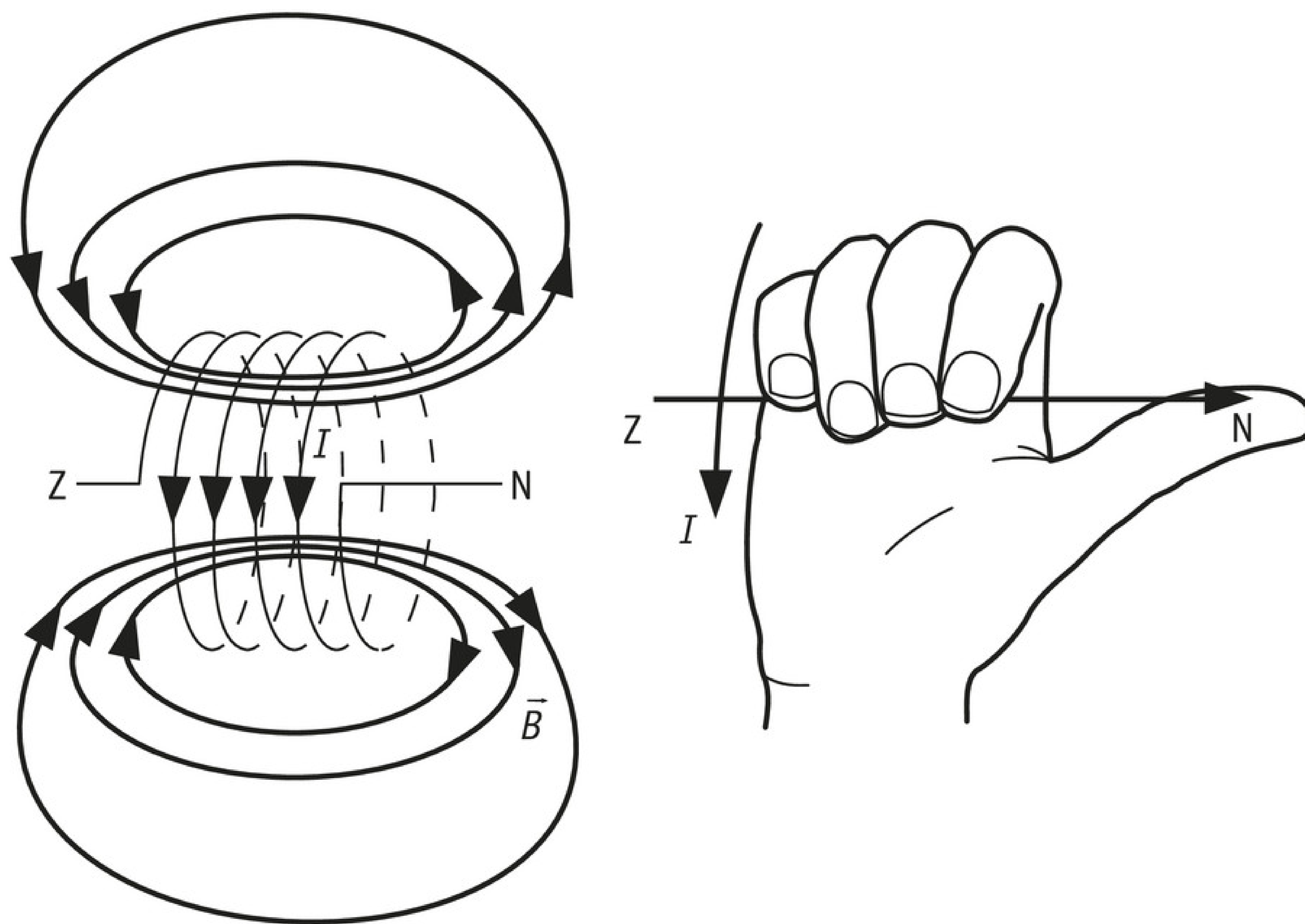


▲ **figuur 25** twee spoelen

Het magnetisch veld van een elektromagneet lijkt sterk op het veld van een staafmagneet. De richting van het magnetisch veld hangt af van de richting van de stroom door de spoel. Ook daar is een ezelsbruggetje voor: de rechterhandregel voor een spoel. Omsluit de spoel met je vingers, waarbij je vingers in de richting van de stroom door de spoel wijzen. Je duim geeft dan

de richting van het magneetveld in de spoel aan (figuur 26). De kant waar je duim op wijst is de kant waar de veldlijnen uit de spoel komen. Dat is dus de noordkant van de elektromagneet.

De sterkte van het magneetveld in de spoel hangt af van de sterkte van de stroom en het aantal windingen van de spoel: hoe sterker de stroom en hoe meer windingen, hoe sterker het magneetveld. En ook: hoe dichter de windingen op elkaar zitten, hoe sterker het magneetveld.



▲ **figuur 26** het magnetisch veld van een elektromagneet en de bijbehorende rechterhandregel

Onthoud!

- Een magneet heeft twee polen: noord en zuid. Gelijke polen stoten elkaar af, ongelijke polen trekken elkaar aan. De vorm van het aardmagnetisch veld is te vergelijken met het veld van een staafmagneet. De magnetische zuidpool bevindt zich in het noordpoolgebied.
- Rond een magneet bevindt zich een magnetisch veld, waarvan de grootte wordt uitgedrukt in de eenheid tesla (T). Het wordt weergegeven door veldlijnen. Veldlijnen lopen van noord naar zuid.
- Rond een stroomvoerende draad bevindt zich een magnetisch veld. De veldlijnen lopen in cirkels rond de draad. Verder van de draad wordt de veldsterkte kleiner. De richting van de veldlijnen kun je bepalen met de rechterhandregel voor een stroomvoerende draad.
- Een stroom door een spoel wekt een magnetisch veld op dat vergelijkbaar is met het magneetveld van een staafmagneet. De richting van de veldlijnen kun je bepalen met de rechterhandregel voor een spoel.
- In een homogeen magneetveld is de veldsterkte overal gelijk, dus het aantal veldlijnen per oppervlakte is constant. In een inhomogeen magneetveld verandert de veldsterkte in de ruimte.

Opdrachten

25 Magnetische veldlijnen
In figuur 20 zie je de veldlijnen rond een staafmagneet.
a Leg uit hoe je aan de tekening ziet dat de magnetische veldsterkte dicht bij de polen van een staafmagneet groter is dan ver van de polen.

In figuur 24a is een bovenaanzicht van het magnetisch veld rond een stroomvoerende draad getekend.

b Leg uit dat je in de tekening op twee manieren kunt bepalen dat de stroom naar je toe komt: met behulp van de richting van de pijlen en door wat er op de plaats van de draad is getekend.

In figuur 26 is het magnetisch veld in en bij een spoel getekend.

c Leg uit waar het magnetisch veld het grootst is.

26 Magnetisch veld maken

Je kunt op verschillende manieren ervoor zorgen dat er in een bepaald punt een magnetisch veld ontstaat in een voorgeschreven richting. Leg uit hoe je zorgt voor een magnetisch veld in een punt P naar *links* door gebruik te maken van:

a een staafmagneet;
b een stroomdraad;
c een spoel.

27 Versnellen

Een lading kun je versnellen in een homogeen elektrisch veld. Het is niet mogelijk een magneetje te versnellen in een homogeen magnetisch veld.

a Leg uit welk verschil tussen magneten en ladingen hiervan de oorzaak is.

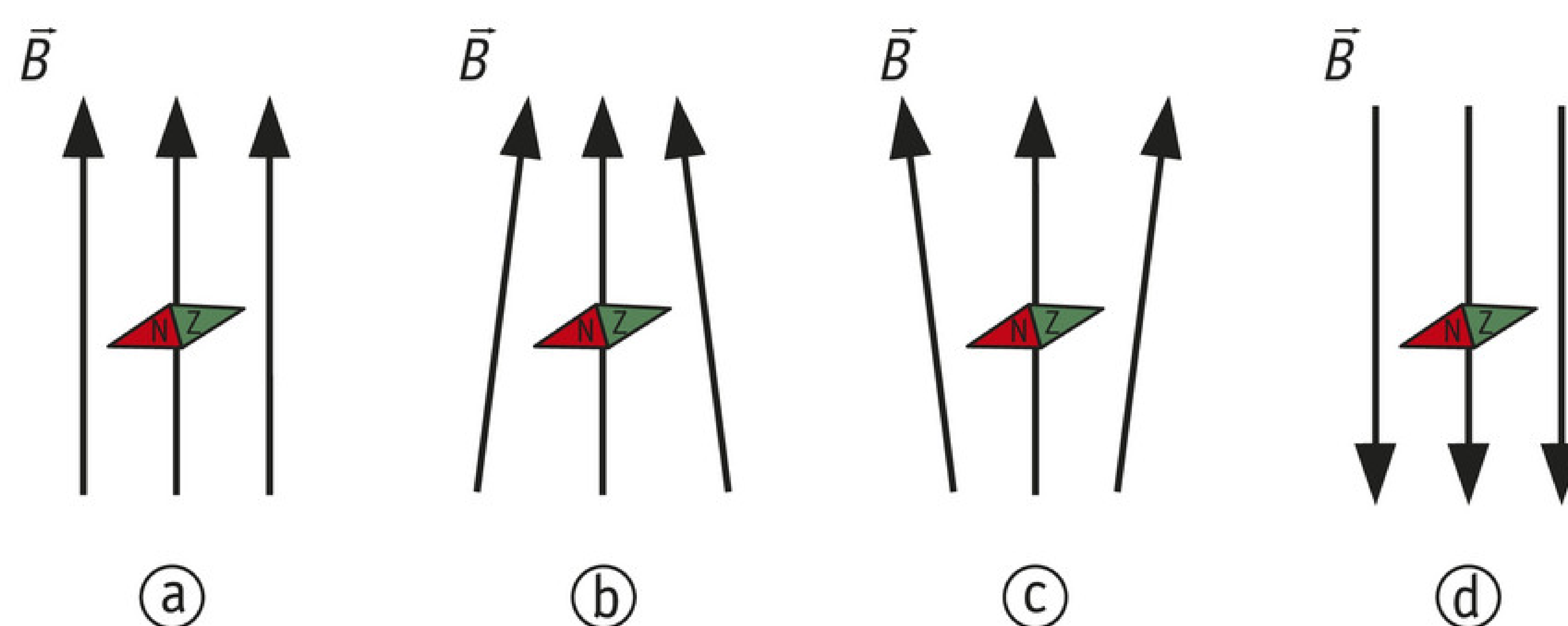
Een geladen ballon kan een ongeladen papiersnippertje aantrekken.

b Leg uit dat hier sprake is van een inhomogeen elektrisch veld en dat verschuivingen van ladingen in het snippertje ertoe leiden dat het inderdaad kan worden aangetrokken. Tip: de situatie is analoog aan een proefmagneetje in een inhomogeen magnetisch veld.

28 Drijvende naald

Een losse kompasnaald drijft in een bak met water en kan vrij bewegen. In de bak met water bevindt zich een magneetveld.

Geef voor elk van de situaties in figuur 27 aan wat er met de kompasnaald zal gebeuren.

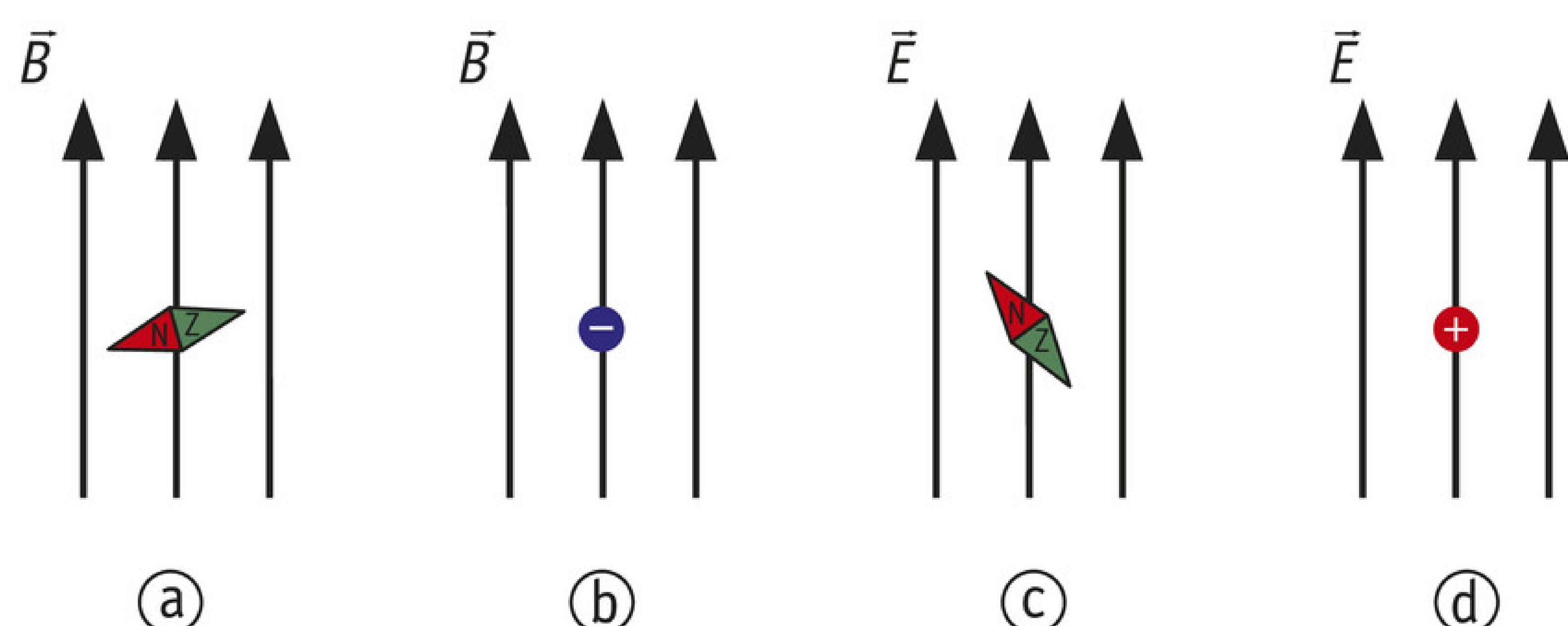


▲ **figuur 27** een kompasnaald in een magneetveld

29 Lading en magneet

In de situaties in figuur 28 is steeds een magnetisch of elektrisch veld aanwezig. In de velden wordt een lading of een kompasnaald geplaatst die vrij kan bewegen.

Geef voor elk van de situaties aan wat er met de lading of de kompasnaald zal gebeuren.



▲ **figuur 28** ladingen (b negatief, d positief) en kompasnaalden in elektrische en magnetische velden

30 Stoomdraad in huis
Als je thuis een kompasnaald bij een snoer van een wasmachine houdt, zal de naald zich niet richten, ook al loopt er een grote stroom door de draad.
Geef twee redenen waarom de kompasnaald zich niet richt.

31 Twee magneten
Je plaatst twee identieke staafmagneten op een tafel, met de noordpolen naar elkaar gericht.
- **a** Teken de twee staafmagneten en voor elk van de twee staafmagneten het magneetveld dat ze veroorzaken.
- **b** Teken in een andere kleur het magneetveld dat de twee staafmagneten *samen* veroorzaken. Ga hiervoor na wat er met een proefmagneet zou gebeuren wanneer je die op verschillende plaatsen tussen de staafmagneten plaatst.
- **c** Ga na of er plaatsen zijn waar de magnetische veldsterkte nul is.
- **d** Herhaal de voorgaande stappen voor twee identieke staafmagneten waarvan de noordpool van de ene tegenover de zuidpool van de andere staat.

32 Drie draden
Meerdere stroomvoerende draden naast elkaar genereren een magnetisch veld. De stroomsterkten zijn gelijk.
- **a** Teken in bovenaanzicht drie stroomvoerende draden op enige afstand van elkaar, zodanig dat de stroom het papier uit komt.
- **b** Teken voor elk van de draden het magneetveld van de draad.
- **c** Geef aan op welke plaatsen twee draden elkaars veld opheffen.
- **d** Geef aan op welke plaatsen de draden elkaars veld versterken.
- **e** Gebruik een andere kleur om het resulterende veld van de drie draden te schetsen.

33 Spoel
Snijd in gedachten de spoel uit figuur 26 met vijf windingen over de lengterichting in tweeën, zodat een dwarsdoorsnede ontstaat.
- **a** Teken het bovenaanzicht van deze dwarsdoorsnede. Geef met stipjes en kruisjes de stroomrichting door de draden van de spoel aan.
- **b** Teken voor elk van de draden het magneetveld dat de draden opwekken.
- **c** Schets in een andere kleur het resulterende magneetveld van de draden.
- **d** Welke richting heeft het magneetveld *in* de spoel? Komt dit overeen met wat je zou vinden met de rechterhandregel voor een spoel?
- **e** Welke richting heeft het magneetveld *buiten* de spoel?

34 Aardmagnetisch veld meten
Je plaatst een kompas in het midden van een spoel. De windingen van de spoel staan zo ver uiteen dat je het kompas kunt aflezen. Als er geen stroom door de spoel loopt, wijst de kompasnaald in de lengterichting van de spoel. Je sluit de spoel op een spanningsbron aan en varieert de stroom door de spoel.
- **a** Leg uit hoe je met behulp van de kompasnaald kunt bepalen in welke richting de stroom door de spoel loopt.
- **b** Leg stap voor stap uit hoe je met behulp van deze opstelling de sterkte van het aardmagnetisch veld kunt meten in het horizontale vlak.

35 Cassettebandjes
Muziek werd vroeger op cassettebandjes gezet, televisieprogramma's werden opgenomen op videobanden, en ook computergeheugens kunnen werken met magneetbanden. Hierover vind je op Wikipedia:
"Een **magneetband** is een opslagmedium voor gegevens in de vorm van een band van kunststof waarop een dunne laag magnetiseerbaar materiaal is aangebracht, waarvan de mag-

netische deeltjes met een magneet (de schrijfkop) in een bepaalde richting gemagnetiseerd kunnen worden. Door een wisselende polariteit van de schrijfkop ontstaat er op de band een heel klein magnetisch veld waarvan de richting afhankelijk is van de plaats."

a Leg uit dat de magneet van de schrijfkop wel een elektromagneet moet zijn, geen permanente magneet.

b Leg uit hoe een wisselend elektrisch signaal dat naar de schrijfkop gaat, uiteindelijk leidt tot een variërende richting van de magnetisatie van de band.

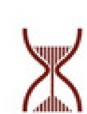
+36 Componenten

Je meet de sterkte van een homogeen magneetveld in twee horizontale richtingen loodrecht op elkaar en vindt de volgende waarden: B_1 = 2,0 mT en B_2 = 5,0 mT.

a Bereken de sterkte van het magneetveld in het horizontale vlak.

b Bereken de hoek die het magneetveld in het horizontale vlak maakt ten opzichte van component B_1.

c Is de hoek die je bij opdracht b hebt berekend gelijk aan de hoek tussen het magneetveld en component B_1? Leg uit welke meting je moet uitvoeren om dat te controleren.

 **37** Draaien

Je legt een sterke staafmagneet en een kompas op een horizontaal tafelblad. Het kompas beweeg je in een cirkel om de staafmagneet.

Beredeneer hoe vaak de kompasnaald ronddraait.

4 De lorentzkracht

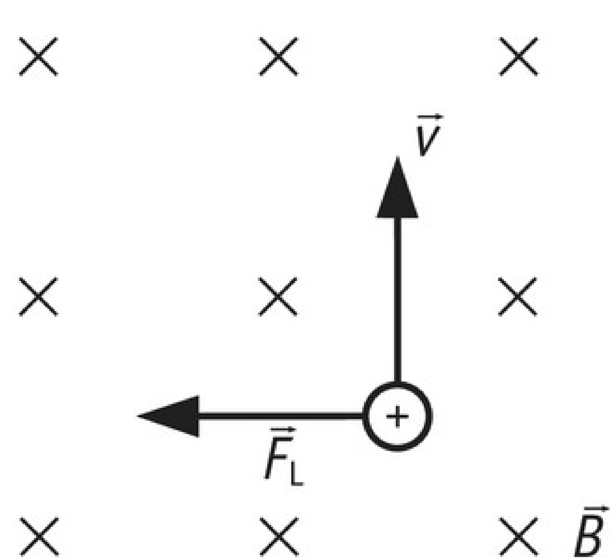
In deze paragraaf leer je:

- de grootte en richting van de lorentzkracht op een geladen deeltje te bepalen;
- de grootte en richting van de lorentzkracht op een elektrische stroom in een draad te bepalen;
- de theorie van de lorentzkracht toepassen op elektromotoren en luidsprekers.

Wanneer een lading in een extern magneetveld beweegt, dan werkt er een kracht op de lading: deze kracht wordt de **lorentzkracht** genoemd.

De richting van de lorentzkracht

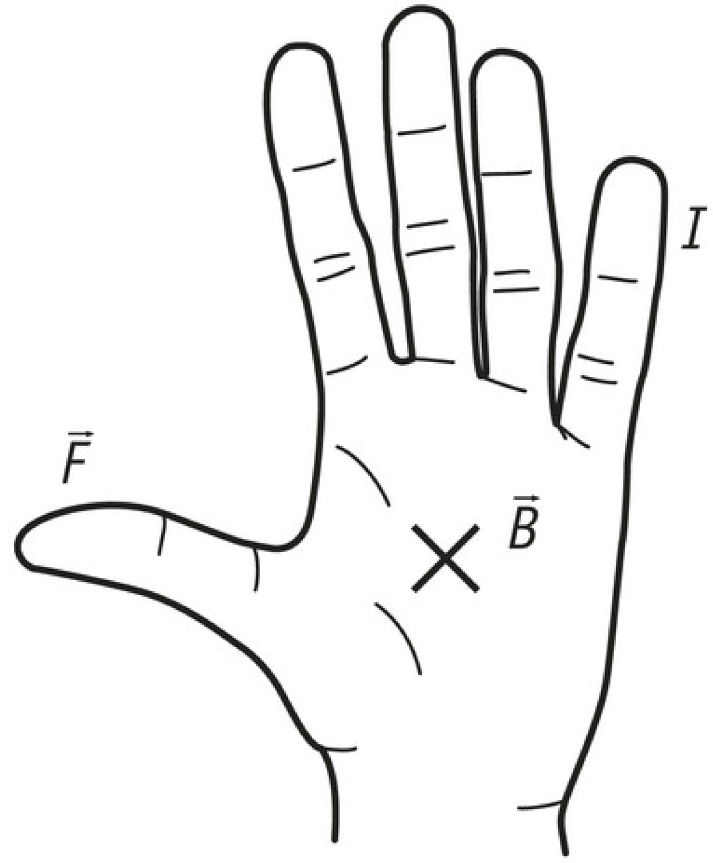
In figuur 29 zie je een situatie waarin de lorentzkracht werkt. Een positieve lading beweegt omhoog op een plek waar een magneetveld het papier in wijst. Er ontstaat een kracht die de positieve lading naar links trekt.



▲ **figuur 29** Een positief geladen deeltje beweegt in een magneetveld en ondervindt een kracht.

De lorentzkracht staat altijd loodrecht op de bewegingsrichting van het geladen deeltje en ook loodrecht op het magneetveld ter plaatse. De richting van de lorentzkracht hangt af van de bewegingsrichting van het deeltje, het teken van zijn lading (plus of min), en van de richting van het magnetisch veld. Met de **linkerhandregel** vind je de richting van de lorentzkracht:

- Laat de magnetische veldlijnen met hun pijlen in de handpalm van je linkerhand prikken.
- Laat de vingers van je linkerhand in de richting van de stroom wijzen (als er een positief deeltje beweegt, is de richting van de stroom gelijk aan de bewegingsrichting; als er een negatief deeltje beweegt, is de richting van de stroom tegengesteld aan de bewegingsrichting).
- Steek je duim uit: die richting is de richting van de lorentzkracht op het deeltje.



◀ **figuur 30** De linkerhandregel voor de lorentzkracht: je kijkt tegen de handpalm van je linkerhand aan.

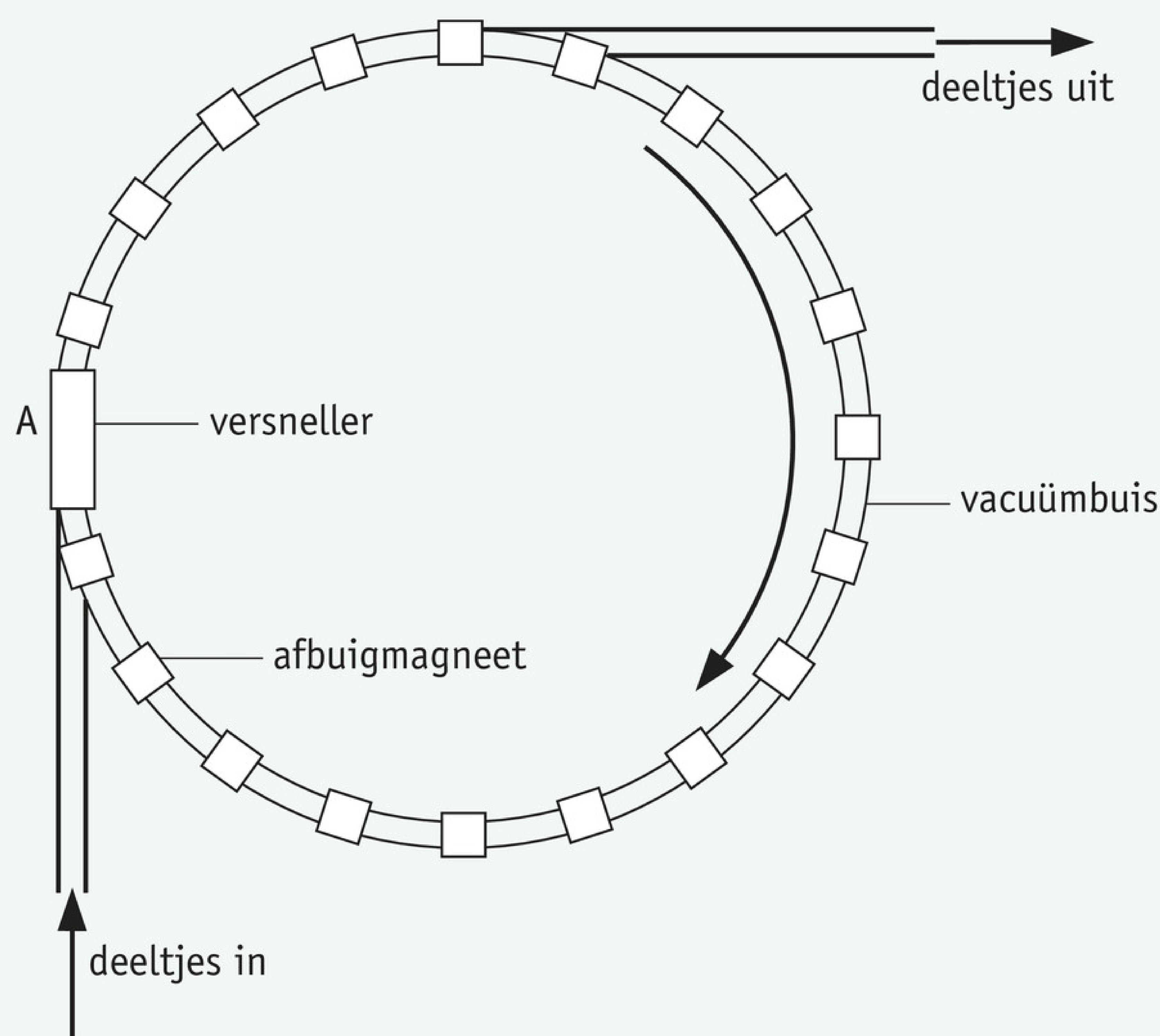
Omdat de lorentzkracht loodrecht op de snelheid staat kan hierdoor alleen de richting van de snelheid veranderen. De lorentzkracht verricht dus geen arbeid.

Voorbeeldopgave 5

De Large Hadron Collider is een 27 km lange donutvormige buis waarin onderzoekers geladen deeltjes laten rondgaan. Sterke magneten zorgen ervoor dat de deeltjes de ronding van de buis volgen. Het doel is de deeltjes uiteindelijk heel snel te laten bewegen en te laten botsen op andere deeltjes, wat informatie oplevert over de bouw van de deeltjes.

a Leg uit dat het laten toenemen van de snelheid niet met magneetvelden moet gebeuren, maar met elektrische velden.

b Leg uit in welke richting het magneetveld staat als in figuur 31 aan de linkerkant protonen worden geïnjecteerd.



▲ **figuur 31** Large Hadron Collider

Uitwerking

a Het magneetveld zorgt voor een lorentzkracht op de bewegende deeltjes die altijd loodrecht staat op de bewegingsrichting. Daardoor kan de lorentzkracht deeltjes niet afremmen of versnellen, alleen van richting laten veranderen. Het elektrisch veld kan zorgen voor een kracht in de richting van de snelheid en kan dus wel zorgen voor een toename van de snelheid.

b De protonen moeten met de klok mee lopen. Kies een punt van de baan, bijvoorbeeld bij A. De protonen lopen in de figuur omhoog. De stroom is in de figuur dus omhoog gericht. De protonen moeten naar rechts afbuigen. De richting van de lorentzkracht is dus naar rechts. Houd nu je linkerhand zo dat de vingers in de figuur naar boven wijzen en je duim naar rechts. Dit lukt als je de handpalm parallel aan het papier houdt, met de handpalm van je af gericht. De magnetische veldlijnen lopen je handpalm in, dus het papier uit. Merk op dat je ook een heel ander punt had kunnen nemen, bijvoorbeeld bovenaan in de baan. Dan houd je de vingers van de linkerhand naar rechts gericht en de duim naar beneden. Ook dan moet je de handpalm parallel aan het papier houden, met de handpalm van je af gericht.

De grootte van de lorentzkracht

De lorentzkracht werkt in een magneetveld alleen op bewegende geladen deeltjes. De lorentzkracht F_L is groter als het magneetveld B sterker is, als de lading q van het deeltje groter is, of als de snelheid v van het deeltje groter is:

$$F_L = B \cdot q \cdot v$$

Hierin is:

- F_L de lorentzkracht in newton (N);
- B de magnetische veldsterkte in tesla (T);
- q de lading in coulomb (C);
- v de snelheid in meter per seconde (m s^{-1}).

Deze formule is geschikt als je de grootte van de lorentzkracht op een enkel deeltje wilt bepalen. In een stroomdraad werkt de lorentzkracht op alle bewegende elektronen, zodat er een kracht is op de draad als geheel. De lorentzkracht op een stroomdraad kun je afleiden door de snelheid uit te werken als $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

Dan geldt voor een stroom I in een draad van lengte l:

$$F_L = B \cdot q \cdot v = B \cdot q \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = B \cdot \frac{q}{\Delta t} \cdot \Delta x = B \cdot I \cdot l$$

Conclusie:

$$F_L = B \cdot I \cdot l$$

Hierin is:

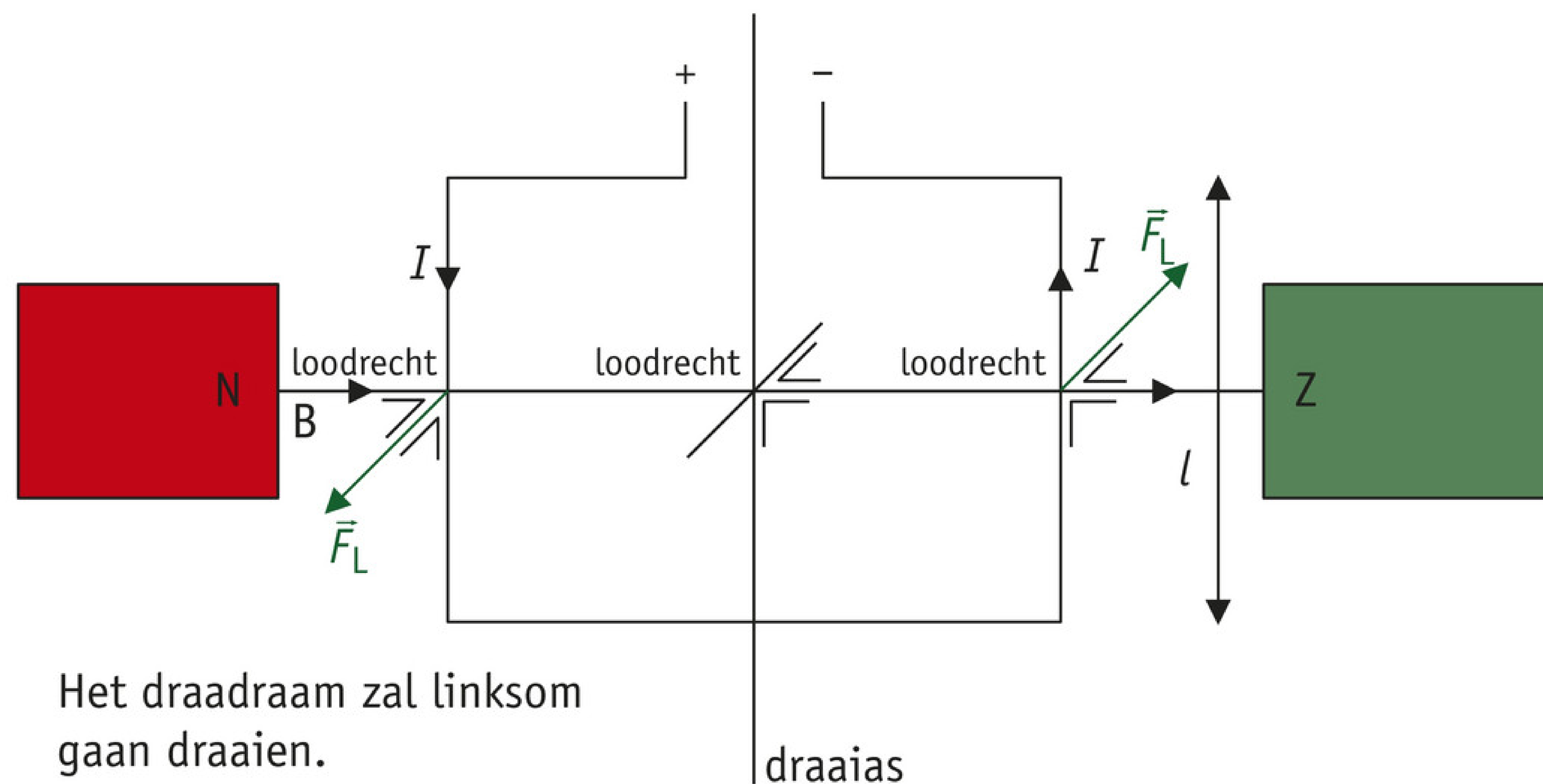
- F_L de lorentzkracht in newton (N);
- B de magnetische veldsterkte in tesla (T);
- I de stroomsterkte in ampère (A);
- l de lengte van het stuk draad dat zich in het magnetisch veld B bevindt in meter (m).

Een sterker magneetveld, een grotere stroomsterkte en ook een langer stuk draad leiden allemaal tot een grotere lorentzkracht.

▶ **EXPERIMENT 1** De lorentzkracht zichtbaar maken (begripspracticum)

Toepassingen van de lorentzkracht

Elektromotoren worden in veel apparaten en machines gebruikt: heel zwakke in klokken, sterkere in ventilatoren, wasmachines en elektrische treintjes, tot supersterke in trams, treinen en elektrische auto's. De werking van elektromotoren is gebaseerd op de lorentzkracht. Ook in luidsprekers is het de lorentzkracht die voor beweging zorgt.
In elektromotoren zorgt de lorentzkracht voor een draaibeweging. Dat komt doordat de stroom door een draadraam loopt, waarin de stroom aan twee zijden in tegengestelde richting loopt (figuur 32). De permanente magneet zit vast en veroorzaakt overal een magnetisch veld dezelfde kant op. Toepassen van de linkerhandregel laat zien dat in de situatie van figuur 32 de rechterkant naar achteren wordt geduwd en de linkerkant naar voren wordt getrokken.

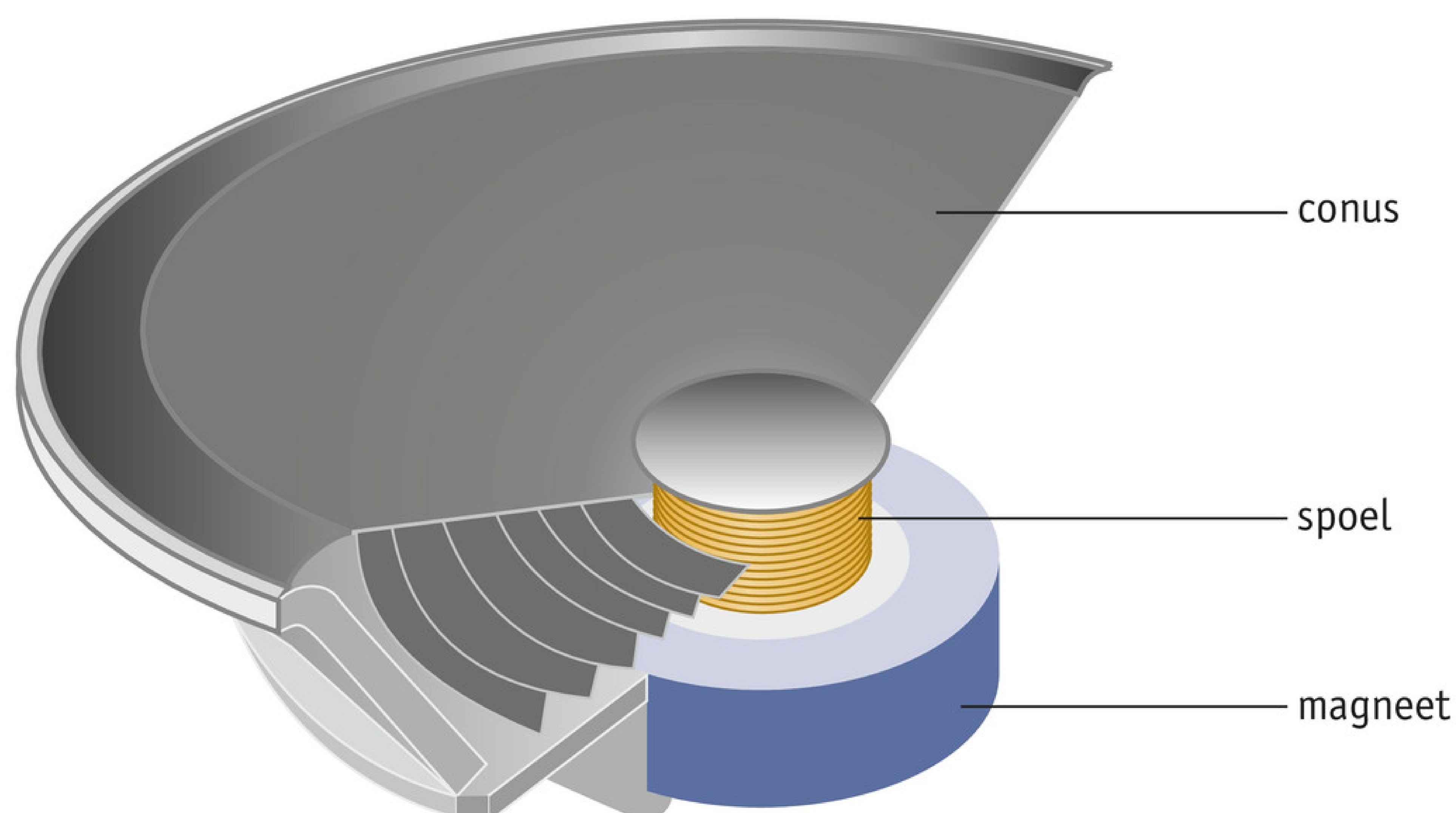


▲ **figuur 32** het principe van de elektromotor

De spoel begint aan een draaibeweging. Als de rechterkant in figuur 32 achterlangs is gegaan en links is aangekomen, wordt de stroomrichting in het draadraam omgekeerd. Dan blijft het draadraam doordraaien in dezelfde richting.

De luidspreker

Het trillende deel van een luidspreker (figuur 33), de conus, beweegt heen en weer. Ook deze beweging is een gevolg van de lorentzkracht. In de luidspreker zit een magneet. De versterker geeft snel variërende spanningen af. Die leiden tot snel variërende stroompjes in een spoeltje in de luidspreker. Hierdoor varieert de lorentzkracht op het spoeltje, dat zich in het constante magneetveld bevindt, snel in de tijd. De conus zit aan de spoel vast en gaat meebewegen. Bij hogere frequenties van het geluid beweegt de conus sneller. Bij hard geluid beweegt de conus met grotere uitwijkingen dan bij zacht geluid.



▲ **figuur 33** onderdelen van een luidspreker

Onthoud!

- Als een lading beweegt in een magneetveld, ontstaat er een lorentzkracht op de lading. Deze staat loodrecht op de bewegingsrichting van de lading en loodrecht op het magneetveld.
- De linkerhandregel vertelt in welke richting de lorentzkracht staat als de bewegingsrichting van de lading en de richting van het magneetveld bekend zijn.
- De grootte van de lorentzkracht is voor een enkel geladen deeltje gelijk aan $F_L = B \cdot q \cdot v$.
- De grootte van de lorentzkracht is voor een stroom in een draad gelijk aan $F_L = B \cdot I \cdot l$.
- In een elektromotor gaat een stroomvoerend draadraam draaien door lorentzkrachten.
- In een luidspreker ontstaat een variërende lorentzkracht op de spoel die aan de conus vastzit.

Opdrachten

38 Lading

Een deeltje beweegt naar rechts. Er is een magneetveld naar achteren, ‘het papier in’. Het deeltje blijkt naar boven af te buigen.

a Teken de situatie en beredeneer of het gaat om een positief of om een negatief deeltje.

Even later beweegt het deeltje omhoog.

b Beredeneer wat op dat moment de richting van de lorentzkracht is.

39 Van klein naar groot

Orden de volgende situaties van kleine naar grote lorentzkracht.

A Een proton beweegt met snelheid $3 \cdot 10^7$ m s^{-1} loodrecht op een magneetveld van 1,0 mT.

B Een magneetveld van 0,20 T staat loodrecht op een 5,0 cm lang stuk draad waardoor een stroom loopt van 50 mA.

C Een proton beweegt met snelheid $3 \cdot 10^5$ m s^{-1} parallel aan een magneetveld van 1,0 T.

D Een magneetveld van 0,20 mT staat loodrecht op een 5,0 cm lang stuk draad waardoor een stroom loopt van 5,0 A.

E Een elektron beweegt met snelheid $3 \cdot 10^5$ m s^{-1} loodrecht op een magneetveld van 1,0 T.

40 Twee krachten

Een proton beweegt loodrecht op het aardmagnetisch veld; dat veld heeft op die positie een sterkte van 50 μT. De lorentzkracht op het proton is al bij lage snelheid groter dan de zwaartekracht op het proton.

a Laat dit met een berekening zien.

b Leg uit waarom dit in nog sterkere mate geldt voor een elektron.

41 Energie

Een elektron met energie 3,0 eV beweegt in het aardmagnetisch veld van 50 μT.

a Leg uit dat de grootte van de lorentzkracht afhankelijk is van de richting waarin het elektron beweegt.

b Bereken de maximale grootte van de lorentzkracht op een elektron met deze energie, in dit veld.

c Leg uit of de energie van het elektron kan afnemen of toenemen door het bewegen in dit magneetveld.

42 Hall

Eeuwenlang was men wel in staat een elektrische stroom te maken en de sterkte te meten, maar wist men niet of er positieve ladingen de ene kant op bewegen, of negatieve ladingen de andere kant op.

a Leg uit dat de richting van de lorentzkracht op een draad geen uitsluitsel geeft.

b Edwin Hall bedacht een methode om het teken van de ladingsdragers te bepalen. Probeer deze methode zelf te bedenken (of zoek op wat die methode inhoudt).

43 Snipper

Je laat een negatief geladen snippertje van 25 mg aluminiumfolie vallen. Het beweegt met een snelheid van 0,5 m s^{-1} door een magneetveld van 0,3 T dat naar rechts is gericht.

a Teken de situatie en geef de richting van de lorentzkracht aan.

Je merkt pas goed dat de lorentzkracht invloed heeft op de bewegende lading als de kracht ten minste een grootte heeft van 2,5 mN.

b Bereken hoe groot de lading van het snippertje daarvoor minimaal moet zijn.

44 Veld onder hoek

Door een stroomdraad van 10 cm lengte loopt een gelijkstroom van 16 A. Een magneetveld staat loodrecht op de stroom.

a Bereken hoe sterk het magneetveld moet zijn om ervoor te zorgen dat op de draad een kracht van 1,0 N ontstaat.

Als het magneetveld niet loodrecht op de stroomrichting staat, geeft alleen de loodrechte component een kracht.

b Bereken de grootte van de lorentzkracht op de draad van opdracht a, als het magnetisch veld even groot blijft, maar onder een hoek van 45° staat.

c Bereken hoe groot het magnetisch veld moet zijn om bij die hoek toch weer op een kracht van 1,0 N uit te komen.

45 Motor

De motor van een trein werkt op 1500 V gelijkspanning. Die spanning staat op de bovenleiding. Als een intercity optrekt, is het vermogen 4,5 MW. De bovenleiding ondervindt dan in het aardmagnetisch veld van 50 μT een lorentzkracht van maximaal 0,15 N per meter kabel.

a Laat dit met een berekening zien.

b Leg uit of dit merkbare gevolgen heeft voor de kabel.

c Leg uit in welke situatie de gegeven waarde wordt bereikt, en in welke situatie de kracht minder groot is.

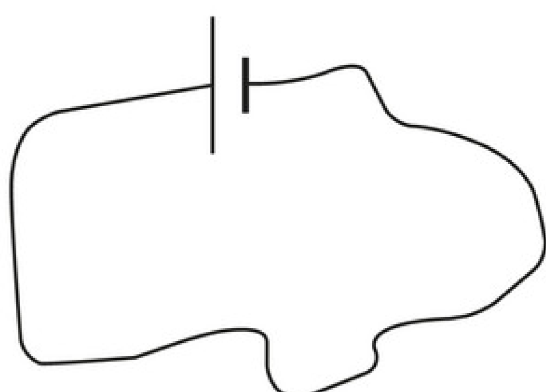
46 Kracht tussen draden

In twee parallelle draden lopen stromen in dezelfde richting.

a Leg met behulp van een tekening uit dat de draden elkaar aantrekken.

b Leg uit wat je zou moeten doen om ervoor te zorgen dat de draden elkaar afstoten.

c Leg uit wat er met de draad in figuur 34 zal gebeuren als er een grote gelijkstroom door gaat lopen.



▲ **figuur 34** een stroomdraad in een lus

47 Trein
De elektromotor in een trein moet een grote kracht leveren.
a Noem drie grootheden die je in een ontwerp van een elektromotor kunt beïnvloeden om de kracht een bepaalde grootte te geven.
b Leg bij elk van de drie grootheden uit wat je in de praktijk doet om ervoor te zorgen dat de waarde groot is.

48 Oortje
In een oortje van een mp3-speler zit een membraan dat trilt (figuur 35). Er zit ook een magneet in.
a Leg uit of dat een elektromagneet is of een permanente magneet.
b Leg uit waarom de batterij van de mp3-speler geen grote stroomsterkten hoeft op te wekken. Gebruik in je antwoord de begrippen 'lorentzkracht', 'massa', 'stroomsterkte' en 'magnetisch veld'.



▲ **figuur 35** de onderdelen van een oortje

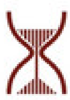
49 Magneetzweeftrein
Een bepaald type magneetzweeftrein zweeft dankzij een systeem met elektromagneten in de trein en een dikke kabel tussen de rails waardoor een stroom loopt. Er ontstaat een lorentzkracht die de kabel naar beneden duwt. Als reactie duwt de kabel de trein omhoog.
a Leg uit of in de kabel een gelijkstroom loopt of een wisselstroom.
b Leg uit of in de elektromagneten een gelijkstroom loopt of een wisselstroom.
c Teken de kabel, kies een richting voor de stroom. Geef de richtingen van de lorentzkracht op de kabel en van het magneetveld van de elektromagneten aan.

Een magneetzweeftrein is 30 m lang en heeft een massa van 50 ton. Door de kabel loopt een stroom van 60 A.
d Bereken hoe groot het magneetveld van de elektromagneten moet zijn.

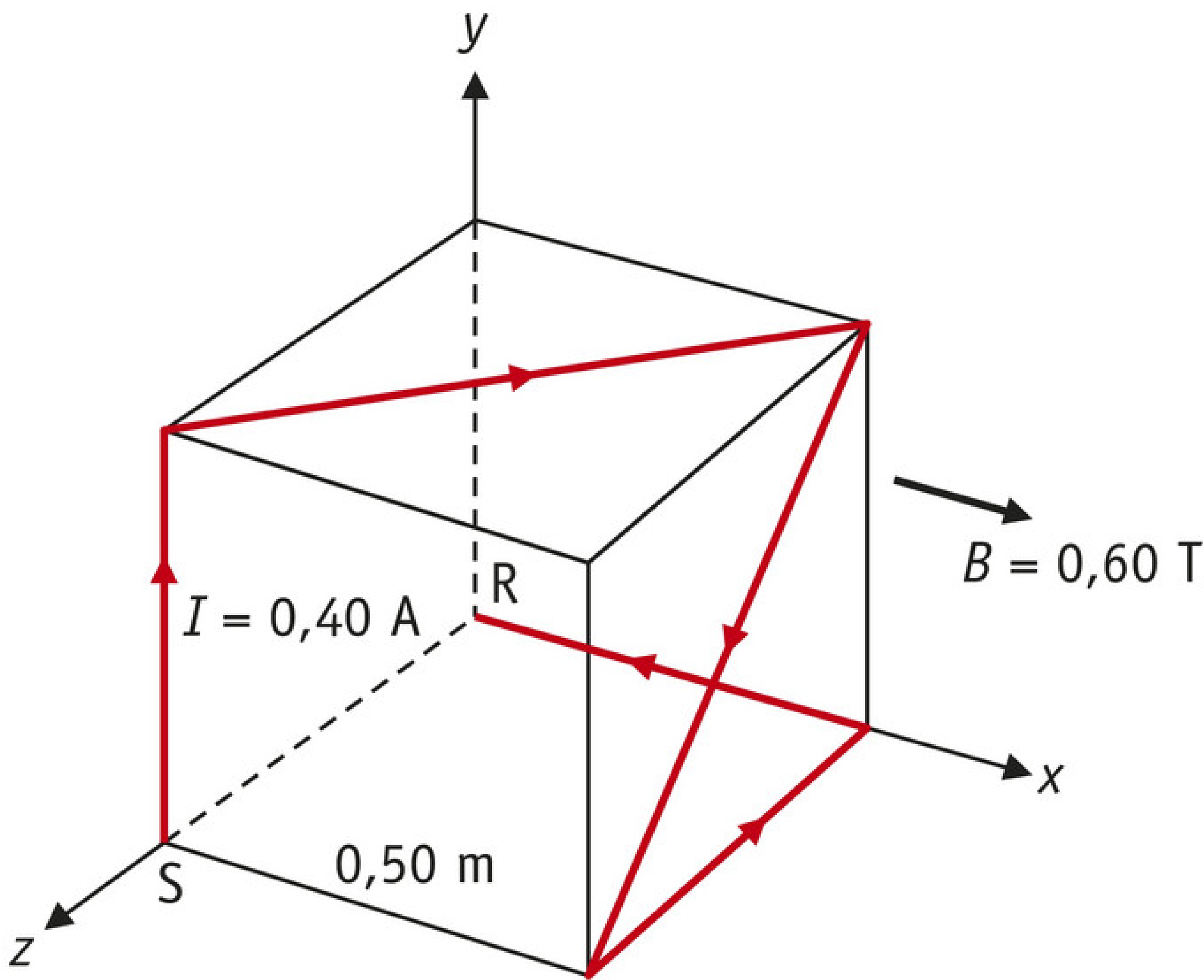
+50 De bocht om
In figuur 36 zie je een model voor een bewegende lading in een magneetveld dat loodrecht op de beweging naar achteren is gericht, 'het papier in'.
a Leg uit of regel (1) op de plaats van de puntjes moet worden aangevuld met `Bz` of met `-Bz`.
b Onderzoek met het model hoe het deeltje zal bewegen.
c Onderzoek wat het effect is van het nemen van andere startwaarden (inclusief tegengestelde lading, tegengesteld magneetveld, andere startrichting).

modelregels	startwaarden
Fx = ... * q * vy	m = 1
Fy = Bz * q * vx	q = 1
ax = Fx / m	Bz = 1
vx = vx + ax * dt	x = 0
x = x + vx * dt	vx = 1
ay = Fy / m	y = 0
vy = vy + ay * dt	vy = 0
y = y + vy * dt	t = 0
t = t + dt	dt = 0,001

▲ **figuur 36** model voor een bewegende lading in een magneetveld

 **+51** Kubus

Een kubus heeft ribben van 0,50 m en bevindt zich in een homogeen magnetisch veld met een magnetische veldsterkte B = 0,60 T, parallel aan de x-as gericht (figuur 37). Door een koperdraad langs de ribben en diagonalen van de kubus loopt een stroom van 4,0 A van beginpunt S naar eindpunt R.
Hoe groot is de resulterende lorentzkracht op deze stroomdraad SR?



◀ **figuur 37** de lorentzkracht op een stroomdraad

5 Magnetische inductie

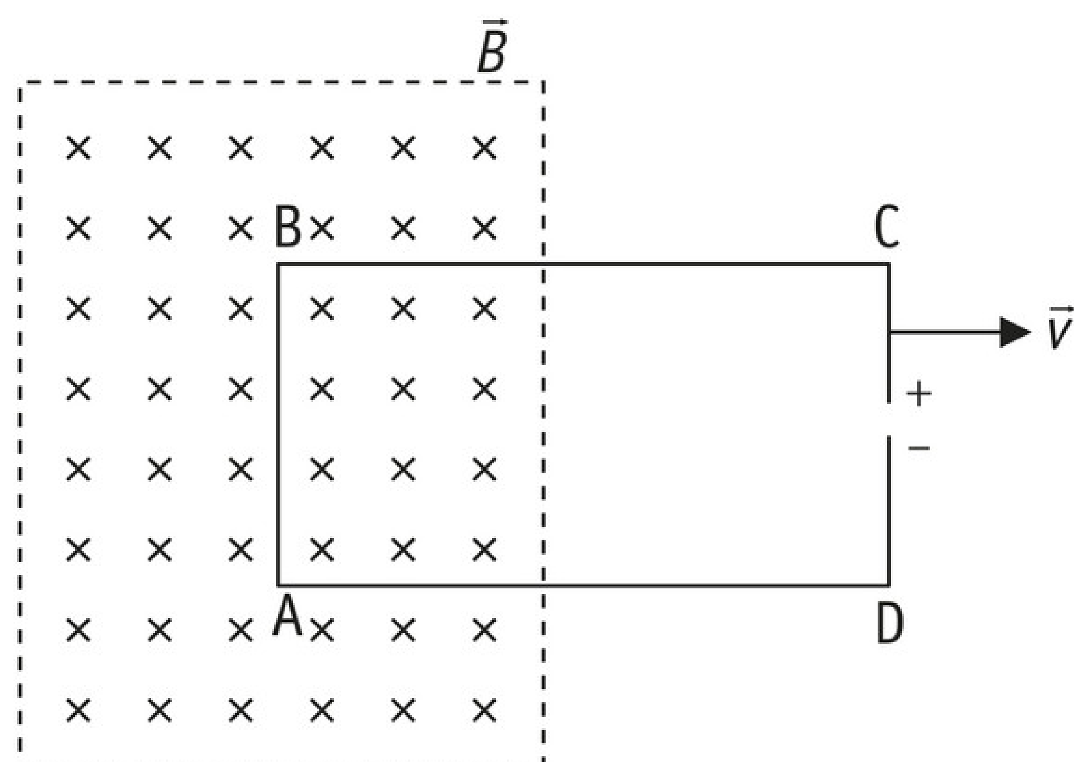
In deze paragraaf leer je:
- beredeneren in welke gevallen een magneetveld een spanning kan opwekken in een winding;
- de magnetische flux uitrekenen voor een winding;
- berekeningen uitvoeren met de inductiespanning, de fluxverandering en de tijdsduur.

Als magneten of ladingen bewegen, ontstaan interessante dynamische verschijnselen. Het onderwerp van deze paragraaf is een voorbeeld daarvan: door een magneet en een spoel ten opzichte van elkaar te laten bewegen, wek je een spanning op. Deze inductiespanning is niet alleen een interessant natuurverschijnsel, dit effect ligt aan de basis van de werking van het elektriciteitsnetwerk.

Veranderend magneetveld en inductiespanning

Bij een proef verbind je de uiteinden van een spoel met een voltmeter. Dan duw je een magneet in de spoel. Na een tijdje trek je hem er weer uit. De spoel is verder niet aangesloten op

een spanningsbron, maar terwijl je de spoel nadert met de magneet, slaat de voltmeter uit: er ontstaat een **inductiespanning**. Zolang de magneet bewegingsloos in de spoel zit, is er geen uitslag. Bij het wegtrekken weer wel: de voltmeter slaat de andere kant op vergeleken met het erin duwen.
Voor het opwekken van de inductiespanning maakt het niet uit of de spoel beweegt en het magneetveld stilstaat, of dat het magneetveld beweegt en de spoel stilstaat. Michael Faraday, die de inductiespanning ontdekte, deed nog een experiment. Hij plaatste een winding in een magneetveld waarvan hij de *sterkte* veranderde. Dat kan door middel van een elektromagneet. Zowel het magnetisch veld als de winding staat stil, maar ook nu wordt in de winding een inductiespanning opgewekt. Faraday postuleerde een wetmatigheid die alle situaties verklaart: “Een veranderend magneetveld door een winding wekt een elektrisch veld op.” Het elektrisch veld dat wordt opgewekt, zorgt voor de spanning die over de uiteinden van de winding komt te staan.



▲ **figuur 38** Een winding wordt uit een magneetveld getrokken.

De wetmatigheid van Faraday kun je ook anders omschrijven: als het aantal veldlijnen dat loodrecht door de winding loopt verandert, wordt er een inductiespanning opgewekt. In figuur 38 kun je zien dat het bewegen van de winding zorgt voor meer of minder veldlijnen die door de winding lopen. Een maat voor het aantal veldlijnen door een oppervlakte is de **magnetische flux** Φ in weber (Wb):

$$\Phi = B_{\perp} \cdot A$$

Hierin is:
- Φ de magnetische flux door oppervlakte A in weber (Wb);
- $B_{\perp}$ de magnetische veldsterkte loodrecht op oppervlakte A in tesla (T);
- A de oppervlakte in vierkante meter (m^2).

Wanneer de magnetische flux door de winding verandert, wordt er over de uiteinden van de winding een inductiespanning opgewekt. Hoe sneller je de winding uit figuur 38 naar rechts trekt, hoe groter de spanning die wordt opgewekt. In het algemeen geldt: hoe sneller de flux door een winding verandert, hoe groter de inductiespanning is die in de winding wordt opgewekt.

▶ **EXPERIMENT 2** Inductiespanning onderzoeken (onderzoekspracticum)

Flux en inductiespanning

De inductiespanning in één winding kun je als volgt berekenen:

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Hierin is:
- U_{ind} de opgewekte inductiespanning in de winding in volt (V);
- $d\Phi$ de verandering van de flux door de winding in weber (Wb);
- dt de tijd waarin de flux verandert in seconde (s).

Als je alleen de grootte van de inductiespanning wilt weten, niet de richting, dan kun je het minteken in de formule negeren. Er komt een spanning over de uiteinden van de winding te staan. Het maakt niet uit waardoor de flux verandert. De flux kan bijvoorbeeld veranderen als de winding door een inhomogeen magneetveld beweegt, of doordat de winding kleiner of groter wordt. Het kan ook zijn dat het magneetveld in de loop van de tijd minder sterk wordt.

Voorbeeldopgave 6

De winding uit figuur 38 heeft een hoogte van 5,0 cm en wordt met een snelheid van 1,0 m s^{-1} het magneetveld uitgetrokken. De sterkte van het magneetveld is 20 mT.

a Bereken de grootte van de opgewekte inductiespanning.

Op $t = 0$ s gaat het magneetveld door 10 cm van de winding.

b Schets het (U_{ind},t)-diagram.

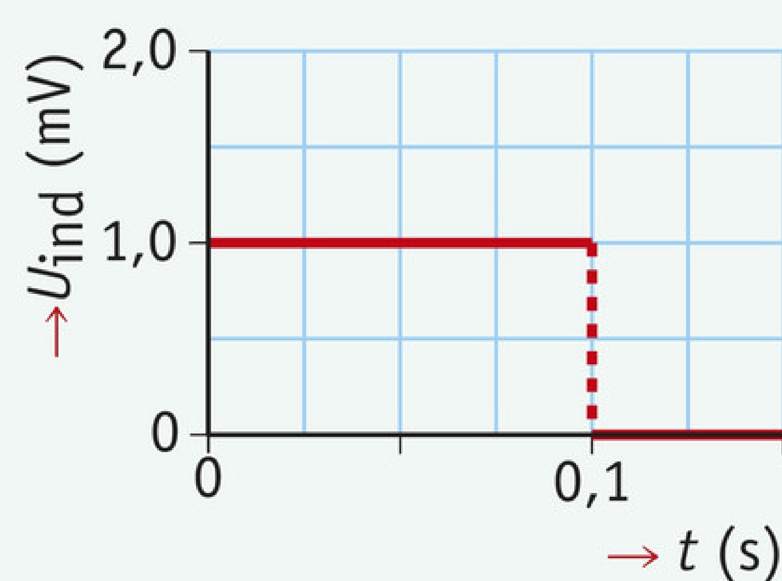
Uitwerking

a Bereken eerst hoe de flux door de winding in de tijd verandert. Elke seconde beweegt de winding van $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ m hoog 1,0 m naar rechts. De oppervlakte van de winding waardoor magnetische veldlijnen lopen, wordt zo elke seconde het volgende aantal vierkante meters kleiner: $\Delta A = -5{,}0 \cdot 10^{-2} \times 1{,}0 = -5{,}0 \cdot 10^{-2}\ m^2$
De verandering van de flux in een seconde is:
$\Delta \Phi = B \cdot \Delta A = 20 \cdot 10^{-3} \times -5{,}0 \cdot 10^{-2} = -1{,}0 \cdot 10^{-3}$ Wb
De opgewekte inductiespanning is:

$$U_{ind} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-3}}{1{,}0} = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ V = 1{,}0\ mV$$

De mintekens vallen in dit geval tegen elkaar weg, dus de grootte van de inductiespanning is gelijk aan 1,0 mV. (Merk op dat de 'd' vervangen is door 'Δ', omdat je een verandering in een eindig tijdsinterval beschouwt.)

b De inductiespanning is constant zolang de snelheid van de winding en de sterkte van het magneetveld constant zijn. Wanneer de winding zich echter buiten het magneetveld bevindt, is de flux minimaal (want nul) en neemt niet meer af. De inductiespanning is dan ook nul. De winding doet over 10 cm 0,10 s. Het (U_{ind},t)-diagram ziet er dan uit zoals weergegeven in figuur 39.



▲ **figuur 39** het (U_{ind},t)-diagram

De inductiewet van Faraday staat niet los van wat je in de vorige paragraaf las over de lorentzkracht. Uiteindelijk is de oorsprong van de inductiespanning de lorentzkracht op de deeltjes in een draad die beweegt ten opzichte van een magnetisch veld. De atoomkernen van het metaalrooster ondervinden zo'n kracht, maar gaan niet bewegen omdat ze vastzitten. De elektronen komen wel in beweging. Voor het overzicht is het handig dit verband met de lorentzkracht te kennen, maar voor het berekenen van de grootte van de inductiespanning is het niet handig te werken met lorentzkrachten, dat doe je met de inductiewet van Faraday.

Onthoud!

- De magnetische flux door een winding wordt gegeven door $\Phi = B_{\perp} \cdot A$. Wanneer het magneetveld en de winding niet loodrecht op elkaar staan, bepaal je de loodrechte component van het veld.
- Wanneer de magnetische flux door een winding verandert, wordt een inductiespanning in de winding opgewekt.
- De inductiespanning U_{ind} opgewekt in een winding door de verandering van magnetische flux wordt gegeven door: $U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$
- Het maakt niet uit waardoor de flux door de winding verandert, het resultaat is dat er een inductiespanning opgewekt wordt. De flux kan bijvoorbeeld veranderen doordat de winding in of uit een magneetveld beweegt, of doordat de winding kleiner of groter wordt gemaakt.

Opdrachten

52 Faradays proeven
Faraday onderzocht verschillende situaties waarbij een inductiespanning ontstaat.
Leg aan de hand van de formule voor de magnetische flux uit dat de flux verandert in drie verschillende situaties die je in de tekst vindt.

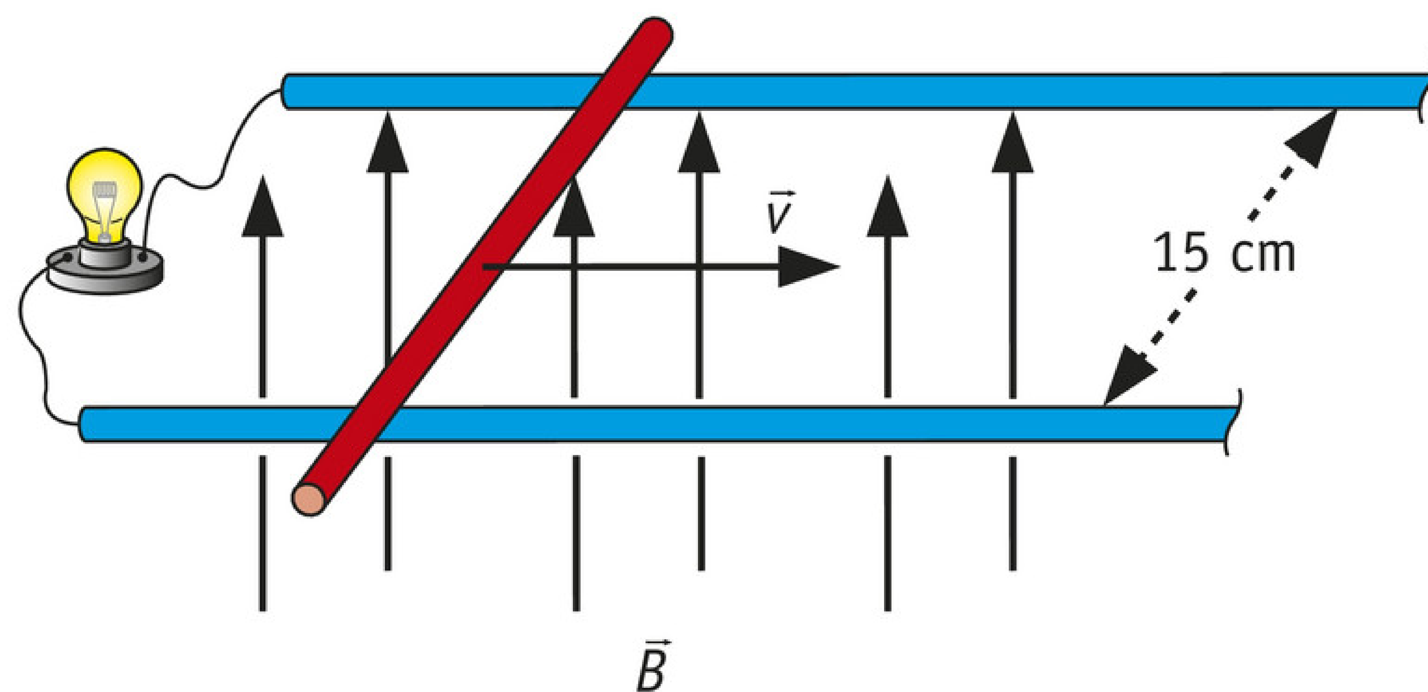
53 Volgorde flux
Als een magneetveld niet loodrecht op een oppervlakte staat, dan geeft alleen de loodrechte component een flux.
Orden van kleine naar grote flux.
A Er is een magneetveld van 30 mT, loodrecht op een oppervlakte van 50 cm^2.
B Er is een magneetveld van 40 mT, onder een hoek van 45° op een oppervlakte van 50 cm^2.
C Er is een magneetveld van 0,30 T, loodrecht op een oppervlakte van 500 mm^2.
D Er is een magneetveld van 20 T, parallel aan een oppervlakte van 1 m^2.

54 Stroom uitzetten
Een winding (oppervlakte 25 cm^2) bevindt zich boven een elektromagneet, zodanig dat de veldlijnen van de elektromagneet loodrecht door de oppervlakte van de winding wijzen. De magnetische veldsterkte in de winding is gelijk aan 0,20 T. De stroom door de elektromagneet wordt uitgeschakeld. De veldsterkte neemt in 0,15 ms af tot 0 T.
Bereken de grootte van de opgewekte inductiespanning.

55 Spanning op volgorde
Zet op volgorde van kleine naar grote spanning.
A De flux in een winding verandert in 0,020 s van 40 mWb naar 0 Wb.
B De flux in een winding verandert in 2,0 s van 3,0 Wb naar –2,0 Wb (de veldlijnen prikken dan via de andere kant door de oppervlakte).
C Door een draad met weerstand 2,0 mΩ loopt een stroom van 1,5 A.
D Het vermogen van een fietslampje is 2,0 W als de stroomsterkte 1,0 A is.
E De sterkte van het magneetveld door een ronde winding met straal 1,0 cm verandert in 1,0 ms met 0,30 T.

56 Rollend staafje

Een metalen niet-magnetisch staafje kan wrijvingsloos over twee geleidende rails bewegen (figuur 40). Aan een van de uiteinden van de rails is een lampje aangesloten. Lampje, staafje en rails hebben samen een weerstand van 2,0 Ω. De weerstand van het lampje kun je als constant beschouwen. Dit geheel vormt één winding. Loodrecht op deze winding is een homogeen magneetveld aangelegd met een sterkte van 3,5 T.



▲ **figuur 40** een bijzondere soort winding

a Leg uit dat door het groter worden van de oppervlakte van de winding de magnetische flux door de winding toeneemt.

Het staafje wordt met een constante snelheid van 5,0 m s^{-1} naar rechts getrokken. De afstand tussen de rails is overal 15 cm.

b Bereken de toename van de oppervlakte per seconde: $\frac{\Delta A}{\Delta t}$

c Bereken de opgewekte inductiespanning.

De winding vormt een stroomkring waardoor een stroom gaat lopen.

d Bereken het elektrisch vermogen van de stroomkring.

e Leg uit dat de trekkracht op het staafje gelijk moet zijn aan de lorentzkracht op het staafje.

f Leg met behulp van de wet van behoud van energie uit dat het vermogen van de trekkracht gelijk moet zijn aan het vermogen dat je bij opdracht d hebt berekend.

57 Muziek afspelen

De schrijfkop waarmee een magneetband (zoals een cassettebandje) wordt beschreven, is een elektromagneet die de band magnetiseert. De leeskop leest de band af: als de band onder de kop door beweegt ontstaat er een elektrisch signaal.

a Leg uit dat in de leeskop een spoel zit.

Een lp of een single kan worden afgespeeld op een platenspeler. Die werkt met een naald, verbonden met een element met een spoel en een magneet, die in trilling wordt gebracht. Hierdoor ontstaat een elektrisch signaal. Er is discussie over wat het mooist klinkt: als daarbij de spoel beweegt ten opzichte van een stilstaande magneet (*moving coil*) of andersom (*moving magnet*).

b Leg uit dat op beide manieren een signaal kan ontstaan.

+58 Lorentz en Faraday

De formule waarmee je de inductiespanning berekent, kun je afleiden. Bekijk de winding in figuur 38. Neem aan dat de winding een hoogte h heeft en met een snelheid v naar rechts in de positieve x-richting beweegt. Het magneetveld heeft een sterkte B.

a Laat zien dat op een elektron tussen A en B een lorentzkracht werkt die gelijk is aan: $F_L = B \cdot e \cdot v$

Door de lorentzkracht blijven er elektronen naar beneden bewegen, totdat de elektrische kracht die tussen A en B op de elektronen werkt gelijk is aan de lorentzkracht.

b Geef een formule voor de toename van de elektrische energie voor elektronen die van B naar A gaan, gebruik daarbij de lorentzkracht en de afgelegde afstand.

c Leg uit dat van A bovenlangs de winding, en van B onderlangs de winding, de elektrische energie van elektronen niet verandert.

Spanning is gelijk aan het energieverschil per lading: $U = \frac{\Delta E}{Q}$

d Laat zien dat de spanning tussen de uiteinden van de winding gelijk is aan: $U = B \cdot v \cdot h$

e Laat zien dat je de snelheid van de winding kunt schrijven als: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Als je de snelheid van de winding invult in de uitdrukking voor de spanning, dan vind je:

$$U = \frac{B \cdot \Delta x \cdot h}{\Delta t}$$

Je kunt hierin de toename (of afname) van de oppervlakte in het magneetveld herkennen:

$$U = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t}$$

f Leg uit dat $B \cdot \Delta A$ gelijk is aan de verandering van de flux $\Delta \Phi$ door de winding.

g Noteer je eindantwoord voor de grootte van de inductiespanning in de winding.

6 Spanning opwekken en gebruiken

In deze paragraaf leer je:

- berekenen hoe groot de spanning is die door een magneetveld in een spoel kan worden opgewekt;
- met het begrip inductiespanning de werking van een dynamo en microfoon uitleggen.

Het verschijnsel dat een veranderend magnetisch veld een spanning opwekt, kent veel nuttige toepassingen. Met een dynamo wordt elektrische energie opgewekt en in een microfoon worden geluidstrillingen omgezet in een elektrisch signaal. De inductiespanning die in een enkele winding wordt opgewekt is voor veel toepassingen te klein. Daarom wordt er meestal gebruikgemaakt van een spoel.

Inductiespanning in een spoel

Een spoel kun je zien als een aantal in serie geschakelde windingen. Wanneer je een magneet door de spoel laat vallen, verandert het magneetveld en daarmee de flux door de spoel. De flux neemt eerst toe en daarna weer af. In elke winding ontstaat een inductiespanning die recht evenredig is met de fluxverandering.

In een serieschakeling is de totale spanning gelijk aan de som van de spanningen over de afzonderlijke componenten. Daarom geldt voor de inductiespanning in een spoel:

$$U_{ind} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

Hierin is N het aantal windingen.

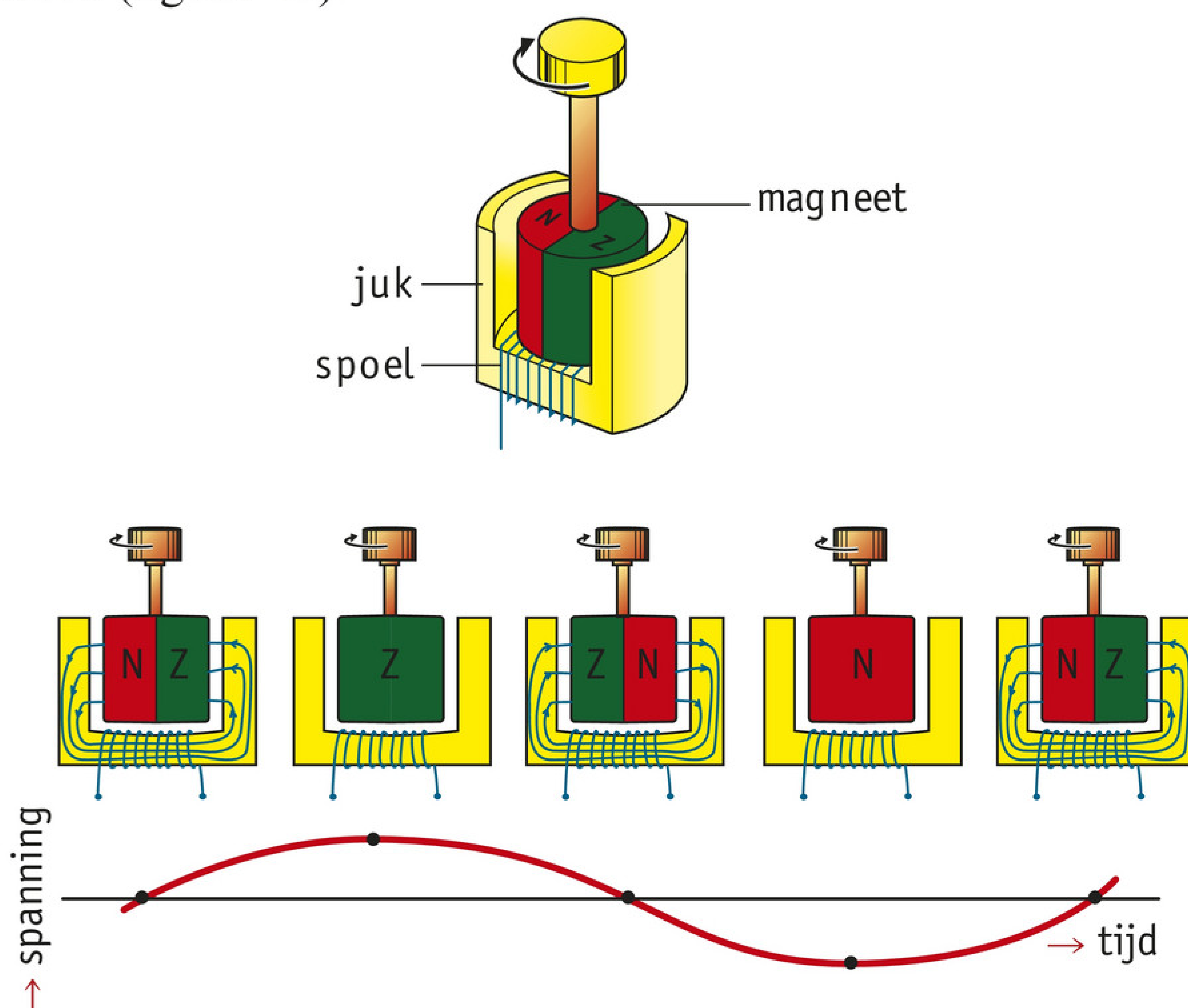
Dynamo

Sommige fietsen en de meeste auto's maken gebruik van een **dynamo** voor het opwekken van spanning. Bij een fiets wordt de spanning gebruikt om licht te laten branden, bij een auto om de accu op te laden. Sommige fietsen hebben een naafdynamo: deze is verwerkt in de naaf van het voorwiel. Oudere fietsen hebben een dynamo die tegen de buitenband van een wiel loopt. Ook vrijwel alle elektriciteitscentrales en windmolens maken gebruik van een dynamo om elektriciteit op te wekken (figuur 41). Je kunt een dynamo zien als een omgekeerde elektromotor: een elektromotor zet elektrische energie om in mechanische energie, een dynamo zet mechanische energie om in elektrische energie.

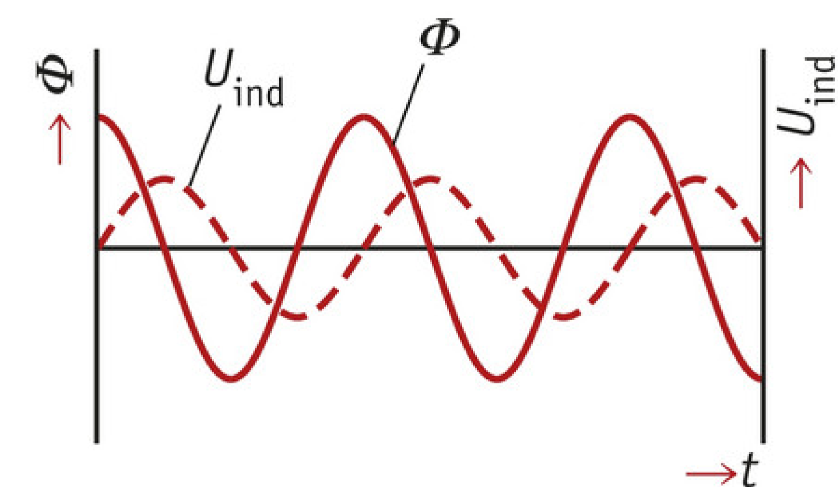


▲ **figuur 41** generatoren (dynamo's) in de Hooverdam (Colorado, VS)

Er zijn veel verschillende soorten dynamo's, maar het principe komt steeds op hetzelfde neer: een spoel draait ten opzichte van een magnetisch veld. Figuur 42 laat dit sterk vereenvoudigd zien. Wanneer de spoel ten opzichte van het magnetisch veld beweegt, verandert de magnetische flux door de spoel en wordt er een inductiespanning opgewekt. De magnetische flux is evenredig met de cosinus van de hoek tussen het veld en de normaal van de winding. Wanneer de hoek gelijkmatig toeneemt, is de opgewekte inductiespanning evenredig met de sinus van die hoek (figuur 43).



▲ **figuur 42** de werking van een dynamo



▲ **figuur 43** de flux door het draadraam (doorgetrokken lijn) en de opgewekte spanning over het draadraam (gestippelde lijn)

Voorbeeldopgave 7

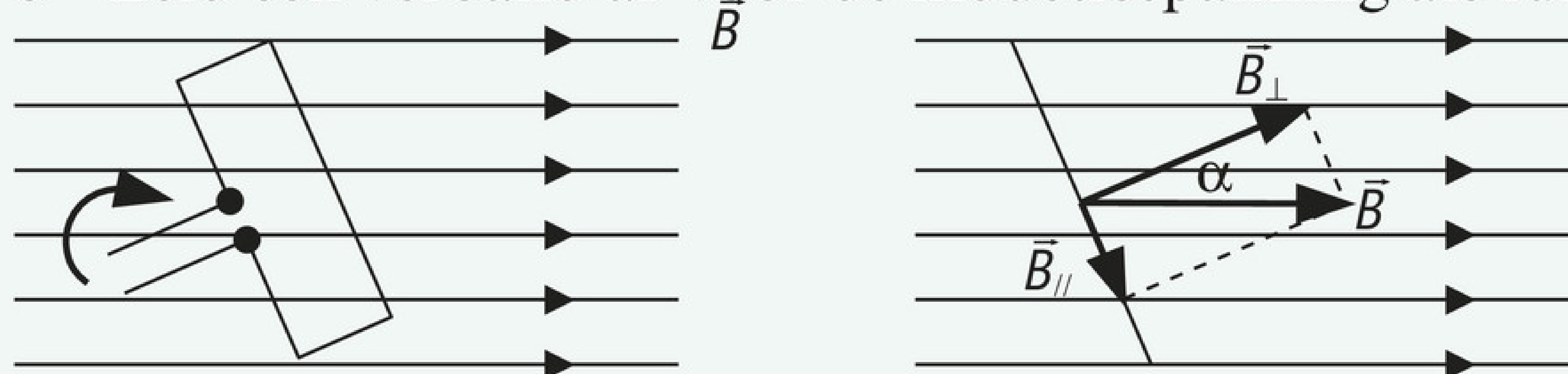
Magnetische flux verandert wanneer een winding (of draadraam) in een homogeen magneetveld draait. In figuur 44 zie je een draadraam dat kan draaien. De oppervlakte van het draadraam is 16 cm^2. α is de hoek tussen het magneetveld en de normaal van het draadraam. De sterkte van het magneetveld is $B = 1{,}0$ T.

a Bereken de magnetische flux door het draadraam wanneer $\alpha = 60°$.

Het draadraam draait rondjes, de hoek (in radialen) verandert daardoor als volgt in de tijd: $\alpha = 36 \cdot t$

b Geef een uitdrukking voor de magnetische flux door het draadraam, als functie van de tijd.

c Leid een verband af voor de inductiespanning als functie van de tijd.



▲ **figuur 44** Een winding draait in een homogeen magneetveld.

Uitwerking

a De magnetische flux door het draadraam wordt gegeven door: $\Phi = B_\perp \cdot A$
Ontbinden geeft: $B_\perp = B \cdot \cos \alpha = 1{,}0 \cdot \cos 60° = 0{,}50$ T
Reken het oppervlak om naar m^2: $A = 16\ cm^2 = 16 \cdot 10^{-4}\ m^2$
De flux is dan: $\Phi = 0{,}50 \times 16 \cdot 10^{-4} = 8{,}0 \cdot 10^{-4}$ Wb

b Voor $B_\perp$ heb je bij opdracht a gevonden: $B_\perp = B \cdot \cos \alpha$
De hoek verandert als volgt in de tijd: $\alpha = 36 \cdot t$
Invullen van de uitdrukking voor hoek α geeft: $B_\perp = B \cdot \cos (36 \cdot t)$
De magnetische flux als functie van de tijd is dan:
$\Phi = B \cdot A \cdot \cos (36 \cdot t) = 16 \cdot 10^{-4} \times \cos (36 \cdot t)$

c De inductiespanning wordt gegeven door:

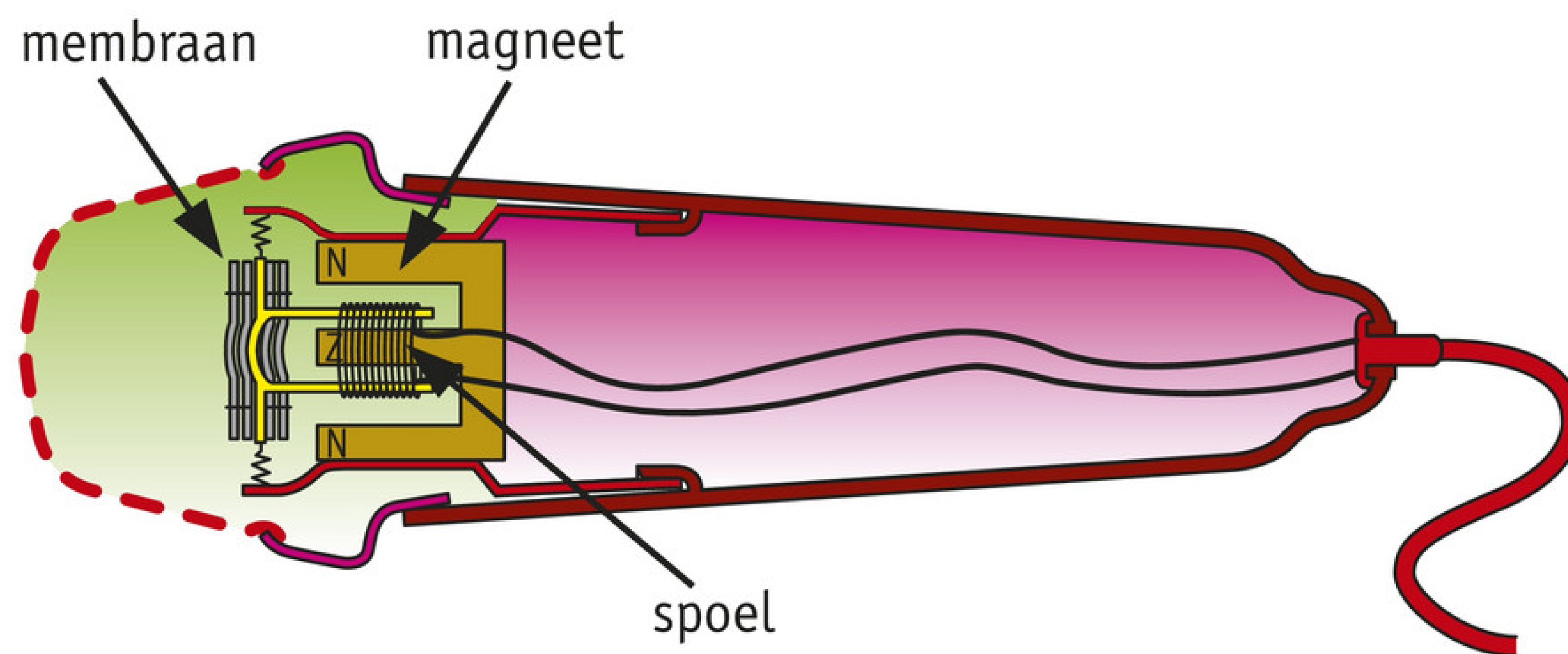
$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Je moet dus eerst de afgeleide naar de tijd nemen en dan met –1 vermenigvuldigen. De afgeleide van $\cos (36 \cdot t)$ is gelijk aan: $-36 \cdot \sin (36 \cdot t)$
De inductiespanning is dan: $U_{ind} = -1 \times 16 \cdot 10^{-4} \times -36 \cdot \sin (36 \cdot t) = 0{,}058 \times \sin (36 \cdot t)$

▶ **EXPERIMENT 3** Het rendement van een dynamo (apparatuurpracticum)

Microfoon

Bepaalde typen microfoons maken gebruik van inductiespanning om geluidstrillingen om te zetten in een elektrisch signaal. In figuur 45 zie je een dwarsdoorsnede van een dynamische microfoon. Aan een membraan is een klein spoeltje bevestigd. Het spoeltje kan in het inhomogene magneetveld van een permanente magneet bewegen. Door geluidstrillingen gaat het membraan heen en weer bewegen. Dit kun je vergelijken met de werking van een trommelvlies. Doordat het spoeltje in en uit het magneetveld van de permanente magneet beweegt, wordt er in de spoel een inductiespanning opgewekt. Hoe harder het geluid, hoe sterker het membraan heen en weer beweegt en hoe sterker de flux verandert. Dit zorgt voor een hogere (inductie-) spanning. Hogere tonen hebben een hogere frequentie. Daardoor gaat het membraan met een hogere frequentie trillen. Dit uit zich in een hogere frequentie van de inductiespanning.



▲ **figuur 45** doorsnede van een dynamische microfoon

Het elektrische signaal bevat alle informatie van de geluidsbron. Het signaal is wel zwak en moet nog versterkt worden. Door het signaal vervolgens te digitaliseren, kan het bijvoorbeeld als mp3-bestand worden opgeslagen.

Veranderende velden

In het begin van dit hoofdstuk stonden elektrische velden en magnetische velden los van elkaar. In de loop van de geschiedenis van de wetenschap is dat ook lange tijd zo gezien. Later zag men in dat een bewegende lading een magneetveld genereert en dat je met een bewegende magneet een elektrische spanning kunt maken. Een interessant vervolg van deze zich ontwikkelende inzichten was dat het ene veld steeds het andere veld opwekt in een elektromagnetische golf.

Onthoud!

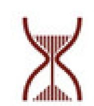
- De inductiespanning U_{ind}, opgewekt door de verandering van magnetische flux in een spoel met N windingen wordt gegeven door: $U_{ind} = -N\dfrac{d\Phi}{dt}$
- Een dynamo zet mechanische energie om in elektrische energie.
- Sommige microfoons gebruiken het verschijnsel magnetische inductie om geluid om te zetten in een elektrisch signaal.

Opdrachten

59 Grote spanning
Als je een magneet beweegt ten opzichte van een spoel, wek je een inductiespanning op. Noem vier manieren om te zorgen voor een *grotere* inductiespanning (je mag ook een andere magneet of een andere spoel nemen, leg dan uit wat er anders moet zijn).

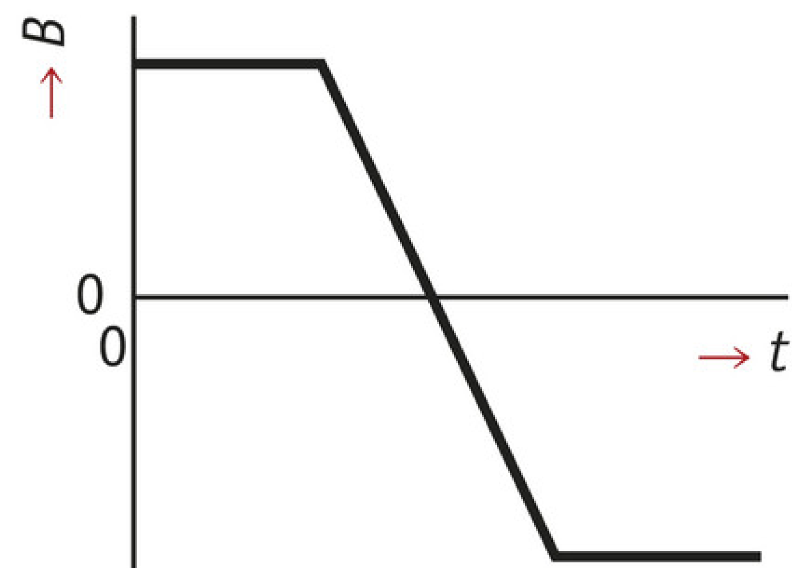
60 Spoel
Een spoel heeft 200 windingen met een oppervlakte van 25 cm^2 elk. Je beweegt een magneet naar de spoel toe, het magneetveld neemt in 0,20 s toe van 0 tot 0,30 T.
a Bereken de grootte van de gemiddelde inductiespanning in die 0,20 s.

Nu laat je een magneet vlak voor de spoel ronddraaien. Het magneetveld door een winding wordt dan gegeven door: $B_{\perp} = 0{,}30 \cdot \cos(3{,}0 \cdot t)$
b Geef een formule voor de flux door een winding als functie van de tijd.
c Laat met een berekening zien dat de maximale grootte van de inductiespanning gelijk is aan 0,45 V.



61 Veranderend veld

Een spoel bevindt zich in een veranderend magnetisch veld. In figuur 46 is aangegeven hoe het magnetische veld B als functie van de tijd verandert. In dit diagram komen positieve waarden overeen met een magneetveld dat naar de magnetische noordpool gericht is en negatieve met een magneetveld dat naar de zuidpool gericht is. Dit veld staat loodrecht op de oppervlakte van de spoel. Er ontstaat een inductiespanning over de aansluitpunten van de spoel.



▲ **figuur 46** een veranderend magneetveld

a Schets het bijbehorende (U_{ind},t)-diagram van de in de spoel opgewekte inductiespanning.

Het magneetveld wordt langzamer veranderd. Het duurt twee keer zo lang voordat het veld van noord naar zuid wisselt.

b Leg uit dat de in de spoel opgewekte inductiespanning twee keer zo klein wordt.

c Schets het bijbehorende (U_{ind},t)-diagram voor deze situatie.

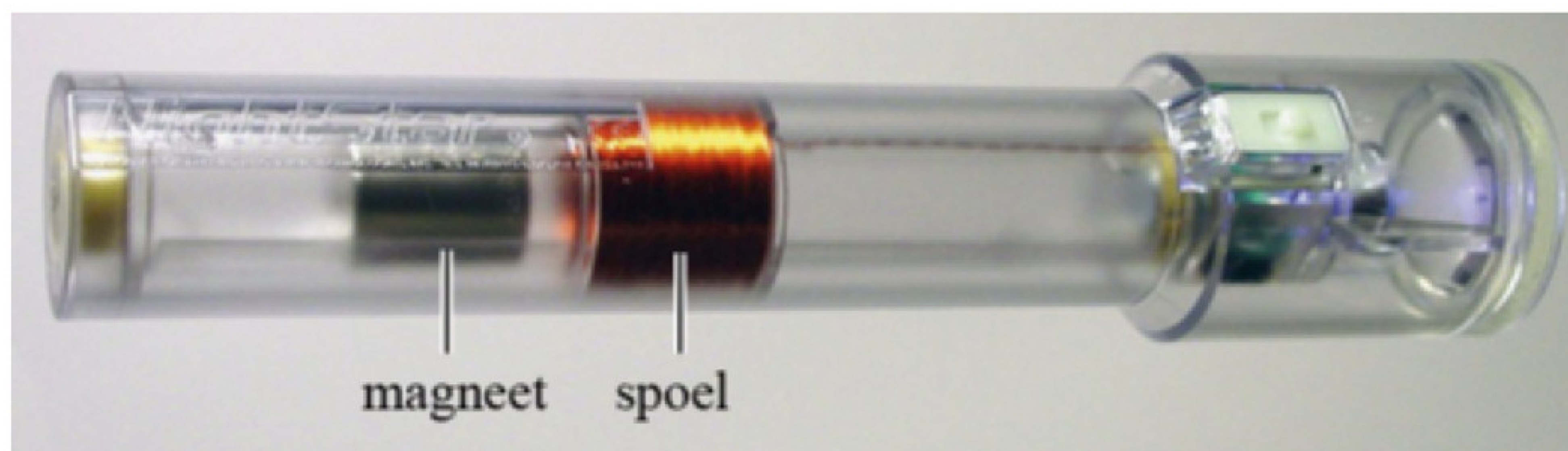
Een andere spoel met drie keer zoveel windingen wordt in het magneetveld van figuur 46 gezet.

d Leg uit hoe de inductiespanning in deze spoel zich verhoudt tot de inductiespanning in de eerste spoel.

e Schets het bijbehorende (U_{ind},t)-diagram.

62 Schudlamp

Een schudlamp is een lamp die licht kan geven nadat je hem heen en weer hebt geschud (figuur 47). In het handvat zit een vaste spoel. Bij het schudden gaat een magneet door deze spoel heen en weer. Hierdoor wordt in de spoel een inductiespanning opgewekt.

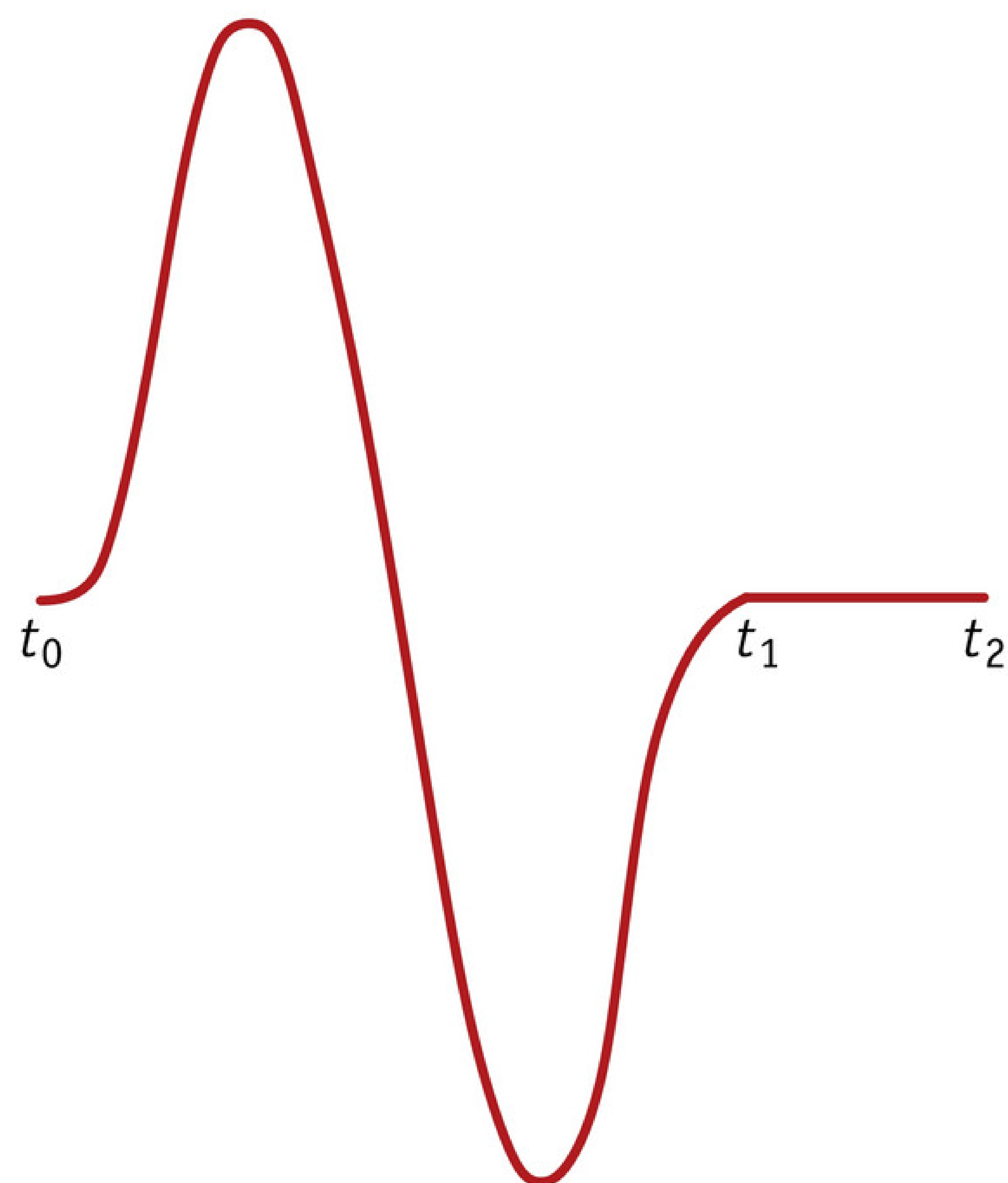


▲ **figuur 47** een schudlamp

a Leg uit dat er zowel een positieve als een negatieve spanning ontstaat als de magneet één keer door de spoel gaat.

In figuur 48 is het verloop van de inductiespanning getekend tussen tijdstippen t_0 en t_1. Tussen deze tijdstippen bewoog de magneet van links naar rechts door de spoel. Vanaf tijdstip t_2 bewoog de magneet twee keer zo langzaam terug van rechts naar links.

b Schets het verloop van de inductiespanning vanaf het tijdstip t_2.



▲ **figuur 48** schudlamp: de inductiespanning in de spoel als functie van de tijd

Een ontwerper overweegt een spoel met meer windingen te gebruiken.

c Leg uit wat er dan verandert aan figuur 48. De snelheid van de magneet door de spoel blijft gelijk.

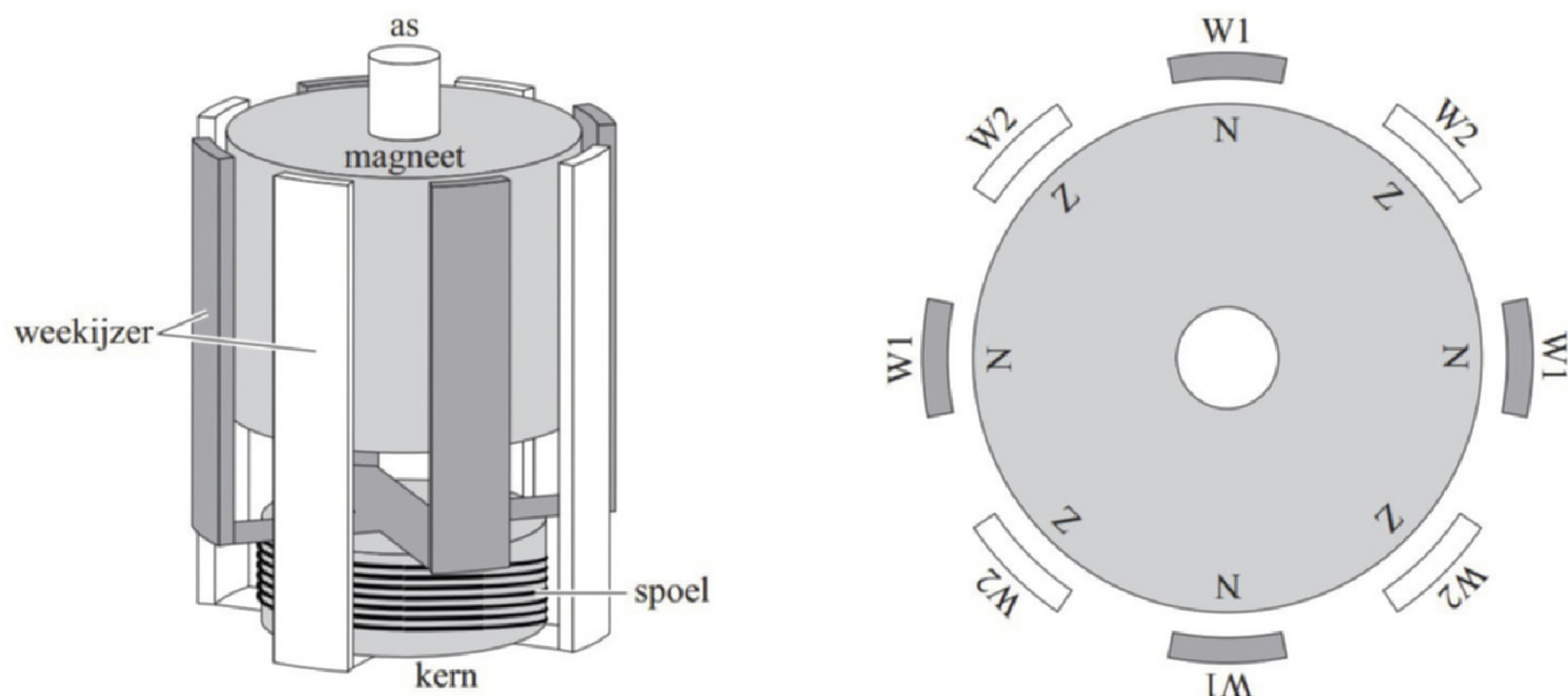
naar: examen 2008-I

63 Dynamo

In figuur 49 zie je het binnenwerk van een dynamo. De magneet heeft aan de buitenkant acht polen: om en om een noord- en een zuidpool. Het weekijzer (zacht ijzer) wordt door de magneet gemagnetiseerd en versterkt zo het effect van de magneet.

a Leg uit of de grijs gearceerde weekijzeren repen W1, rechts in figuur 49, een noord- of een zuidpool vormen.

b Leg uit in welke richting het magneetveld door de spoel wijst voor de in figuur 49 getekende stand van de magneet.



▲ **figuur 49** het binnenwerk van een dynamo (links) en het bovenaanzicht van het binnenwerk (rechts)

De magneet draait precies één rondje.

c Hoe vaak wisselt het veld van richting door de spoel?

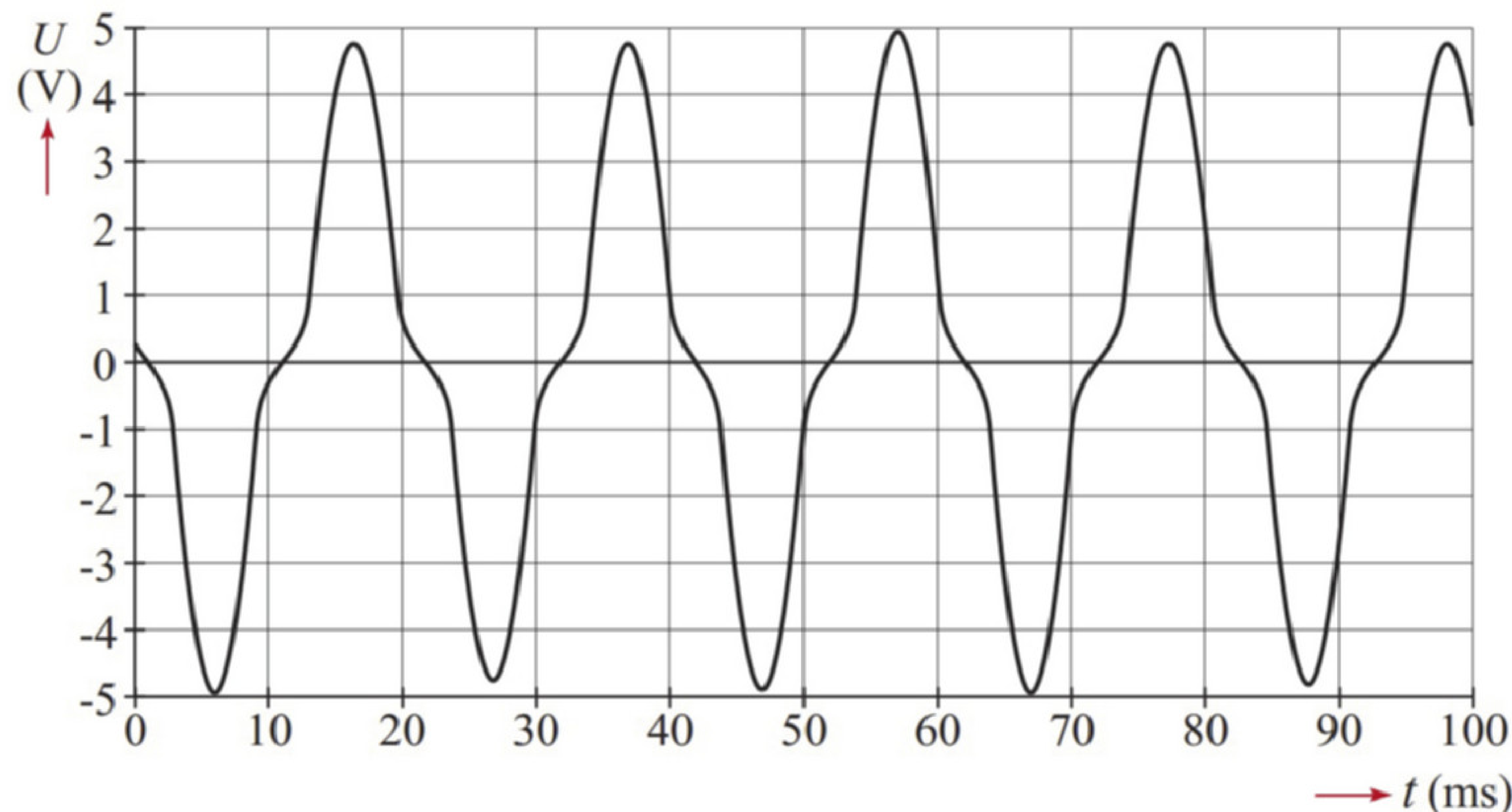
d Hoe vaak wisselt de inductiespanning opgewekt in de spoel van richting?

In figuur 50 zie je de opgewekte inductiespanning in de spoel, uitgezet tegen de tijd.

e Op welke tijdstippen in de grafiek passeren de polen van de magneet de weekijzeren repen?

f Bepaal met behulp van figuur 50 de frequentie waarmee de magneet ronddraait.

naar: examen 2007-II



▲ **figuur 50** het (U,t)-diagram voor de dynamo van figuur 49

Eindopdracht

64 Concert

Bij een openluchtfestival speelt een band. De zangeres gebruikt een microfoon. Die werkt doordat de trilling van de lucht een magneetje laat bewegen ten opzichte van een spoel.

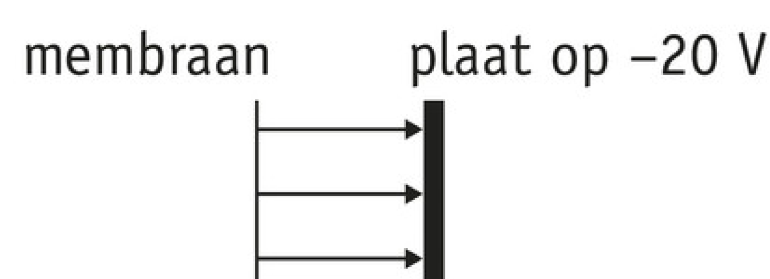
a Hoe heet deze manier van opwekken van spanning?

b Leg uit dat het belangrijk is dat het magnetisch veld bij de magneet inhomogeen is.

De zangeres produceert een toon van 880 Hz, met die frequentie beweegt de spoel. De variatie in sterkte van het magneetveld (dat is het verschil tussen de laagste en de hoogste waarde) op de plaats van de spoel is 0,12 mT. De microfoon geeft een signaal af met gemiddelde grootte 20 mV.

c Bereken hoe groot de oppervlakte is van alle windingen in de spoel samen.

Er bestaan ook microfoons die werken met elektrische velden, niet met een magneetveld. In een ‘condensatormicrofoon’ wordt een metalen plaat op spanning gehouden. Het membraan trilt. In figuur 51 zie je de situatie op een bepaald moment.



▲ **figuur 51** het principe van een condensatormicrofoon

Even later is het membraan dichter bij de plaat gekomen. Het elektrische veld is dan sterker.

d Teken dat nieuwe elektrische veld.

Op een bepaald moment is de sterkte van het elektrische veld 2,0 kN C^{-1}.

e Bereken de grootte van de kracht op een elektron in een dergelijk veld.

Het signaal ontstaat doordat de elektronen op de plaat naar links worden getrokken als het veld sterker is. Het signaal wordt versterkt en weergegeven door een luidspreker. Daarin zit een krachtige magneet van 0,20 T. Als er een stroom door de draad van een spoel loopt, wordt er een kracht op die draad uitgeoefend. Op een bepaald moment is de grootte van de kracht op een stuk draad van 10 cm gelijk aan 1,0 N.

f Bereken hoe groot de stroomsterkte in de draad op dat moment is.

7 Practicum

EXPERIMENT 1 De lorentzkracht zichtbaar maken (begripspracticum)

Inleiding
Om de aanwezigheid en het effect van lorentzkrachten te laten zien, worden vaak demonstratieproeven gedaan waarbij een flinke stroomsterkte aanwezig is. Dat is niet zonder gevaar, maar gelukkig zijn er ook proeven waarbij de stroomsterkte binnen de perken kan blijven.

Onderzoeksvraag
Hoe kun je met eenvoudige middelen het bestaan van lorentzkrachten aantonen?

Benodigdheden
petrischaaltje; voedingskast; twee stukjes koperstrip; snoeren; baksoda; kraanwater; sterke neodymium-magneet in de vorm van een damsteen

Veiligheid
Neodymium-magneten zijn sterk. Let op dat er splintertjes vanaf kunnen schieten en dat ze heftig door metalen voorwerpen kunnen worden aangetrokken (let op je vingers!).

Uitvoering
- Hang de twee strips als elektroden over de rand van het petrischaaltje, tegenover elkaar.
- Doe water in het schaaltje en daarna een schepje baksoda.
- Sluit de elektroden aan op de voedingskast.
- Voer de spanning langzaam op en onderzoek hoe je met de magneet lorentzkrachten kunt opwekken die ervoor zorgen dat het baksodapoeder gaat bewegen.

Verwerking

1 Waarom moet je bij deze proef kraanwater gebruiken en geen demiwater?
2 Waar moet je de magneet plaatsen om lorentzkrachten te kunnen opwekken?
3 Wat gebeurt er als je de magneet omdraait?
4 Wat gebeurt er als je de aansluiting op de voedingskast omdraait?
5 Controleer of de bewegingsrichting van het water overeenkomt met wat de linkerhandregel aangeeft.

Conclusie
6 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Inductiespanning onderzoeken (onderzoekspracticum)

Inleiding
Een veranderend magneetveld kan in een spoel een spanning opwekken. In dit experiment onderzoek je hoe deze inductiespanning afhangt van het veranderende magneetveld.

Onderzoeksvragen
1 Welke grootheden zijn van invloed op de in een spoel opgewekte inductiespanning?
2 Op welke manier zijn deze grootheden van invloed op de opgewekte inductiespanning?

Benodigdheden
spoel met verschillend aantal windingen; gevoelige spanningsmeter (of multimeter); staafmagneet; aansluitdraden

Uitvoering
- Sluit de spoel aan op de spanningsmeter. Gebruik de gevoeligste instelling en stel de meter in op gelijkspanning.
- Beweeg de staafmagneet op verschillende manieren in de spoel. Varieer ook het aantal windingen. Varieer steeds één grootheid en houd de andere gelijk. Houd er rekening mee dat de spanningsmeter geen spanning aangeeft wanneer de spanning te snel verandert.

Verwerking

1 Maak notities over wat je waarneemt. Houd daarbij de onderzoeksvragen in het oog.

Conclusie
2 Beantwoord de onderzoeksvragen.

EXPERIMENT 3 Het rendement van een dynamo (apparatuurpracticum)

Inleiding

Een dynamo zet mechanische energie om in elektrische energie. Niet alle dynamo's doen dat even goed. Elke dynamo heeft een bepaald rendement. In dit experiment bepaal je het rendement van een fietsdynamo. Deze staat model voor een dynamo in een elektriciteitscentrale.

Onderzoeksvraag

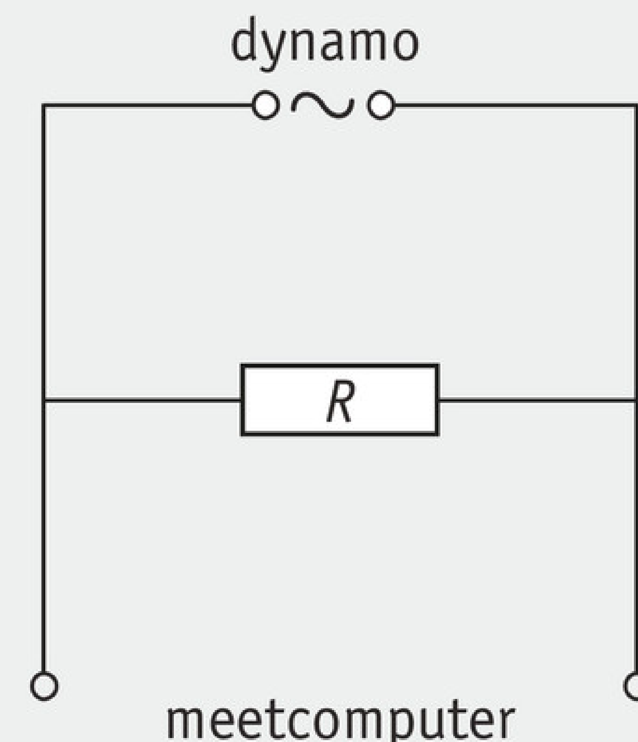
Hoe groot is het rendement van een fietsdynamo bij verschillende belastingen?

Benodigdheden

fietsdynamo (type banddynamo); aansluitdraden; krokodillenklemmen; statief; verschillende gewichtjes; touw; verschillende ohmse weerstanden (ongeveer van 5 tot 50 Ω); meetlint; meetcomputer

Uitvoering

- Bouw de schakeling zoals weergegeven in figuur 52. Bevestig rond het aandrijfwieltje een kokertje karton. Hier kun je vervolgens het touw om winden. Plak het touw vast met stevig plakband. Zorg dat het touw zich 1,0 m kan afwikkelen.
- De meetcomputer is nodig omdat de dynamo wisselspanning opwekt waarvan het signaal bovendien niet heel mooi van vorm is. Meet met de meetcomputer de spanning over de aangesloten weerstand (de belasting). Bereken met behulp van de meetcomputer op basis van de gemeten spanning het vermogen. Gebruik hiervoor wat je in hoofdstuk 4 geleerd hebt. Je hebt ook de weerstandswaarde van de aangesloten weerstand nodig.
- Uit het vermogen bereken je met $E = P \cdot t$ de geleverde energie. Je zult echter zien dat het vermogen in de tijd niet constant is. Met behulp van de meetcomputer kun je de geleverde energie berekenen door de oppervlakte onder het (P,t)-diagram te bepalen. Dat wordt ook wel de integraal genoemd.
- Maak in je schrift een tabel met kolommen voor de weerstand, massa, toegevoerde energie, geleverde energie en rendement. Noteer je metingen in deze tabel.
- Bepaal de geleverde energie bij verschillende belastingen (aangesloten weerstanden). Zorg dat de gewichtjes steeds over dezelfde afstand vallen.
- Herhaal je metingen bij een twee keer zo grote aandrijfmassa.



▲ **figuur 52** het schakelschema bij experiment 3

Verwerking

1 Waarom is het handiger voor dit experiment gebruik te maken van ohmse weerstanden in plaats van bijvoorbeeld gloeilampjes?
2 Leg uit dat een kleinere weerstand, aangesloten op de dynamo, overeenkomt met meerdere parallel aangesloten apparaten.
3 Beschrijf wanneer de gewichtjes het snelst vallen: wanneer er een kleinere of grotere weerstand is aangesloten? Leg uit wat je ziet met behulp van wat je hebt geleerd over de lorentzkracht.
4 Bereken voor elke meting de toegevoerde energie. Bereken vervolgens voor elke meting het rendement.
5 Teken het (η,R)-diagram. Gebruik een andere kleur voor de metingen met een andere aandrijfmassa. Maak een legenda bij het diagram.
6 Hoe kun je het experiment aanpassen om een kwantitatief verband te vinden tussen het toerental en het rendement van de dynamo?

Conclusie

7 Beantwoord de onderzoeksvraag.

ONDERZOEK Bouw je eigen elektromotor

Inleiding
Waar zouden we zijn zonder de elektromotor? Elektromotoren worden gebruikt om iets te laten bewegen met elektrische energie. Door de opkomst van de elektrische auto worden ze alleen nog maar belangrijker. Met simpele middelen kun je je eigen elektromotor bouwen. Zoek maar eens op YouTube met ‘simple electric motor’.

Onderzoeksvragen
1 Hoe bouw je met minimale middelen een werkende elektromotor?
2 Hoe zorg je ervoor dat jouw elektromotor zo goed mogelijk draait?
3 Hoe zou je het rendement van jouw motor kunnen bepalen?

Praktisch
Voor simpele elektromotoren worden vaak neodymium-magneten gebruikt. Die zijn sterk en niet al te duur. Let wel op dat er splintertjes vanaf kunnen schieten en dat ze heftig door metalen voorwerpen kunnen worden aangetrokken (let op je vingers!).

Opdracht
Beantwoord de onderzoeksvragen.

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 9

Elektromagnetische straling en materie

In de eerste eeuwen na de uitvinding van de telescoop (rond 1600) konden astronomen informatie over het heelal alleen via zichtbaar licht binnenhalen. Dankzij de natuurkundige theorie die zo'n honderd jaar geleden werd geformuleerd, is het nu ook mogelijk andere soorten straling te detecteren. Mede daardoor is onze kennis enorm toegenomen, vooral over objecten in het heelal die ver buiten ons eigen zonnestelsel liggen. Dit hoofdstuk laat zien hoe de sterrenkunde en de natuurkunde elkaar nodig hebben en elkaar stimuleren. Het hoogtepunt van wat astronomen bereikt hebben, is de ontdekking van exoplaneten: planeten die om verre sterren cirkelen, net als de aarde om de zon.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Maak de online Voorkennistoets voordat je aan dit hoofdstuk begint.

Praktijk

Exoplaneten en buitenaards leven

Bestaat er leven buiten de aarde? En zo ja, is dat leven intelligent? Het lijken vragen die niet te beantwoorden zijn: als er geen leven wordt gevonden, is het er dan niet, of is er niet goed gezocht? Toch wordt hier serieus onderzoek naar gedaan. Er zijn al duizenden 'exoplaneten' gevonden rond sterren. Sommige van deze planeten hebben de juiste eigenschappen om leven te herbergen.

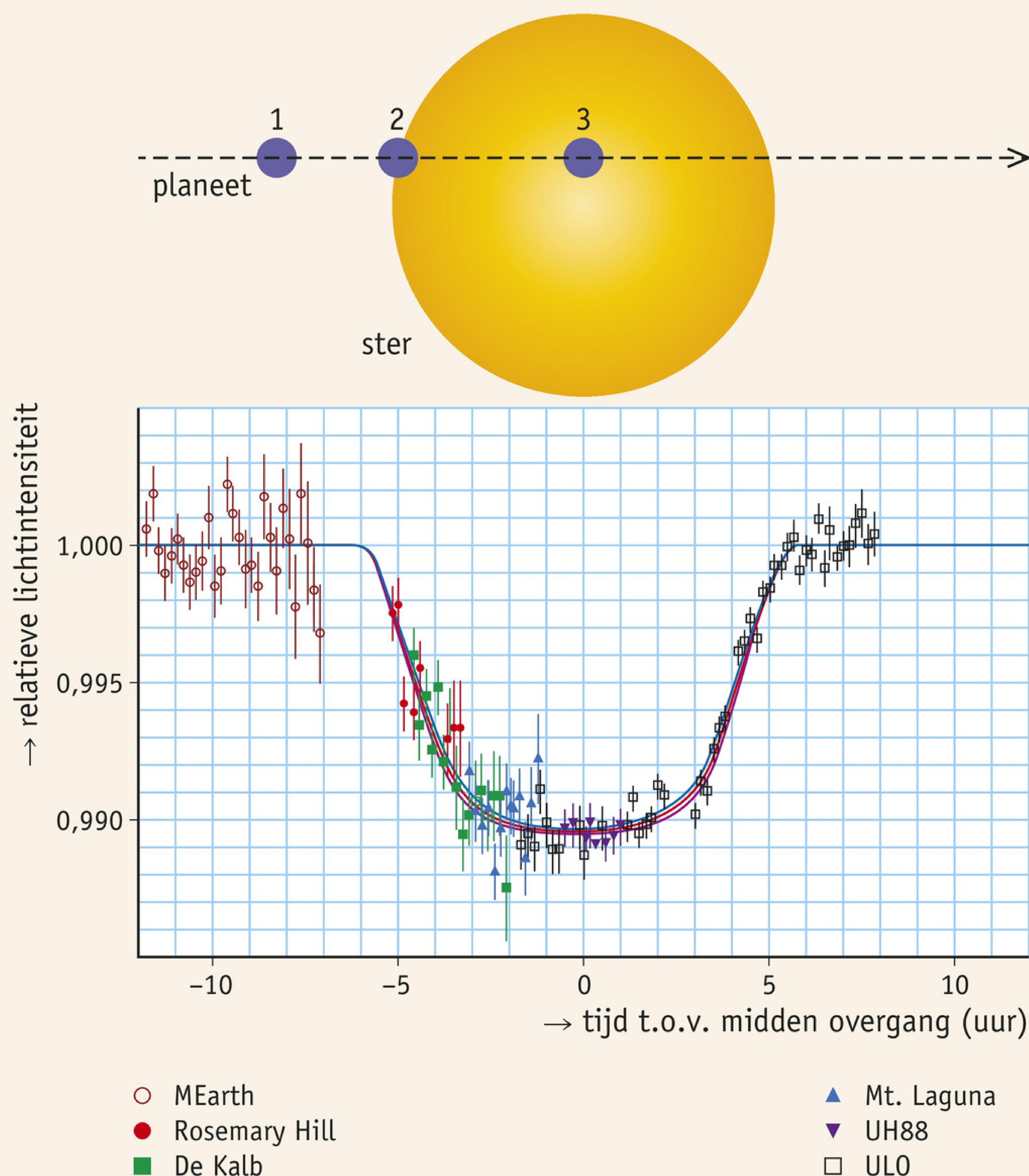


Zijn we alleen?

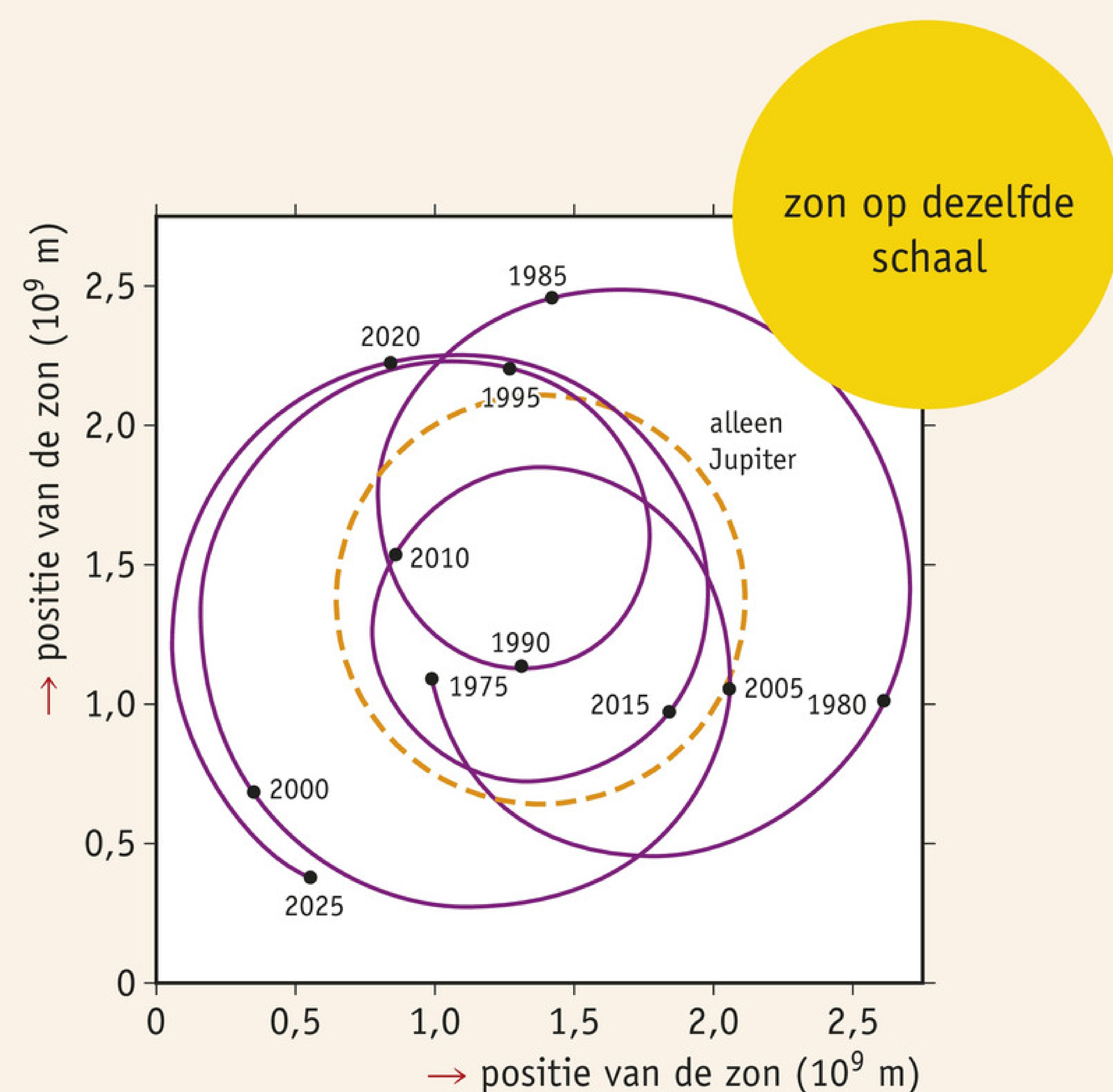
In ons zonnestelsel zijn (buiten de aarde) plaatsen gevonden waar primitieve vormen van leven zouden kunnen bestaan. Maar inmiddels is één ding duidelijk: intelligent leven moeten we buiten ons zonnestelsel zoeken. Daarom wordt nu druk gespeurd naar exoplaneten: planeten die rond andere sterren cirkelen. Onze eigen Melkweg bevat honderden miljarden sterren. Naar schatting zijn er biljoenen sterrenstelsels in het waarneembare heelal. Als die stelsels gemiddeld evenveel sterren bevatten als de Melkweg, zijn er in totaal ongeveer 10^{23} sterren. Het zou toeval zijn als er buiten de aarde nergens anders in het heelal leven is ontstaan. De vraag is vooral waar dit leven te vinden is.

De zoektocht

Reizen door de ruimte op zoek naar ander leven is lastig. De mens heeft buiten de aarde alleen nog voet gezet op de maan. Wel zijn er verschillende onbemande sondes gestuurd naar andere hemellichamen in ons zonnestelsel. Een daarvan is de Voyager 1, de ruimtesonde die in 1977 werd gelanceerd en zich momenteel het verst van de aarde bevindt. Na dertig jaar reizen is deze aangekomen bij de rand van ons eigen zonnestelsel. De eerstvolgende ster is nog tweehonderdduizend keer zo ver weg. Buitenaards leven opsporen door het bezoeken van verre werelden is in de huidige praktijk onhaalbaar.
Wel kunnen we steeds meer *zien* met behulp van telescopen en meetapparatuur, omdat de kwaliteit daarvan steeds beter wordt. Sterrenkijkers zijn pas sinds kort geschikt voor het opsporen van exoplaneten; toch zijn er tot 2018 al bijna vierduizend ontdekt!



▲ **figuur 1** De variatie in helderheid van ster HD 80606 verraadt de aanwezigheid van een exoplaneet (de verticale lijntjes geven de meetonzekerheid weer).



▲ **figuur 2** de berekende positie van de zon in het vlak waarin de planeten draaien, voor verschillende jaren (1975–2025)

Exoplaneten opsporen

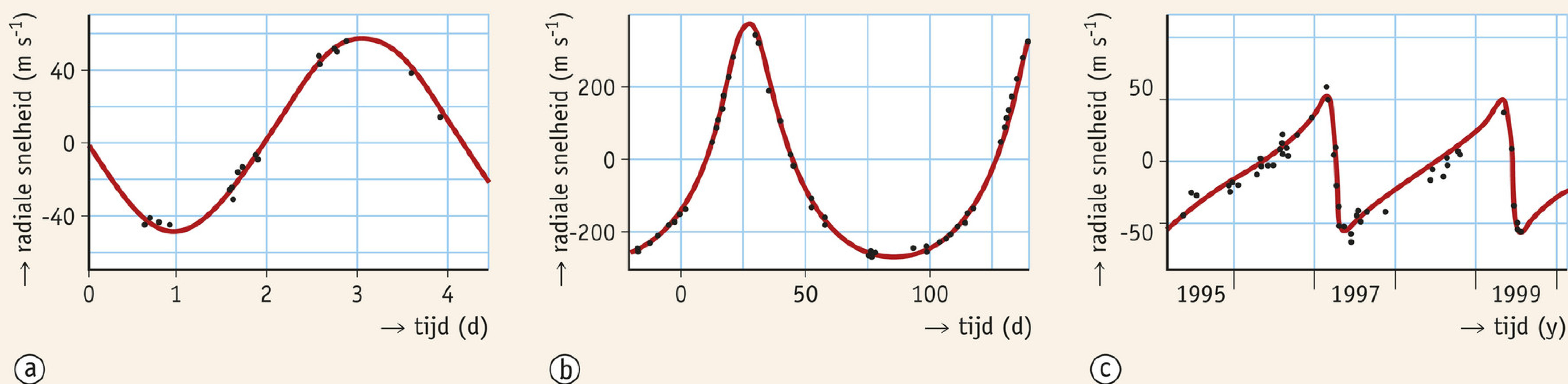
Astronomen hebben verschillende manieren ontwikkeld om exoplaneten op te sporen. Wanneer een exoplaneet vanaf de aarde gezien voor zijn ster langs beweegt – tijdens een zogeheten overgang of transit –, neemt de helderheid van de ster een beetje af. Een soort zonsverduistering in het klein. Deze afname is periodiek. Als de variatie in helderheid van sterren heel nauwkeurig wordt gemeten, verraden exoplaneten hun aanwezigheid (figuur 1). De afname in helderheid van een ster bij een overgang is echter vaak minder dan één procent. Toch kan met een serie waarnemingen op deze manier worden bepaald of een planeet de ster heeft gepasseerd.

Een andere methode om exoplaneten op te sporen maakt gebruik van het dopplereffect voor licht. Het dopplereffect is beter bekend voor geluid: een loeiende sirene klinkt hoger in toon wanneer een ambulance op de waarnemer afkomt en lager wanneer deze zich verwijdert. De golflengte van het licht afkomstig van bronnen die naar een waarnemer toe bewegen, neemt af. Omgekeerd, wanneer de bron van de waarnemer af beweegt, neemt de golflengte toe. Het dopplereffect kan worden gebruikt, omdat de beweging van een ster wordt beïnvloed door planeten. Dit effect wordt veroorzaakt door de zwaartekracht en is vooral sterk bij de aanwezigheid van zware planeten. Als er één planeet om een ster draait, dan zou deze planeet een kleine cirkelbeweging van de ster veroorzaken. Doordat er ook andere planeten rond de ster draaien, is de werkelijke beweging ingewikkelder (figuur 2).

Wanneer een planetenstelsel vanaf de aarde wordt bekeken in de richting van het vlak waarin de planeten draaien, zal de ster periodiek naar de aarde toe bewegen en dan weer ervanaf. In het eerste geval worden de golflengten van het licht korter, in het tweede geval langer. Met deze methode kunnen snelheidsverschillen van sterren worden waargenomen tot ongeveer 0,4 m s^{-1}. Om aardeachtige exoplaneten op te kunnen sporen wordt er gewerkt aan methoden voor het meten van snelheidsverschillen tot ongeveer 0,01 m s^{-1} (figuur 3).

Is er leven mogelijk?

Op aarde is er geen leven mogelijk zonder vloeibaar water. Door de gematigde temperaturen op aarde is het niet zo koud dat al het water bevriest, zoals op Mars, en ook niet zo warm dat al het water verdampt, zoals op Venus. Die gematigde temperatuur is grotendeels een gevolg van de afstand van de aarde tot de zon. Astronomen kunnen aan de hand van de kleur van een ster heel nauwkeurig de temperatuur bepalen.
Samen met de op aarde waargenomen



▲ **figuur 3** snelheidsvariaties van drie verschillende sterren: (a) 51 Pegasi; (b) 70 Virginis; (c) 16 Cygni B

helderheid en de afstand tot de ster kan worden berekend hoeveel energie de ster uitzendt. De energie die een exoplaneet van de ster opvangt, wordt minder naarmate de planeet verder weg staat. Het vermogen van de ster en de afstand van de exoplaneet tot de ster bepalen in grote mate de temperatuur van de exoplaneet. Ook de atmosfeer van een planeet kan een flinke invloed op de temperatuur hebben. De temperatuur op aarde is door het broeikaseffect een stuk hoger dan ze zou zijn geweest zonder atmosfeer.

Om een betrouwbare waarde voor de temperatuur van de exoplaneet te vinden, moet daarom worden bepaald of de exoplaneet een atmosfeer heeft.

De atmosfeer van een exoplaneet

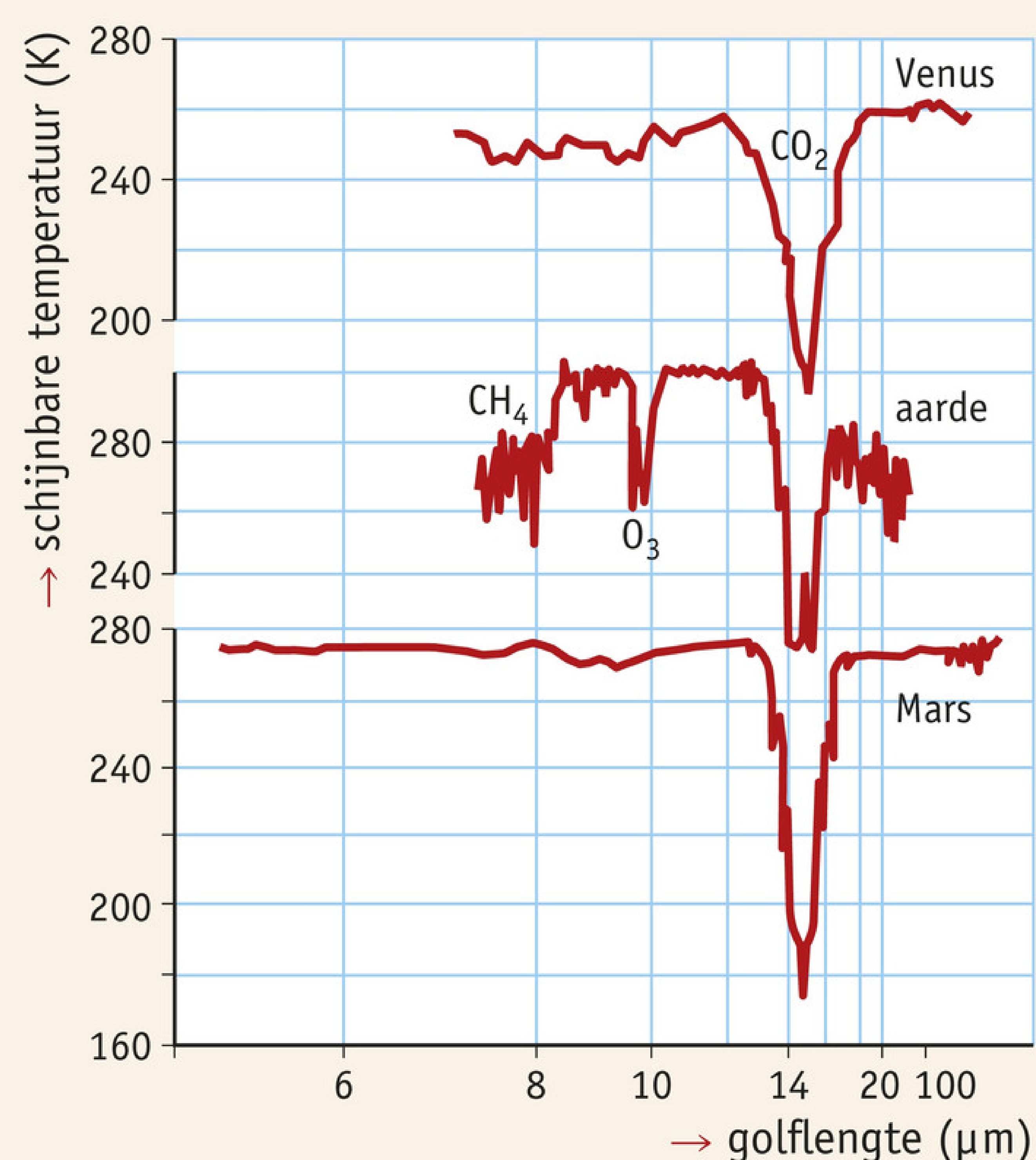
Gassen in een atmosfeer absorberen elektromagnetische straling met verschillende golflengten. Zo is met satellieten die de absorptie van infrarood licht meten waar te nemen dat de atmosfeer van Mars en Venus voornamelijk uit koolstofdioxide (CO_2) bestaat (figuur 4). Zuurstof kan op deze manier niet worden aangetoond, omdat het geen infraroodstraling absorbeert.

Bij exoplaneten kan op eenzelfde manier de aanwezigheid en samenstelling van een atmosfeer worden bepaald. Maar een exoplaneet zendt, zeker vergeleken met zijn ster, zo weinig straling uit dat dit signaal zeer zwak is. Daarom wordt meestal gekeken naar welke golflengten van de straling van de ster door de atmosfeer van de planeet worden geabsorbeerd wanneer deze voor de ster langs beweegt.

In februari 2017 kwamen Belgische onderzoekers met spectaculair nieuws: ze hadden een systeem van zeven aardeachtige planeten gevonden rond een ster op 39 lichtjaren afstand. De ster is genoemd naar de telescoop waarmee de ontdekking is gedaan: TRAPPIST-1. Met behulp van andere telescopen zijn de eigenschappen van deze exoplaneten bepaald. Hun afmetingen zijn vergelijkbaar met die van de aarde en ze hebben een atmosfeer. Zeker drie exoplaneten bevinden zich in de leefbare zone rond de ster.
Wat de vondst bijzonder maakt is dat TRAPPIST-1 een ultrakoele dwerg is en dat de exoplaneten relatief klein zijn. Dit soort systemen zijn moeilijk te vinden. Maar er zijn naar verhouding zeer veel ultrakoele dwergen in het heelal, dus de kans om leven op andere planeten te vinden is nog groter dan gedacht.

Exoplaneten bestaan

"We leven in een bijzondere tijd, want we weten voor het eerst in de geschiedenis zeker dat er duizenden exoplaneten bestaan. Voor de zoektocht naar leven is kennis nodig over planeten, geofysica, astronomie en biologie. Het is een uitdaging om die vakgebieden met elkaar te verbinden."
Prof. Sara Seager, Massachusetts Institute of Technology



▶ **figuur 4** Verschillende gassen in de atmosfeer van Venus, de aarde en Mars absorberen straling met verschillende golflengten.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Leefbare zone

Op basis van de wet van Stefan-Boltzmann kun je een schatting maken van de leefbare zone rondom een ster: het gebied waar een planeet een temperatuur heeft waarbij water vloeibaar is. Neem hierbij aan dat de planeet een zwarte straler is en een constante temperatuur heeft.
Een planeet met een straal $R_{planeet}$ draait op een afstand r van een ster met een straal R_{ster} en temperatuur T_{ster}.

- **a** Geef de uitdrukking voor het door de ster uitgestraalde vermogen, P_{ster}.
- **b** Gebruik de kwadratenwet om een uitdrukking te vinden voor de intensiteit I_{in} van de straling die op de planeet terechtkomt.
- **c** Geef op basis van de intensiteit I_{in} een uitdrukking voor het vermogen P_{in} dat de planeet van de ster opvangt.

Wanneer de temperatuur van de planeet, $T_{planeet}$, constant is, zal het ingestraalde vermogen gelijk zijn aan het door de planeet uitgestraalde vermogen, P_{uit}.

- **d** Geef de uitdrukking voor P_{uit}.
- **e** Stel P_{in} gelijk aan P_{uit} en toon hiermee aan dat:

$$T_{planeet} = T_{ster} \cdot \sqrt{\frac{R_{ster}}{2r}}$$

- **f** Bereken op basis van het verband bij opdracht e de begrenzing (r_{min} en r_{max}) van de leefbare zone rond TRAPPIST-1. Voor deze ster geldt: $T_{ster} = 2559$ K en $R_{ster} = 0{,}117 \cdot R_{\odot}$

2 TRAPPIST-1

Rond TRAPPIST-1 zijn zeven exoplaneten gevonden die op de aarde lijken. TRAPPIST-1 zendt vooral straling uit met een golflengte van 1,13 μm.

- **a** Hoe heet dit soort straling?
- **b** Toon met een berekening aan dat TRAPPIST-1 een temperatuur heeft van $2{,}56 \cdot 10^3$ K.

De lichtkracht van TRAPPIST-1 is bijna tweeduizend keer zo klein als die van onze zon.

- **c** Bepaal of TRAPPIST-1 een hoofdreeksster is.
- **d** Leg uit welk type ster TRAPPIST-1 is: een rode dwerg, een witte dwerg, een rode reus of een blauwe reus.
- **e** Beredeneer of exoplaneten rond TRAPPIST-1 last zullen hebben van uv-straling. Maak gebruik van de planckkrommen in Binas.
- **f** Geef op basis van de lichtkracht met behulp van een berekening een schatting voor de massa van TRAPPIST-1.

Met de wet van Stefan-Boltzmann is af te leiden dat voor de temperatuur van een planeet geldt:

$$T_{planeet} = T_{ster} \cdot \sqrt{\frac{R_{ster}}{2r}}$$ met R_{ster} de straal en T_{ster} de

temperatuur van de ster. De straal van TRAPPIST-1 is 0,12 keer die van de zon. In de tabel vind je de afstanden waarop de exoplaneten rond TRAPPIST-1 draaien.

- **g** Teken in een (T,r)-diagram het systeem van TRAPPIST-1. Bereken hiertoe de temperatuur van de planeten met behulp van de gegeven formule. Geef in het diagram aan welke planeten zich in de leefbare zone bevinden.

exoplaneet	afstand r tot ster (10^{-2} AE)
b	1,1
c	1,5
d	2,1
e	2,8
f	3,7
g	4,5
h	5,9

3 Dopplermethode

Exoplaneten kunnen met de dopplermethode worden opgespoord. In figuur 3 zie je van drie sterren de radiale snelheidsvariaties zoals gemeten vanaf aarde. Neem in deze opgave aan dat al deze grafieken zich periodiek herhalen.

- **a** Beredeneer welk van deze sterren de meest cirkelvormige baan beschrijft.
- **b** Schets de grafiek van 51 Pegasi voor het geval deze ster wordt bekeken uit een richting die meer loodrecht staat op het vlak waarin de ster draait.
- **c** Leg uit dat de drie sterren waarschijnlijk begeleid worden door één zeer zware planeet.
- **d** Bepaal voor elk van de sterren de omlooptijd van de begeleidende planeet.
- **e** Bepaal de grootste roodverschuiving die bij 70 Virginis kan worden waargenomen.

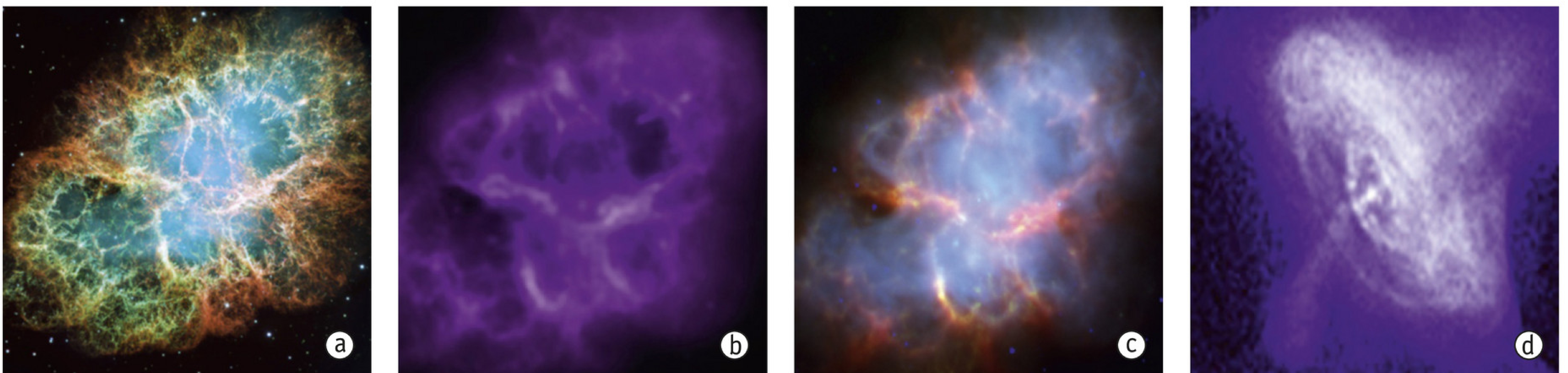
1 Het elektromagnetisch spectrum

In deze paragraaf leer je:
- de verschillende onderdelen van het elektromagnetisch spectrum en de eigenschappen van deze stralingssoorten beschrijven;
- beschrijven hoe met elektromagnetische straling waarnemingen aan het heelal worden verricht vanaf de aarde en vanuit de ruimte;
- uit de frequentie de golflengte van verschillende soorten elektromagnetische straling berekenen (en omgekeerd).

Van verre sterren en sterrenstelsels bereikt niet alleen zichtbaar licht de aarde, maar ook bijvoorbeeld ultraviolet-, infrarood- en röntgenstraling. Dit zijn allemaal vormen van elektromagnetische straling. Elke vorm geeft andere informatie over hoe het heelal in elkaar zit.

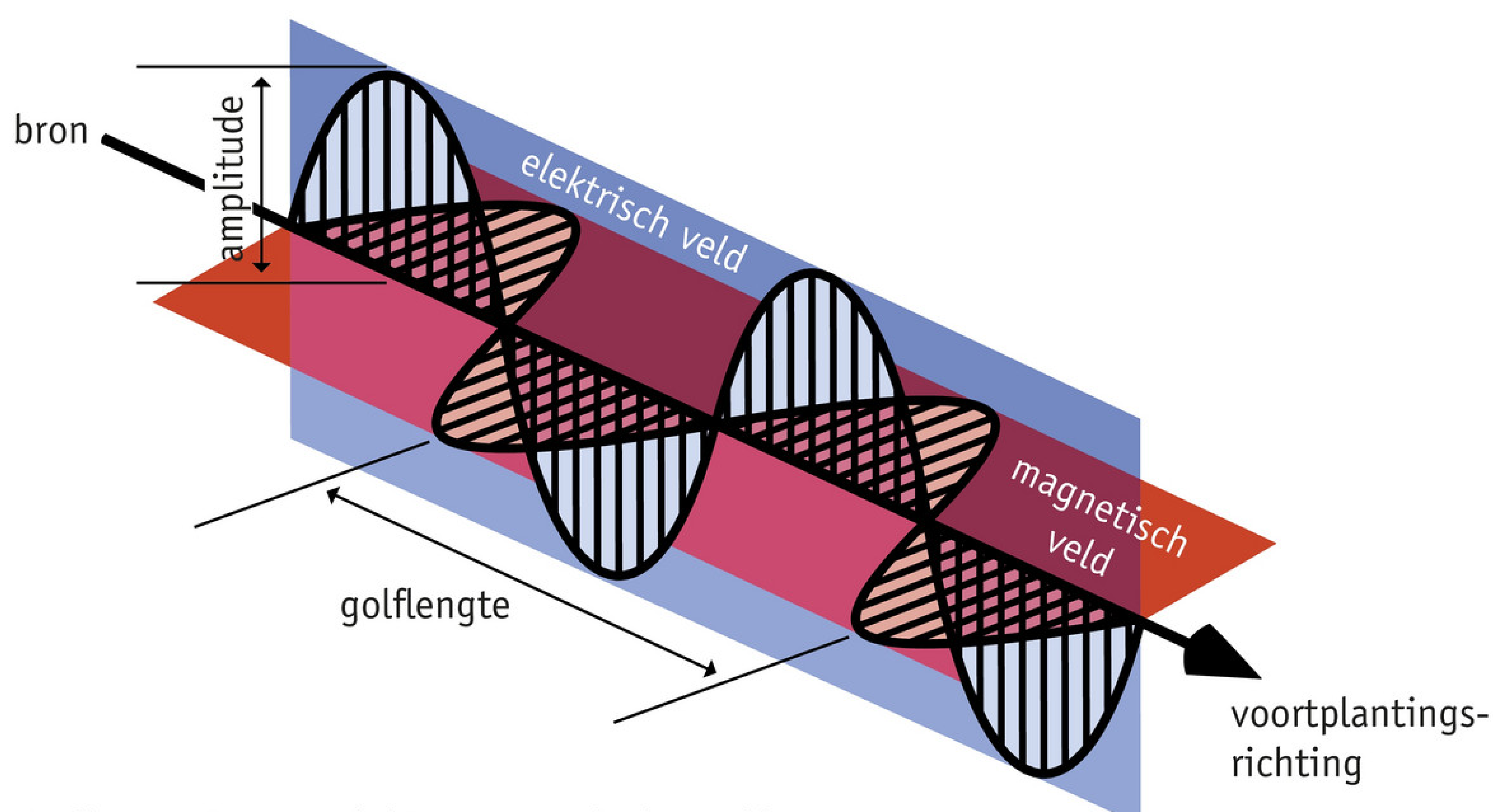
Het elektromagnetisch spectrum

In figuur 1 zie je vier verschillende opnamen van de Krabnevel, een overblijfsel van een supernova (sterexplosie). De Krabnevel ziet er in elke opname anders uit, doordat de opnamen met verschillende telescopen zijn gemaakt die ieder een ander soort straling waarnemen:
(a) zichtbaar licht, (b) radiostraling, (c) infraroodstraling en (d) röntgenstraling. De kleuren in figuur b, c en d zijn kunstmatig.



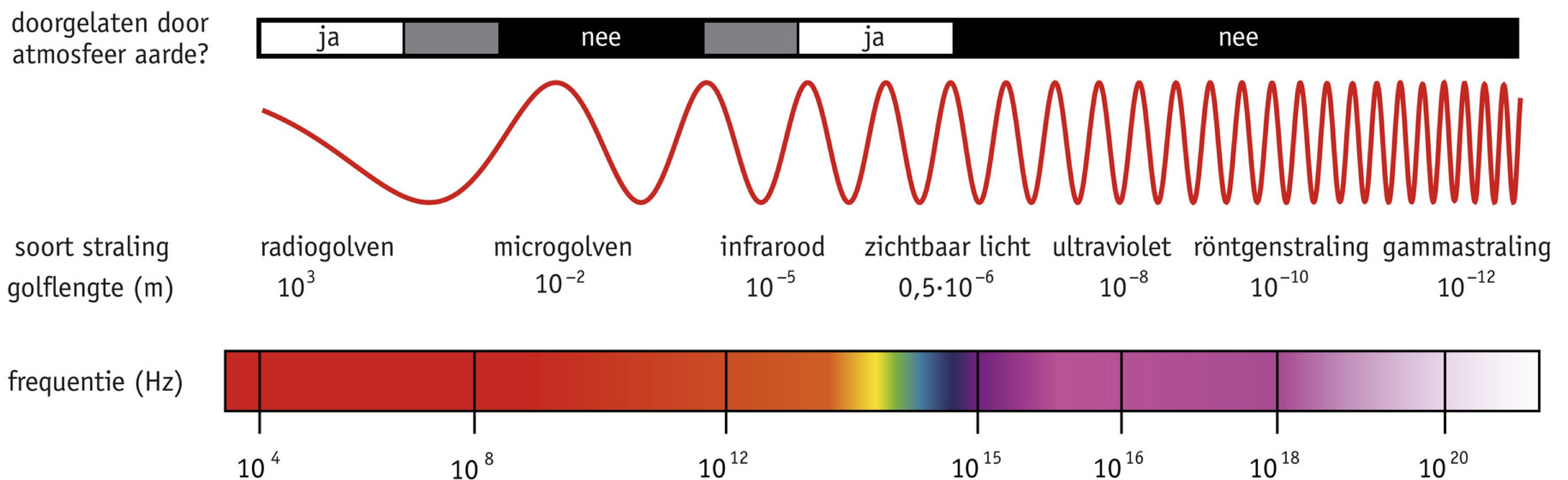
▲ **figuur 1** vier verschillende opnamen van de Krabnevel (de schaal verschilt per foto)

De vier soorten straling uit figuur 1 zijn vormen van **elektromagnetische straling**. Deze straling bestaat uit transversale elektrische en magnetische golven die zich voortbewegen met de lichtsnelheid c (figuur 2). Het veranderend elektrisch veld in deze golven wekt een magnetisch veld op, dat op zijn beurt weer een elektrisch veld opwekt (hoofdstuk 8).



▲ **figuur 2** een elektromagnetische golf

De snelheid v van een golf wordt gegeven door: $v = f \cdot \lambda$ (hoofdstuk 7). Dus voor elektromagnetische straling geldt: $c = f \cdot \lambda$. Voor het observeren van sterren en sterrenstelsels kun je uitgaan van voortplanting van het licht door vacuüm. Dan geldt: $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m s^{-1} (zie Binas tabel 7). Bij een bepaalde golflengte hoort dus een bepaalde frequentie van de straling. Elektromagnetische straling wordt daarom gekenmerkt door de golflengte of de frequentie van de straling (figuur 3).



▲ **figuur 3** het elektromagnetisch spectrum

Eigenschappen en toepassingen van elektromagnetische straling kun je vinden in Binas tabel 19B. Van grote naar kleine golflengte wordt elektromagnetische straling ruwweg ingedeeld in **radiogolven**, **infraroodstraling**, **zichtbaar licht**, **ultravioletstraling**, **röntgenstraling** en **gammastraling**. Voor sterrenkunde zijn ook **microgolven** van belang: radiogolven met een korte golflengte.

Elektromagnetische straling waarnemen

Elk soort elektromagnetische straling heeft een andere manier van interactie met materie. Daardoor geeft elk soort straling andere informatie. Voor het observeren van radiogolven worden **radiotelescopen** gebruikt (figuur 4). De Melkweg bijvoorbeeld bevat veel interstellaire stofwolken die zichtbaar licht absorberen, maar transparant zijn voor radiogolven. Radiogolven kunnen ook door de aardatmosfeer en zelfs wolken heen dringen.
Infraroodstraling wordt gebruikt om relatief koele objecten te observeren, zoals planeten, stofwolken waaruit sterren worden gevormd, en bruine dwergen ('mislukte' sterren met een lage temperatuur).

Tot het begin van de twintigste eeuw waren er alleen **optische telescopen** voor het waarnemen van zichtbaar licht in het heelal. Maar die hebben hun beperkingen. De aardatmosfeer is door temperatuurverschillen constant in beweging, waardoor licht uit het heelal wordt afgebogen.



▶ **figuur 4** een van de veertien radioantennes (diameter 14 m) van de radiotelescoop bij Westerbork (Drenthe)

Het twinkelen van sterren is hiervan een gevolg. Ook waterdamp en stofdeeltjes in de atmosfeer zorgen ervoor dat telescopen op aarde minder details kunnen waarnemen. De aardatmosfeer absorbeert veel soorten elektromagnetische straling. Alleen zichtbaar licht en radiogolven zijn vanaf de aarde goed waar te nemen (figuur 3 en Binas tabel 30E). Om zo min mogelijk last te hebben van storingen door de aardatmosfeer worden optische telescopen vaak op grote hoogte in droge gebieden gebouwd. Een voorbeeld is de Very Large Telescope (VLT) van de Europese Zuidelijke Sterrenwacht in de Atacama-woestijn in Chili (figuur 5). Op deze hoogte kan ook infraroodstraling beperkt worden waargenomen.



▲ **figuur 5** De VLT in Chili bestaat uit vier telescopen met elk een diameter van 8,2 meter.

Om helemaal geen last van de aardatmosfeer te hebben worden er ook telescopen in een baan om de aarde of zon gebracht (figuur 6). Deze **ruimtetelescopen** kunnen zeer gedetailleerde opnamen maken in zichtbaar licht, of elektromagnetische straling waarnemen die helemaal niet door de aardatmosfeer heen komt. Ruimtetelescopen hebben een belangrijk nadeel: de lenzen en spiegels die gebruikt worden voor de beeldvorming kunnen niet zo groot zijn als bij telescopen op aarde. Bovendien is onderhoud niet of beperkt mogelijk.



▲ **figuur 6** De Hubble-ruimtetelescoop wordt vanuit het ruimteveer Discovery geïnstalleerd (1990).

Ultraviolet-, röntgen- en gammastraling dringen vrijwel niet door tot de aardatmosfeer en kunnen dus alleen vanuit de ruimte worden waargenomen. Dit gebied van het elektromagnetisch spectrum wordt gebruikt om relatief hete objecten waar te nemen. De Hubble-telescoop

kan een klein deel van het uv-gebied waarnemen. Röntgenstraling wordt bijvoorbeeld waargenomen wanneer gas wordt opgeslokt door een zwart gat. Gammastraling is interessant voor het onderzoeken van zonnevlammen en gammaflitsen: korte, maar heftige uitbarstingen van gammastraling, mogelijk het gevolg van zeer krachtige sterexplosies.

Onthoud!

- Elektromagnetische straling bestaat uit elektromagnetische golven die voortbewegen met de lichtsnelheid *c*. Voor de golflengte λ en frequentie *f* van de straling geldt: $c = f \cdot \lambda$
- Het elektromagnetisch spectrum is de verzamelnaam voor alle soorten elektromagnetische straling met uiteenlopende golflengten (en frequenties).
- Voor het waarnemen van het heelal zijn de volgende soorten straling belangrijk: radiogolven, microgolven, infraroodstraling, zichtbaar licht, ultravioletstraling (uv), röntgenstraling en gammastraling.
- Niet alle elektromagnetische straling kan door de aardatmosfeer heen dringen.
- Een ruimtetelescoop is een telescoop die zich in de ruimte bevindt, bijvoorbeeld in een baan om de aarde.

opdrachten

1 Straling ordenen
Orden de volgende soorten straling van lage naar hoge frequentie: *blauw licht – gammastraling – radiogolven – rood licht – infraroodstraling – uv-straling*.

2 Twinkelende sterren
Waarom twinkelen sterren? Kies het juiste antwoord.
A Omdat de kernfusieprocessen in sterren instabiel zijn.
B Omdat koude en warme pakketjes lucht in de atmosfeer bewegen.
C Door absorptie van het sterlicht in de ozonlaag.
D Omdat het vocht in je ogen zorgt voor glinsteringen.
bron: Sterrenkundeolympiade 2013

3 Krabnevel
De kleuren in de opnamen van de Krabnevel (figuur 1b tot en met 1d) zijn kunstmatig.
a Leg uit hoe je weet dat dit zo is.
b Noteer wat de kleuren die je in deze figuren ziet, zouden kunnen betekenen.

4 Radiotelescoop Westerbork
In figuur 4 zie je een van de schotelantennes van de radiotelescoop in Westerbork.
Leg uit waarom mist geen belemmering vormt voor een radiotelescoop.

5 Frequentie en golflengte
Zichtbaar licht heeft golflengten tussen ongeveer 400 en 750 nm.
a Reken de grenzen van zichtbaar licht om naar frequenties in hertz.

De radioantennes van de radiotelescoop in Westerbork zijn gevoelig voor frequenties van 0,60 GHz, 1,4 GHz en 5,0 GHz.
b Reken deze frequenties om naar golflengten in meter.

Het 4G-telecommunicatienetwerk gebruikt frequenties tussen 800 en 2600 MHz. Rond de radiotelescoop in Westerbork is gebruik van mobiele telefoons verboden.
c Leg uit waarom.

6 Venus

Het grootste deel van de atmosfeer van Venus bestaat uit koolstofdioxide (CO_2) en is ondoorzichtig voor zichtbaar licht.

Leg uit welke soort elektromagnetische straling gebruikt kan worden om het oppervlak van Venus in beeld te brengen. Maak gebruik van Binas tabel 30E.

7 Uv-straling

Glas is doorzichtig voor zichtbaar licht.

a Bedenk of je achter glas bruin kunt worden en leg hiermee uit of glas transparant is voor uv-straling.

Er bestaan kijkers voor uv-straling.

b Kunnen de lenzen van deze kijkers gemaakt zijn van glas?

Glas bestaat uit siliciumdioxide (SiO_2) met toevoegingen om het een lager smeltpunt te geven. Kwartsglas bestaat uit SiO_2 met zo min mogelijk verontreinigingen. Het is in staat uv-straling door te laten.

c Bedenk twee verschillende toepassingen voor kwartsglas.

+8 Resolutie

De resolutie van een telescoop geeft aan hoe goed twee lichtbronnen nog afzonderlijk van elkaar kunnen worden waargenomen.

a Leg uit dat twee lichtbronnen die relatief dicht bij elkaar staan alleen door een telescoop als twee afzonderlijke lichtbronnen worden waargenomen als de afstand tot die telescoop relatief klein is.

b Beargumenteer dat het daarom handig is om als maat voor de resolutie de hoek te gebruiken waaronder twee verschillende bronnen nog van elkaar onderscheiden kunnen worden.

Voor de resolutie geldt: $\theta \sim \frac{\lambda}{d}$, met θ de hoek in radialen waaronder twee bronnen nog te onderscheiden zijn, λ de golflengte van de elektromagnetische straling en d de diameter van de telescoop. De Hubble-ruimtetelescoop heeft een lens met een diameter van 2,4 m.

c Bereken de orde van grootte van de resolutie van de Hubble-ruimtetelescoop voor waarnemingen in zichtbaar licht.

d Welke diameter moet een radiotelescoop minimaal hebben om eenzelfde resolutie te behalen als de Hubble-ruimtetelescoop?

De radiotelescoop Westerbork neemt radiogolven waar met een golflengte in de orde van grootte van enkele centimeters en heeft een resolutie in de orde van grootte van 10 boogseconden. Een boogseconde is $\frac{1}{60}$ van $\frac{1}{60}$ van een graad.

e Leg uit dat deze resolutie hoger is dan je zou verwachten op basis van figuur 4 en geef een verklaring waarom de resolutie zo hoog is.

2 De kleur van een ster

In deze paragraaf leer je:
- het verband tussen de uitgezonden golflengten door en de temperatuur van een voorwerp beschrijven en toepassen;
- berekeningen maken met de wet van Wien;
- op basis van een stralingskromme van een voorwerp beredeneren welke kleur een voorwerp heeft;
- dat de stralingskromme van veel voorwerpen te benaderen is door die van een zwarte straler.

Wanneer je naar de sterrenhemel kijkt, lijken alle sterren wit. Sterren hebben wel een kleur, maar er is voor de kegeltjes in je ogen te weinig licht om kleur te zien. Bij weinig licht neem je waar met de staafjes in je ogen; die onderscheiden alleen licht van donker. Als je je ogen langer de tijd geeft, dan kun je bij sommige heldere sterren zien dat ze een kleur hebben. Met een telescoop zie je de kleuren beter. De kleur geeft informatie over de temperatuur van de ster.

Temperatuur en straling

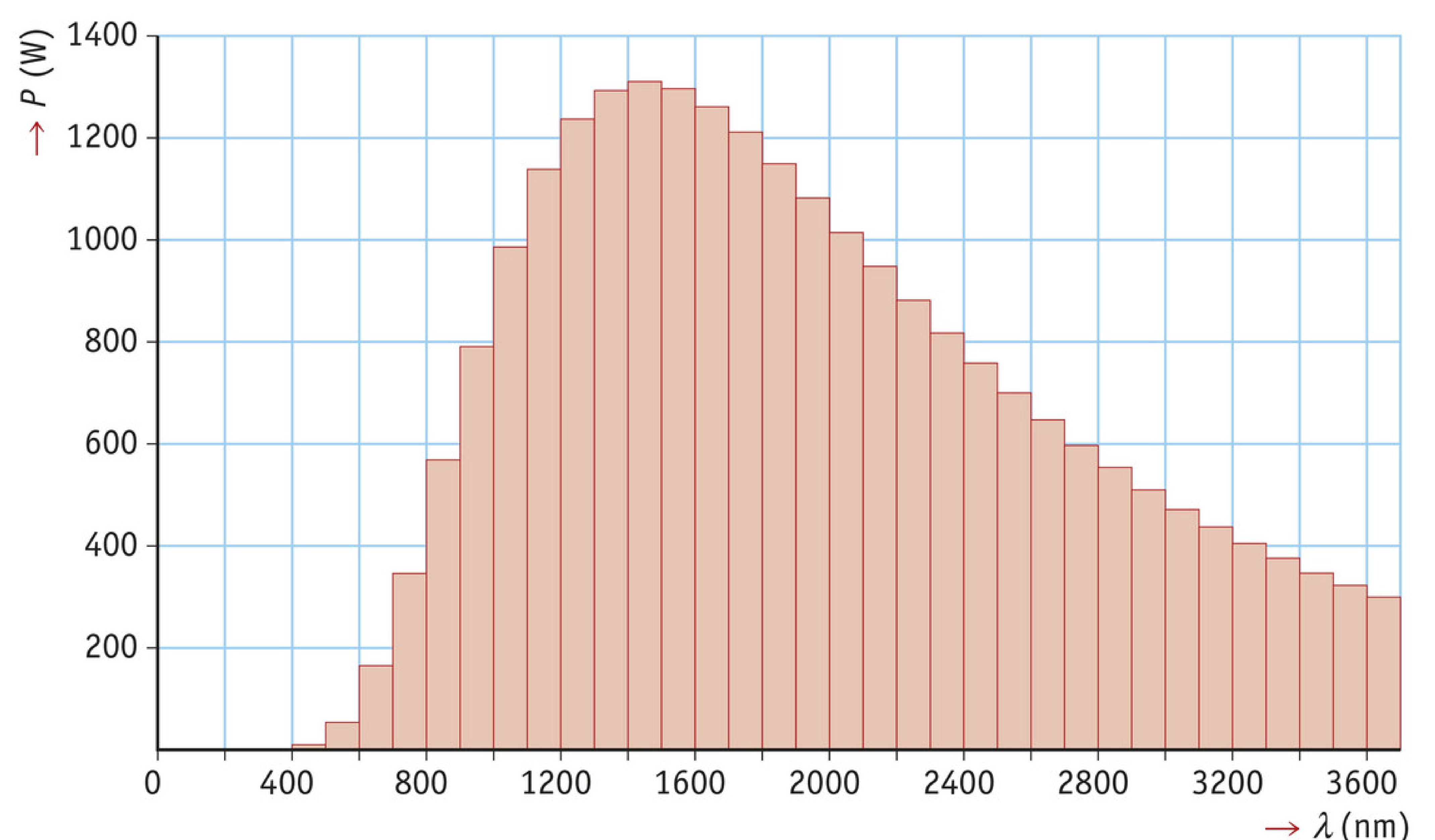
▶ **EXPERIMENT 1** Spectrum van een warme bron (begripspracticum)

De woorden *witheet* en *roodgloeiend* geven al aan dat er een verband bestaat tussen de temperatuur van een voorwerp en de uitgezonden straling. Een spijker die je korte tijd in een vuur hebt gehouden, voelt van een afstand warm aan en zendt voornamelijk infraroodstraling (warmtestraling) uit. Houd je de spijker langer in het vuur, dan wordt deze rood, oranje en, als het vuur heet genoeg is, geel of zelfs bijna wit (figuur 7).

Alle voorwerpen zenden afhankelijk van hun temperatuur elektromagnetische straling uit in uiteenlopende golflengten. Met een spectroscoop kun je bepalen hoe intens de straling is bij bepaalde golflengten. Wanneer je meet hoeveel energie de metalen plaat uit figuur 7 per seconde uitzendt in straling tussen 0 en 100 nm, 100 en 200 nm, enzovoort, dan krijg je een histogram zoals in figuur 8. In het zichtbare gebied zendt de plaat vooral veel rood licht uit, minder groengeel licht en een klein beetje blauw licht. Een groot deel van de straling die de plaat uitzendt kun je niet zien. Het spectrum is een **continu emissiespectrum**, omdat alle golflengten aanwezig zijn en omdat het om *uitgezonden* straling gaat.

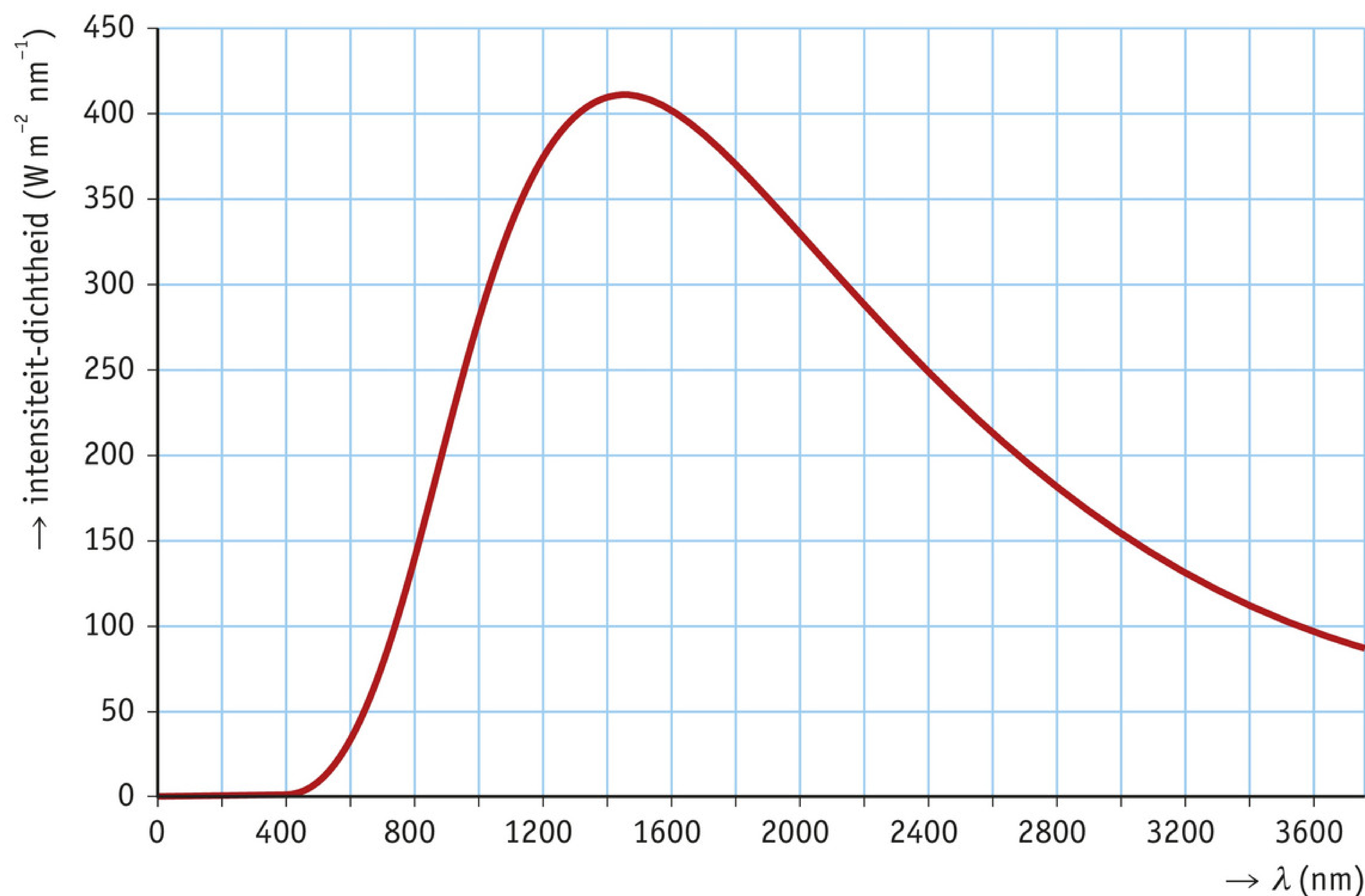


▲ **figuur 7** Een metalen plaat wordt doormidden gebrand.



▲ **figuur 8** het vermogen van straling uitgezonden door een stalen plaat ($T = 2 \cdot 10^3$ K)

Het histogram uit figuur 8 kun je niet direct vergelijken met soortgelijke grafieken van andere voorwerpen. Ten eerste zal een groot stuk staal meer energie uitzenden dan een klein stuk staal van dezelfde temperatuur. Het is daarom gebruikelijk te kijken naar de **intensiteit** van de straling: de energie van de straling per seconde (het vermogen) in watt, uitgezonden per vierkante meter oppervlakte. Ten tweede hadden de balkjes in het histogram van figuur 8 in plaats van 100 nm, net zo goed 50 nm breed kunnen zijn. Daarom wordt gekeken naar de intensiteit-dichtheid: de intensiteit van de straling *per nanometer* uitgezonden straling. De grafiek die je dan krijgt, heet een **stralingskromme** (figuur 9). De vorm van de stralingskromme in figuur 9 komt overeen met die van het histogram in figuur 8. Het verschil is dat de balkjes oneindig dun zijn geworden en dat er een andere eenheid langs de verticale as staat.



▲ **figuur 9** de stralingskromme van een stalen plaat ($T = 2 \cdot 10^3$ K)

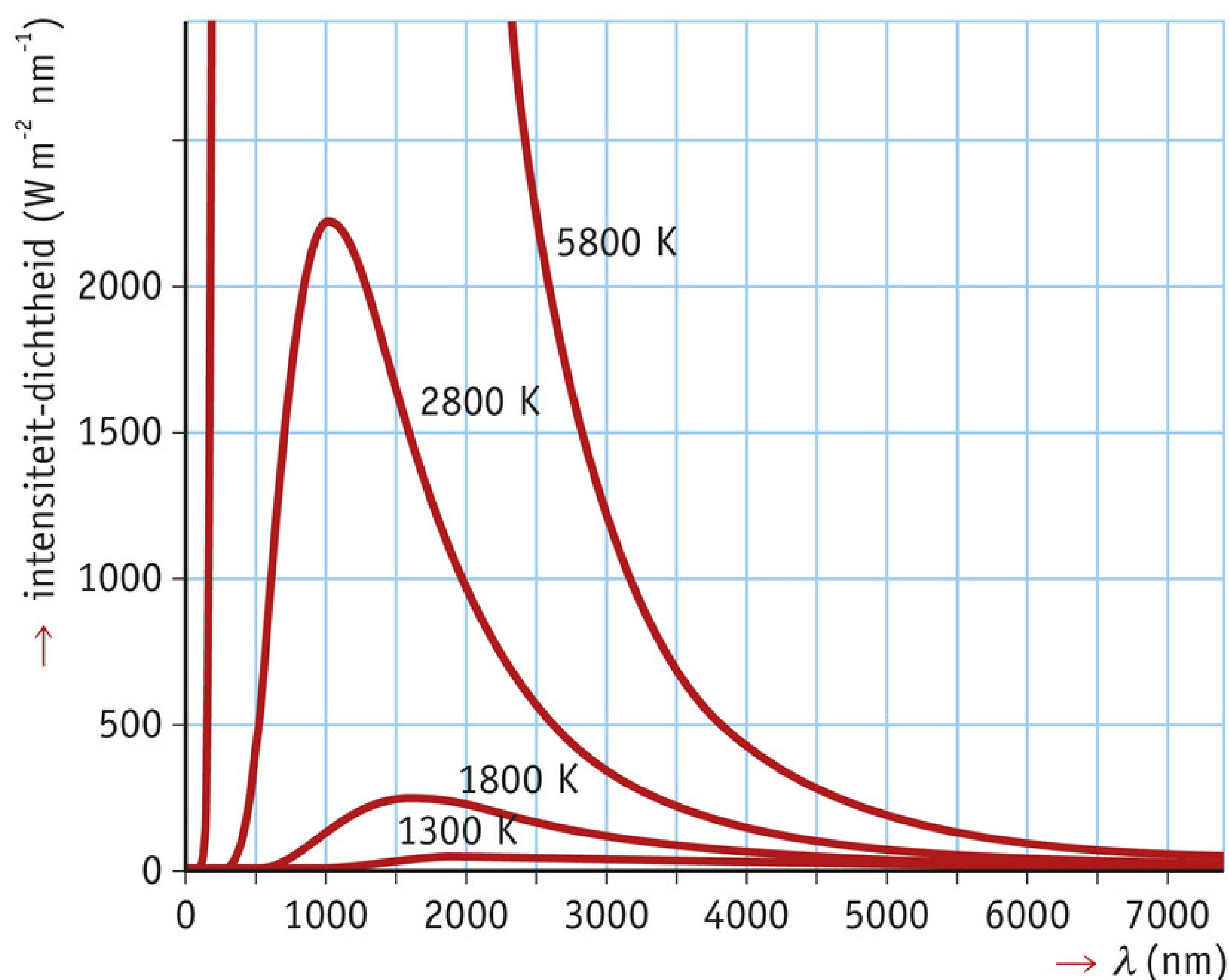
Zwarte stralers

De vorm van stralingskrommen voor *verschillende* voorwerpen met *eenzelfde* temperatuur is gelijk. In 1900 gaf Max Planck (1858–1947) hiervoor een theoretische verklaring. Bij zijn beschrijving ging hij uit van een zogenoemde **zwarte straler**: een voorwerp dat alle elektromagnetische straling die erop valt, volledig absorbeert. Doordat het voorwerp straling absorbeert, stijgt de temperatuur en gaat het steeds meer straling uitzenden. Als absorptie en emissie van straling in evenwicht zijn, bereikt het voorwerp een constante temperatuur. Om de vorm van de stralingskrommen te verklaren, moest Planck – tot zijn eigen verbazing – aannemen dat de zwarte straler energie uitzendt in vaste pakketjes, ofwel quanta. Deze verklaring vormde de aanzet tot de quantummechanica. De stralingskrommen voor een zwarte straler worden ook wel **planckkrommen** genoemd.

Echte voorwerpen zijn vrijwel nooit ideale zwarte stralers. Een spijker die je uit het vuur haalt zal afkoelen en dus niet een constante temperatuur hebben. Het feit dat een spijker en een stuk hout een verschillende kleur hebben bij kamertemperatuur geeft aan dat ze niet alle golflengten van elektromagnetische straling even goed absorberen. Toch zijn de meeste voorwerpen bij benadering een zwarte straler. De temperatuur die hoort bij de planckkromme die de stralingskromme van een voorwerp het beste benadert wordt de **effectieve temperatuur** genoemd.

Verschuivingswet van Wien

Naarmate de temperatuur van een voorwerp stijgt, neemt de intensiteit van de straling bij alle golflengten toe en verschuift de piek van de stralingskromme naar kortere golflengten (figuur 10).



▲ **figuur 10** stralingskrommen bij verschillende temperaturen

Het verband tussen de temperatuur T en de golflengte λ_{max} die hoort bij de piek van de stralingskromme, wordt gegeven door de **verschuivingswet van Wien**:

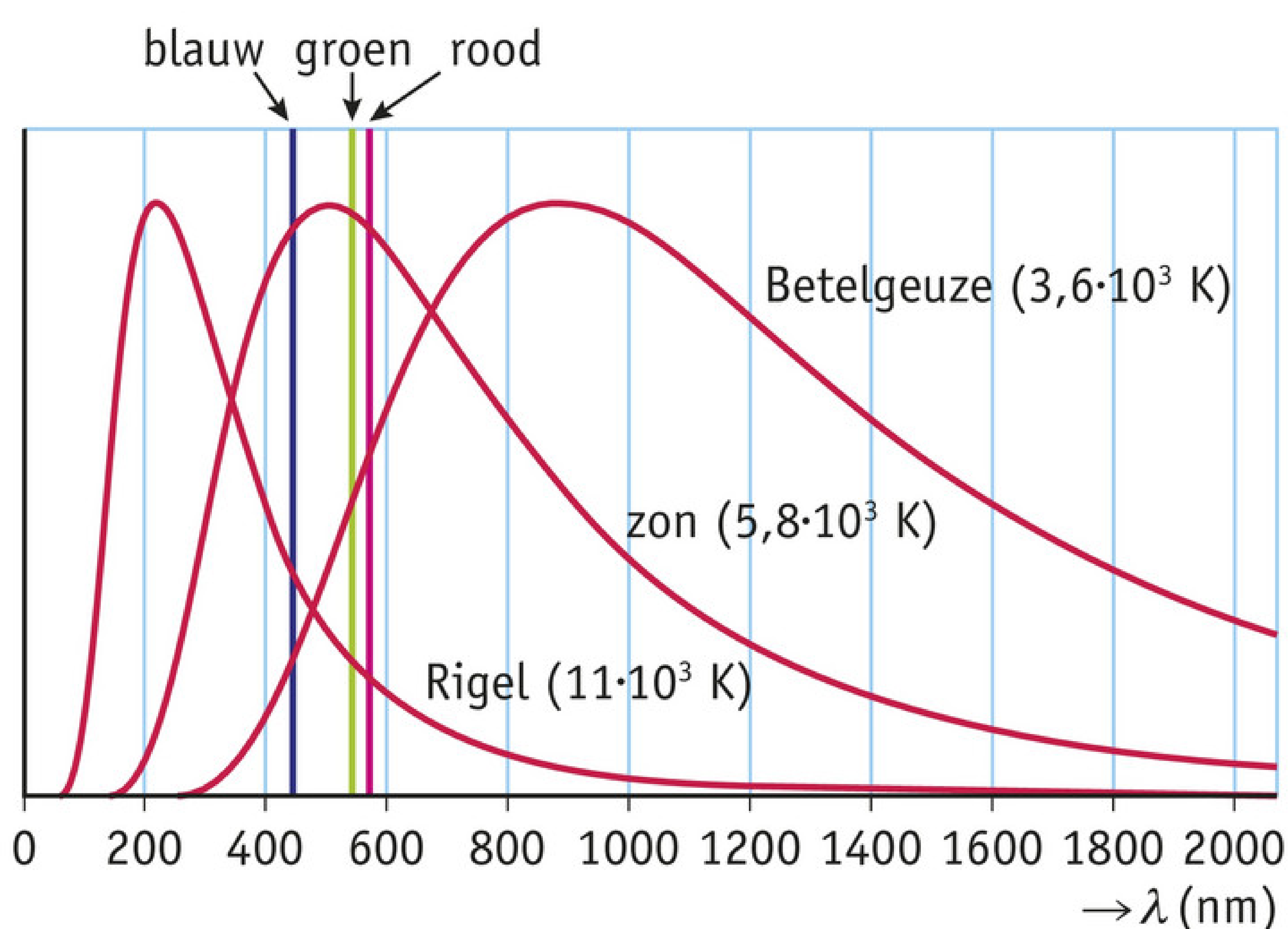
$$\lambda_{max} \cdot T = k_W$$

Hierin is:
- λ_{max} de golflengte in meter (m) van de straling met de hoogste intensiteit;
- T de temperatuur van het voorwerp in kelvin (K);
- k_W de constante van Wien in meter kelvin (m K).

De constante van Wien heeft een waarde van $2{,}9 \cdot 10^{-3}$ m K (Binas tabel 7). Met de verschuivingswet van Wien kun je de temperatuur van een voorwerp berekenen door λ_{max} te bepalen.

Kleur en temperatuur

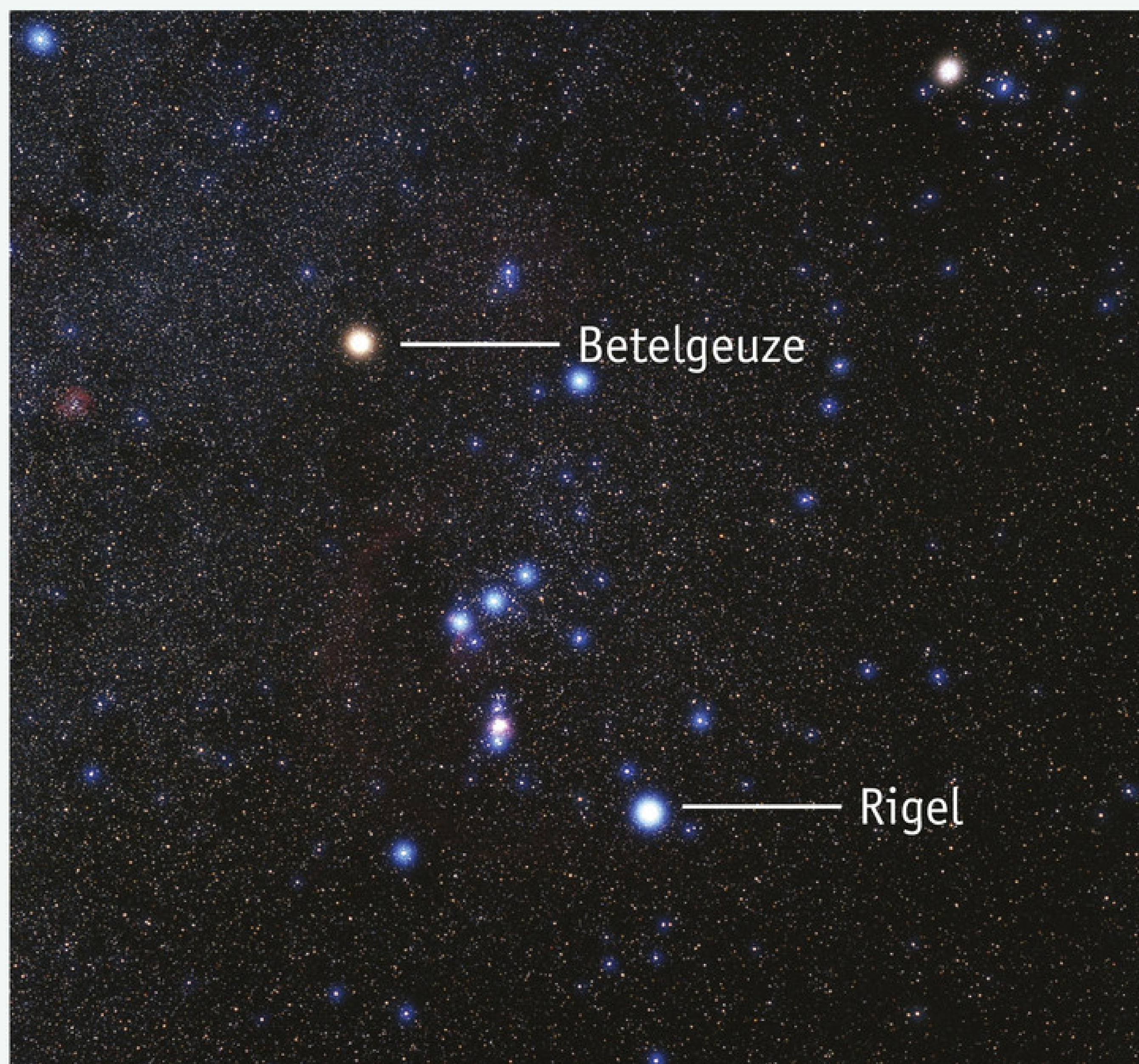
De kleur van een ster die je ziet wordt bepaald door het licht dat de ster in verschillende golflengten uitzendt en door de gevoeligheid voor verschillende kleuren van de kegeltjes in je oog. In figuur 11 zie je de planckkrommen van drie sterren: onze zon, Betelgeuze en Rigel. Om de planckkrommen met elkaar te kunnen vergelijken, zijn ze zo geschaald dat hun maximum gelijk is. In de figuur zijn de drie golflengten weergegeven waar de kegeltjes in het oog het meest gevoelig voor zijn. Zo kun je zien dat de zon in deze drie golflengten ongeveer even fel schijnt. Zonlicht is dus bij benadering wit. Voor Rigel kun je aflezen dat de intensiteit van blauw licht groter is dan die van groen licht en rood licht. Rigel lijkt daardoor wit-blauw en heeft een hogere temperatuur dan onze zon.



▲ **figuur 11** geschaalde planckkrommen voor de zon, Betelgeuze en Rigel

Voorbeeldopgave 1

In figuur 12 zie je het sterrenbeeld Orion met de sterren Betelgeuze en Rigel.



▲ **figuur 12** het sterrenbeeld Orion met de sterren Betelgeuze en Rigel

a Bepaal met behulp van de figuur welke temperatuur deze twee sterren bij benadering hebben. Geef je antwoord in één significant cijfer.

b Vergelijk je antwoord met de waarden die in Binas staan.

Uitwerking

a Schat op basis van de figuur in welke kleur de sterren het sterkst licht uitzenden. Betelgeuze is roodachtig; hierbij hoort een golflengte van ongeveer 580 nm. Rigel is blauwig wit; hierbij hoort een golflengte van 450 nm. Reken deze golflengten om naar temperatuur met de verschuivingswet van Wien:

$$T = \frac{k_w}{\lambda_{max}}$$

Zo vind je voor Betelgeuze: $T_\alpha = \dfrac{2{,}8978 \cdot 10^{-3}}{580 \cdot 10^{-9}} = 5 \cdot 10^3$ K

en voor Rigel: $T_\beta = \dfrac{2{,}8978 \cdot 10^{-3}}{450 \cdot 10^{-9}} = 6 \cdot 10^3$ K

b In Binas tabel 32B staat dat Betelgeuze een temperatuur heeft van $3{,}6 \cdot 10^3$ K en Rigel een temperatuur van $10{,}5 \cdot 10^3$ K. De schatting voor Betelgeuze komt redelijk overeen, voor Rigel scheelt het bijna een factor twee. Het verschil komt doordat Rigel en Betelgeuze ook buiten zichtbaar licht straling uitzenden, waar het oog niet gevoelig voor is.

De methode uit voorbeeldopgave 1 is niet heel nauwkeurig. Sterrenkundigen gebruiken daarom verschillende **filters** waarmee ze de intensiteit van een ster bepalen in een bepaald golflengtegebied. Uit de verhouding van die verschillende intensiteiten volgt de temperatuur van de ster.

Onthoud!

- Voorwerpen zenden, afhankelijk van hun temperatuur, elektromagnetische straling uit in verschillende golflengten. Bij benadering stralen de meeste voorwerpen als zwarte straler. Het emissiespectrum van een zwarte straler is een continu spectrum.
- De temperatuur van een voorwerp bepaalt de kleur van het licht dat het voorwerp uitzendt.
- De intensiteit van straling is het vermogen van de straling die per vierkante meter oppervlakte passeert. De eenheid is W m^{-2}.

- Een stralingskromme van een voorwerp geeft aan hoe groot de intensiteit is van de straling per nanometer uitgezonden straling. De stralingskromme van een zwarte straler wordt een planckkromme genoemd.
- Hoe hoger de temperatuur T van een voorwerp, hoe meer energie het uitzendt in alle golflengten en hoe kleiner de golflengte λ_{max} van de meest intense straling. Het verband wordt gegeven door de verschuivingswet van Wien: $\lambda_{max} \cdot T = k_W$
  Hierbij is k_W de constante van Wien.

Opdrachten

9 Waar of niet waar
Geef van onderstaande uitspraken aan of ze waar of niet waar zijn.
a Een zwarte straler is zwart.
b De kleur van een voorwerp wordt bepaald door zijn temperatuur.
c Het spectrum van een zwarte straler is continu.
d De temperatuur van een zwarte straler is gelijk aan zijn effectieve temperatuur.

10 Zonnevlekken
In het oppervlak van de zon zijn met regelmaat zogeheten zonnevlekken te zien. Voor de straling die deze zonnevlekken uitzenden, geldt: λ_{max} = 750 nm.
a Bereken de temperatuur van een zonnevlek. Ga uit van een zwarte straler.
b Leg uit dat een zonnevlek er zwart uitziet. Vergelijk hiervoor de temperatuur van een zonnevlek met de effectieve temperatuur van de zon.

11 Stralende mens
Een mens heeft een bepaalde temperatuur en zendt dus ook straling uit.
Bereken de golflengte van de straling met de hoogste intensiteit die een mens uitzendt.

12 Wet van Wien
Een voorwerp heeft een temperatuur van $2{,}1 \cdot 10^3$ K.
a Bereken de λ_{max} van de straling uitgezonden door dit voorwerp.
b Welk soort straling komt overeen met deze λ_{max}?

De temperatuur van het voorwerp wordt drie keer zo hoog.
c Beredeneer hoe groot λ_{max} nu zal zijn.
d Om welk soort straling gaat het nu?
e Hoe wordt, wiskundig gezien, het verband tussen λ_{max} en T genoemd?

13 Gloeilamp
Ouderwetse gloeilampen bevatten een gloeidraad van wolfraam. Wanneer er door de draad een stroom gaat lopen, wordt de draad warm en gaat stralen.
a Leg met behulp van Binas uit dat de temperatuur van de gloeidraad niet hoger dan 3695 K kan zijn.
b Bereken λ_{max} van een gloeidraad op deze temperatuur.
c Beredeneer welke kleur het licht van de gloeilamp heeft.
d Leg met behulp van de planckkromme uit dat het rendement van de gloeilamp beperkt zal zijn.
e Welke temperatuur zou de gloeidraad van een gloeilamp moeten hebben om voornamelijk in het zichtbare gebied straling uit te zenden?
f Ga met behulp van Binas na of er metalen of legeringen zijn die hiervoor in aanmerking komen. Trek een conclusie over het theoretische rendement van gloeilampen.

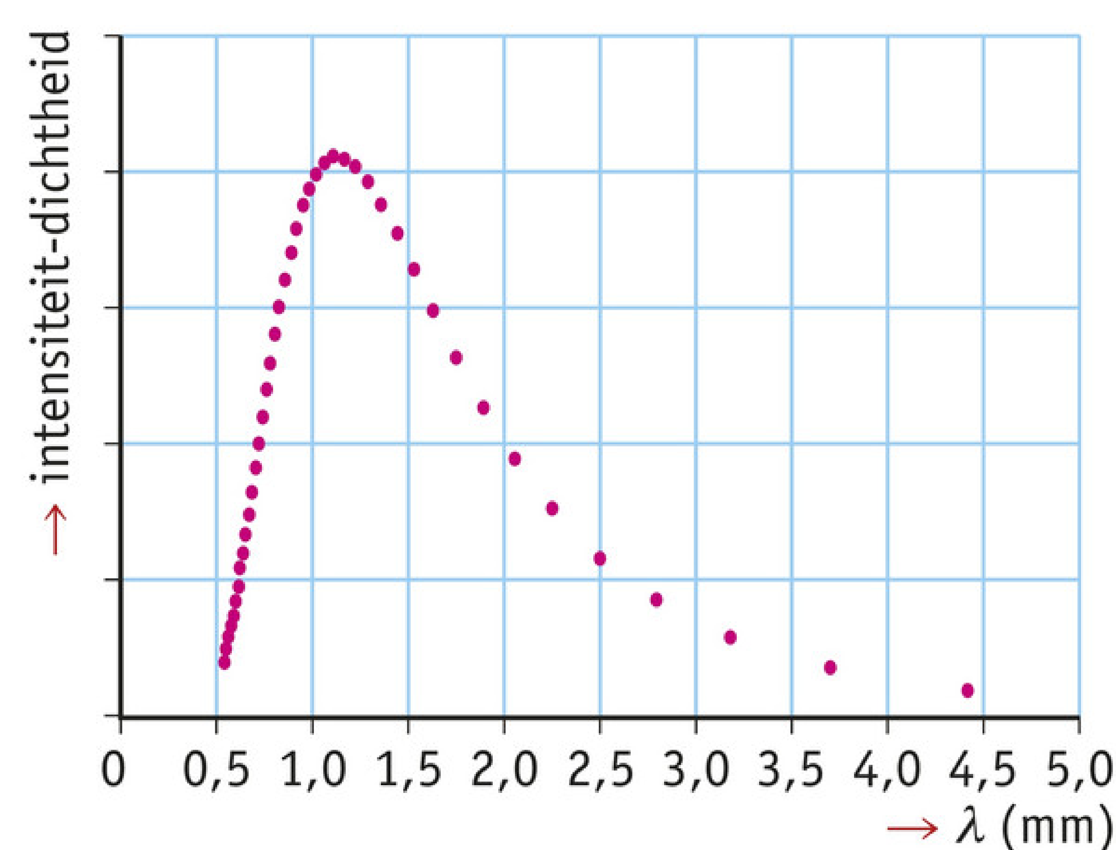
14 Temperatuur van (exo)planeten
Exoplaneten reflecteren niet alleen een deel van de straling van hun ster, ze zenden zelf ook straling uit.
a Bereken tussen welke golflengten een exoplaneet de meeste straling uitzendt wanneer er op de planeet vloeibaar water aanwezig is.
b Met welk soort telescoop zou deze straling het best waargenomen kunnen worden?
c Leg met behulp van de planckkromme uit dat deze straling moeilijk is waar te nemen.

15 Planckkrommen
In figuur 11 worden de planckkrommen voor de zon, Betelgeuze en Rigel met elkaar vergeleken.
Leg op basis van de planckkromme uit welke kleur Betelgeuze heeft. Vergelijk deze kleur met die van de zon.

16 Intensiteit
Een telescoop meet van drie verschillende sterren A, B en C de intensiteit I in de golflengten voor blauw, groen en rood licht. De onderlinge grootte van de intensiteit in deze golflengten voor deze sterren is als volgt:
A $I_{blauw} < I_{groen} > I_{rood}$
B $I_{rood} < I_{groen} < I_{blauw}$
C $I_{rood} > I_{groen} > I_{blauw}$
Orden de sterren A, B en C van heet naar koel op basis van deze informatie.

17 Kleur versus temperatuur
De temperatuur van een ster bepaalt welke kleur de ster heeft.
Leg op basis van de planckkromme uit of een ster er groen kan uitzien.

+18 Microgolven
Het heelal blijkt in alle richtingen microgolven uit te zenden: elektromagnetische straling met een golflengte in de orde van grootte van enkele centimeters. Toen deze straling in de jaren 1960 werd ontdekt dachten wetenschappers dat hun instrumenten niet goed werkten. Nu wordt deze straling gezien als overblijfsel van het jonge heelal, toen het een temperatuur had van ongeveer $3{,}0 \cdot 10^3$ K.



◀ **figuur 13** stralingskromme voor de kosmische achtergrondstraling

a Bereken op basis van figuur 13 de temperatuur die overeenkomt met de kosmische achtergrondstraling.
b Bereken hoeveel keer langer de golflengte van de achtergrondstraling is geworden sinds het begin van het heelal.

Een gloeiende spijker koelt af doordat deze meer straling afgeeft aan zijn omgeving dan ervan ontvangt.
c Leg uit dat het heelal niet kan afkoelen op de manier van een gloeiende spijker.

De verklaring voor het langer worden van de golflengte van de achtergrondstraling is dat het heelal uitdijt.

d Beredeneer hoeveel keer zo groot het volume van het heelal is geworden sinds de tijd dat het een temperatuur had van $3{,}0 \cdot 10^3$ K.

3 Helderheid en vermogen van een ster

In deze paragraaf leer je:
- verklaren hoe de op aarde waargenomen intensiteit van een ster afhangt van het totale stralingsvermogen van de ster en de afstand tot de ster;
- de wet van Stefan-Boltzmann toepassen;
- het stralingsvermogen van een zwarte straler berekenen op basis van zijn oppervlakte en temperatuur;
- berekenen hoe de stralingsintensiteit afneemt met toenemende afstand.

De helderheid van een ster die we op aarde waarnemen hangt af van hoeveel energie de ster uitzendt en hoe ver hij van ons vandaan staat. Als je de temperatuur van een ster weet, kun je hiermee de intensiteit van de ster bepalen. Met de afmeting van de ster kun je dan zijn afstand berekenen.

Temperatuur en uitgezonden energie

Wanneer de temperatuur van een voorwerp hoger wordt, neemt de totale intensiteit van de uitgezonden straling toe. Het verband wordt gegeven door de **wet van Stefan-Boltzmann**:

$$I_{bron} = \sigma \cdot T^4$$

Hierin is:
- I_{bron} de intensiteit van de bron in watt per vierkante meter (W m^{-2});
- σ de **constante van Stefan-Boltzmann** (W m^{-2} K^{-4});
- T de temperatuur in kelvin (K).

De intensiteit van een twee keer zo heet voorwerp is dus zestien keer zo groot. Om het totale stralingsvermogen te berekenen, moet je de afmeting van het voorwerp kennen. Een haardvuur zendt bijvoorbeeld per seconde meer energie uit dan een afgestoken lucifer doordat het haardvuur een veel grotere oppervlakte heeft. Om het totale vermogen te berekenen, vermenigvuldig je de intensiteit van de bron met de oppervlakte van de bron:

$$P_{bron} = A \cdot I_{bron} = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

Hierin is:
- P_{bron} het **stralingsvermogen** van de bron in watt (W);
- A de totale oppervlakte van de bron in vierkante meter (m^2).

Bij een ster wordt het stralingsvermogen P_{bron} ook wel de **lichtkracht *L*** genoemd. De oppervlakte van een ster is te benaderen door een bol.

Voorbeeldopgave 2

De effectieve temperatuur van de zon is $5{,}8 \cdot 10^3$ K.

a Bereken het stralingsvermogen van de zon.

Een ster heeft vergeleken met de zon een twee keer zo grote diameter en een twee keer zo hoge temperatuur.

b Beredeneer hoeveel keer zo groot het stralingsvermogen van deze ster is vergeleken met dat van de zon.

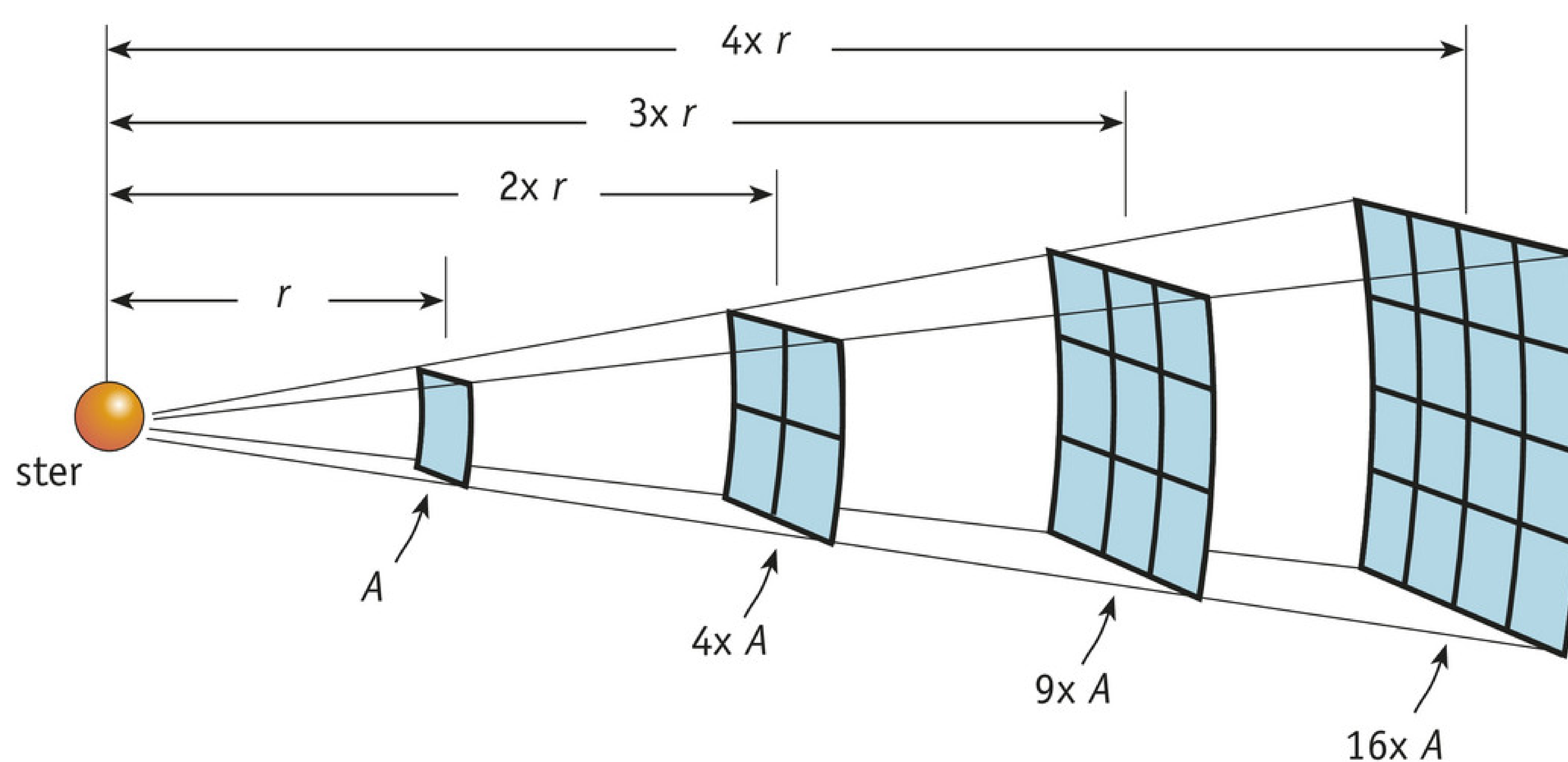
Uitwerking

a Voor het stralingsvermogen van de zon geldt: $P_{bron} = \sigma \cdot A \cdot T^4$. De temperatuur is gegeven. In Binas tabel 32C vind je de straal van de zon: $6{,}963 \cdot 10^8$ m. De zon heeft de vorm van een bol. De oppervlakte is dus:
$A = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \times (6{,}963 \cdot 10^8)^2 = 6{,}093 \cdot 10^{18}$ m^2
Dus $P_{bron} = \sigma \cdot A \cdot T^4 = 5{,}671 \cdot 10^{-8} \times 6{,}093 \cdot 10^{18} \times (5{,}8 \cdot 10^3)^4 = 3{,}9 \cdot 10^{26}$ W

b De straal van de ster is twee keer zo groot, dus zijn oppervlakte is vier (2^2) keer zo groot. Omdat het stralingsvermogen van de ster afhangt van de vierde macht van de temperatuur, zendt elke vierkante meter zestien (2^4) keer zo veel energie uit. Samen zorgt dat voor een stralingsvermogen dat 64 keer zo groot is.

De kwadratenwet

De wet van Stefan-Boltzmann geeft de intensiteit van de straling uitgezonden door bijvoorbeeld een ster. Dit is echter niet de intensiteit die we op aarde waarnemen. Een ster zendt in alle richtingen straling uit. Deze straling raakt over een steeds groter boloppervlak verdeeld (figuur 14). Op aarde is de intensiteit van de straling van de ster daardoor veel lager dan die van de zon of zelfs van een volle maan.



▲ **figuur 14** De energie die een ster uitzendt, wordt verdeeld over een bolvormig oppervlak.

Op een afstand r van de bron zal de intensiteit van de straling gelijk zijn aan:

$$I = \frac{P_{bron}}{4\pi \cdot r^2}$$

Hierin is:

- I de intensiteit van de straling op afstand r, in watt per vierkante meter (W m^{-2});
- P_{bron} het stralingsvermogen van de bron in watt (W);
- r de afstand tussen de bron en de waarnemer in meter (m).

Dit verband wordt de **kwadratenwet** genoemd: het stralingsvermogen is omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand. De kwadratenwet geldt wanneer de bron in alle richtingen evenveel straling uitzendt. Ook moet de bron voldoende klein zijn ten opzichte van de afstand tot de bron. De kwadratenwet is ook van toepassing op andere bronnen, zoals geluidsbronnen en radioactieve bronnen.

Voorbeeldopgave 3

Het stralingsvermogen van de ster R136a1 is 8,7 miljoen keer zo groot als dat van de zon. Daarmee is R136a1 de ster met het grootste (bekende) stralingsvermogen. Doordat deze ster heel ver weg staat, op een afstand van $1{,}6 \cdot 10^5$ lichtjaar, heb je een kleine telescoop nodig om hem waar te nemen. Wanneer R136a1 twee miljoen keer zo ver van ons zou staan als de zon, dan zou deze even helder zijn als de volle maan.

a Bereken de maximale intensiteit van R136a1 die op aarde waargenomen kan worden.

b Beredeneer hoeveel groter de intensiteit van R136a1 zou zijn wanneer deze ster twee miljoen keer zo ver van de aarde zou staan als de zon.

Uitwerking

a Formule (kwadratenwet): $I = \dfrac{P_{bron}}{4\pi \cdot r^2}$

Gegevens:

$P_{R136a1} = 8{,}7 \cdot 10^6 \cdot P_{zon}$

$P_{zon} = 3{,}85 \cdot 10^{26}$ W (Binas tabel 32C)

$r = 1{,}6 \cdot 10^5$ lichtjaar

1 lichtjaar = $9{,}461 \cdot 10^{15}$ m (Binas tabel 5)

Houd geen rekening met verliezen in de aardatmosfeer, dan vind je de *maximale* intensiteit waargenomen op aarde.

$$I = \frac{8{,}7 \cdot 10^6 \times 3{,}85 \cdot 10^{26}}{4\pi \times (1{,}6 \cdot 10^5 \times 9{,}461 \cdot 10^{15})^2} = 1{,}2 \cdot 10^{-10}\ \text{W}$$

b Het makkelijkst is uit te rekenen hoeveel dichterbij R136a1 komt te staan. De ster staat nu op een afstand van $1{,}6 \cdot 10^5 \times 9{,}461 \cdot 10^{15} = 1{,}5 \cdot 10^{21}$ m. De afstand aarde-zon wordt 1 AE (astronomische eenheid) genoemd en is gegeven in Binas tabel 32C. Een afstand van twee miljoen AE komt overeen met: $2 \cdot 10^6 \times 1{,}496 \cdot 10^{11} = 3{,}0 \cdot 10^{17}$ m. Dus R136a1 komt

$\dfrac{1{,}5 \cdot 10^{21}}{3{,}0 \cdot 10^{17}} = 5{,}0 \cdot 10^3$ keer zo dichtbij te staan. De intensiteit neemt met het kwadraat hiervan

toe, dus de intensiteit neemt toe met een factor $3 \cdot 10^7$.

▶ **EXPERIMENT 2** Intensiteit en vermogen van de zon (onderzoekspracticum)

De intensiteit van de zon die op aarde terechtkomt wordt de **zonneconstante** genoemd. In Binas tabel 32C vind je een waarde van 1368 W m^{-2}. De intensiteit die het *aardoppervlak* bereikt is een stuk minder. Een deel van de straling wordt namelijk weerkaatst en een deel geabsorbeerd door de atmosfeer.

Onthoud!

- De wet van Stefan-Boltzmann geeft de intensiteit I_{bron} van de straling die een bron met een temperatuur T uitzendt: $I_{bron} = \sigma \cdot T^4$
- Het stralingsvermogen van een bron met een oppervlakte A wordt gegeven door $P_{bron} = A \cdot I_{bron} = \sigma \cdot A \cdot T^4$

- Met de kwadratenwet kun je berekenen hoe groot de waargenomen intensiteit I is van een bron op een afstand r: $I = \frac{P_{bron}}{4\pi \cdot r^2}$
- De zonneconstante is het vermogen per vierkante meter van het zonlicht dat op de atmosfeer van de aarde valt.

Opdrachten

19 Verbanden
In de tekst is een aantal verbanden gegeven. Deze verbanden kun je ook in woorden uitdrukken. Maak onderstaande zinnen kloppend. Kies uit: evenredig, omgekeerd evenredig, in het kwadraat, tot de derde macht, tot de vierde macht. Sommige termen kun je meermaals gebruiken.
De intensiteit van een bron is … met de afstand …
De intensiteit van een bron is … met de temperatuur …
Het stralingsvermogen van een bolvormige bron is … met de straal …

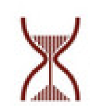
20 Stralingsvermogen vergelijken
Vier verschillende voorwerpen hebben elk een andere oppervlakte en een andere temperatuur. Orden de voorwerpen van laag naar hoog stralingsvermogen.
A 10 m^2, 2000 K
B 5 m^2, 4000 K
C 20 m^2, 1000 K
D 1 m^2, 6000 K

21 Vermogen en intensiteit van de zon
In Binas tabel 32C zijn verschillende gegevens van de zon vermeld.
a Controleer met de wet van Stefan-Boltzmann de opgegeven waarde van het door de zon uitgestraalde vermogen.
b Controleer met de kwadratenwet de opgegeven waarde voor de zonneconstante op aarde. Ga uit van het uitgestraalde vermogen van de zon.

22 ‘Zonneconstante’ van TRAPPIST-1d
TRAPPIST-1 is een ster met met zeven exoplaneten op 39 lichtjaar van de aarde. TRAPPIST-1d is de derde planeet rond de ster. Met een temperatuur van 288 K is deze planeet warm genoeg voor vloeibaar water. De baan van TRAPPIST-1d is vrijwel cirkelvormig met een straal van $2{,}144 \cdot 10^{-2}$ AE. De ster TRAPPIST-1 heeft een stralingsvermogen van $5{,}25 \cdot 10^{-4}$ keer dat van de zon.
Bereken met behulp van de kwadratenwet op basis van het stralingsvermogen van TRAPPIST-1 de ‘zonneconstante’ voor TRAPPIST-1d. Vergelijk deze waarde met die van de aarde.

23 Gloeilamp
Een gloeilamp zendt al zijn energie uit als elektromagnetische straling en is te beschouwen als zwarte straler. Het glazen omhulsel heeft een oppervlakte van 110 cm^2.
Bereken de temperatuur van een gloeilamp met een vermogen van 100 W.

24 Broodrooster
In een broodrooster bevinden zich gloeidraden. Wanneer je de broodrooster aansluit op 230 V, worden de gloeidraden roodgloeiend met $\lambda_{max} = 3{,}6 \cdot 10^3$ nm.
Beredeneer hoe groot λ_{max} wordt wanneer je de broodrooster aansluit op 23 V. Ga ervan uit dat de gloeidraden te benaderen zijn als zwarte stralers en dat de weerstand ohms is.

 **25** Coördinatentransformatie

Als je de lichtintensiteit I van een puntvormige lichtbron als functie van de afstand r tot de bron opmeet, krijg je een diagram zoals in figuur 15.

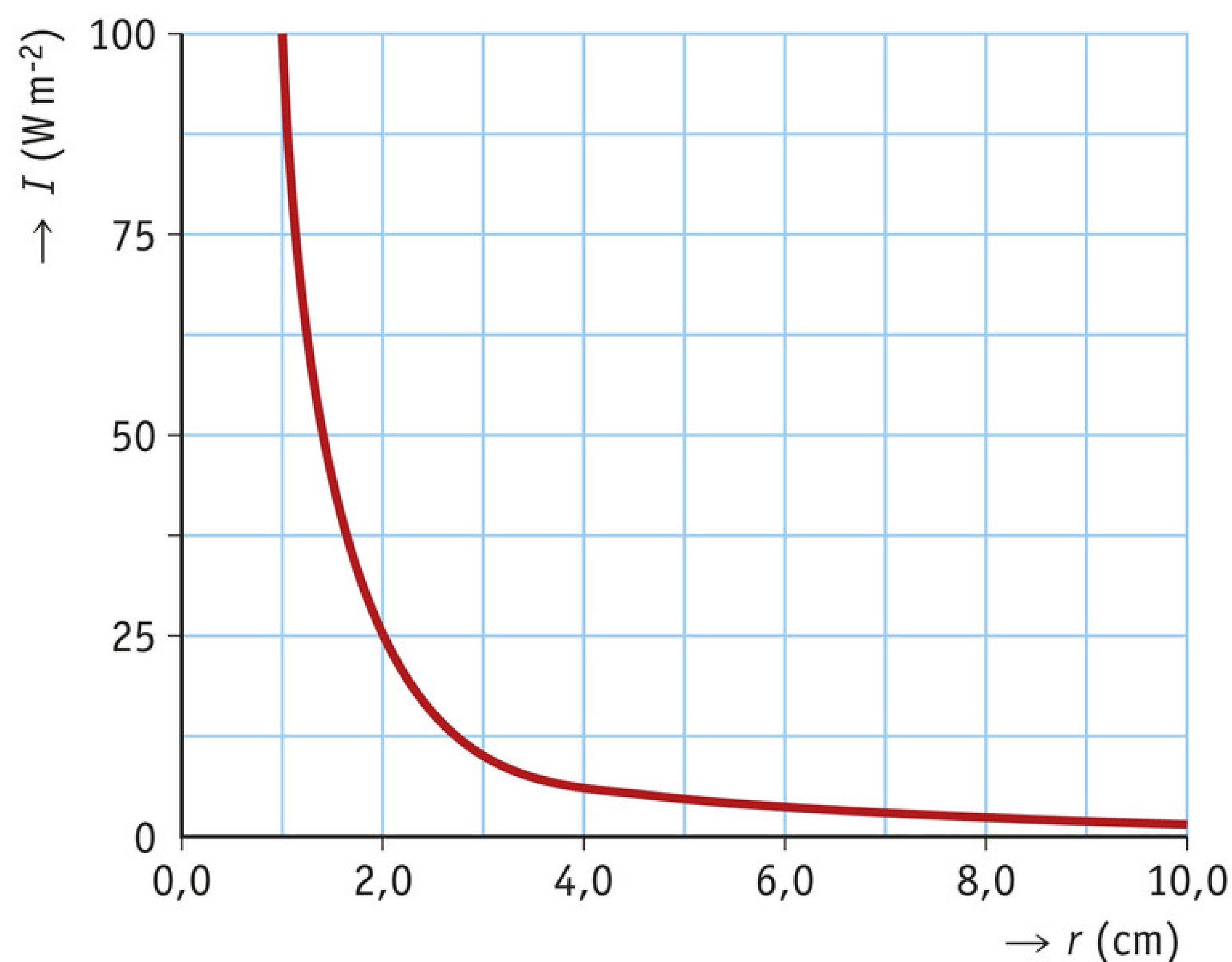
Hoe moet je de grootheden op de assen aanpassen om een rechte lijn door de oorsprong te krijgen?

A $\sqrt{I}$ als functie van r

B I als functie van $\sqrt{r}$

C I als functie van $\dfrac{1}{\sqrt{r}}$

D $\dfrac{1}{\sqrt{I}}$ als functie van r



▲ **figuur 15** lichtintensiteit van een lichtbron

 **26** Ledlampje

Het licht van een led wordt enigszins gebundeld door een cirkelvormig lensje. Dit lensje is op 1,0 cm afstand van het midden van de led geplaatst. De diameter van de lens is 2,0 cm. Ga ervan uit dat de led naar alle kanten evenveel licht uitstraalt (bolsymmetrisch).

Welk gedeelte van het ledlicht gaat door de lens?

A 25%

B tussen 25% en 16,7%

C 16,7%

D minder dan 16,7%

27 Meest felle ster

Het stralingsvermogen van de ster R136a1, de ster met het grootst bekende stralingsvermogen, is 8,7 miljoen keer zo groot als dat van de zon. De ster heeft een temperatuur van $53 \cdot 10^3$ K.

a Bereken de golflengte van de straling met de hoogste intensiteit uitgezonden door deze ster.

b Bereken de straal van deze ster.

28 Mens als zwarte straler

Je zou de mens kunnen beschouwen als zwarte straler.

Gebruik de modelleercyclus om op basis hiervan een schatting te geven voor het aantal calorieën dat een mens gemiddeld per dag via zijn eten moet binnenkrijgen. Schrijf duidelijk op welke aannamen je maakt. Doorloop de cyclus meer dan één keer om je schatting te verbeteren.

29 Temperatuur van exoplaneten

De temperatuur van een exoplaneet hangt af van het soort ster waaromheen de planeet draait en de afstand tot die ster. Op basis van de wet van Stefan-Boltzmann is het volgende verband af te leiden: $T_{\text{planeet}} = T_{\text{ster}} \cdot \sqrt{\dfrac{R_{\text{ster}}}{2r}}$. Hierin is r de afstand tussen de planeet en zijn ster. Dit verband kun je toetsen met gegevens van de planeten in ons eigen zonnestelsel.

a Leg uit tegen welke grootheid je de temperatuur van de planeet in een grafiek moet uitzetten om een rechte lijn door de oorsprong te krijgen.

b Maak een tabel met vier kolommen: naam planeet, afstand tot de zon, temperatuur en de grootheid van opdracht a. Maak gebruik van Binas tabel 31. Neem voor de temperatuur de gemiddelde oppervlaktetemperatuur overdag.

c Maak een diagram waarin je de temperatuur van de planeten uitzet tegen de grootheid in de vierde kolom van opdracht b. Teken ook de grafiek van het gegeven verband.

d Beredeneer of aan het gegeven verband wordt voldaan. Geef mogelijke verklaringen waarom sommige planeten ‘afwijken’ van het gegeven verband.

+30 Sterrenlicht

Sirius A is de helderste ster aan de (nachtelijke) hemel. Het stralingsvermogen van Sirius A is 25,4 keer zo groot als dat van de zon. Sirius A staat op een afstand van 8,6 lichtjaar. Eén lichtjaar komt overeen met de afstand die licht in een jaar tijd aflegt.

a Bereken hoe groot de intensiteit is van de straling uitgezonden door Sirius A zoals die op aarde terechtkomt. Je hoeft geen rekening te houden met absorptie en reflectie door de aardatmosfeer.

Er zijn naar schatting 6000 sterren die je met het blote oog kunt waarnemen. De mens neemt de sterrenhemel sinds ongeveer 1850 met moderne telescopen waar.

b Maak een beredeneerde schatting hoelang een gloeilamp van 40 W moet branden voordat deze evenveel energie heeft omgezet als de energie die moderne telescopen van de sterrenhemel hebben opgevangen.

4 De samenstelling van een ster

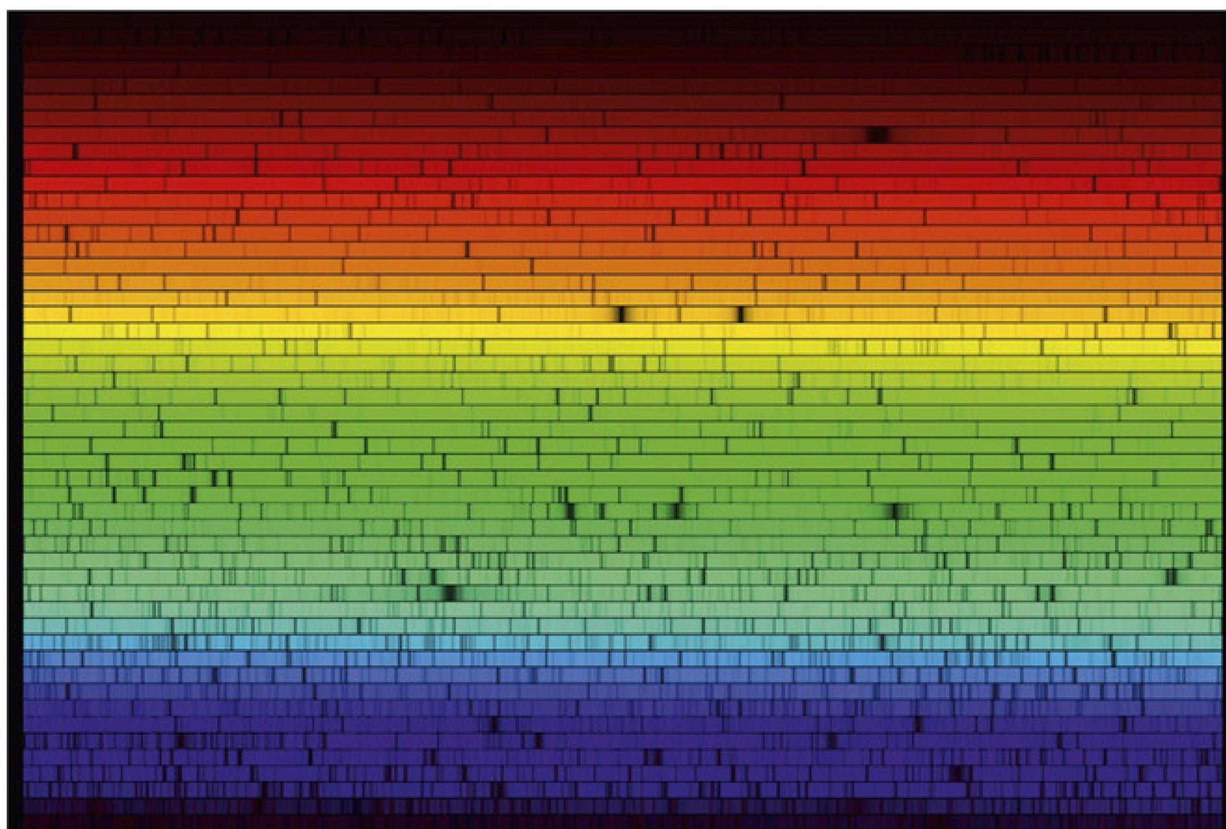
In deze paragraaf leer je:

- bepalen welke elementen er aanwezig zijn in sterren aan de hand van hun spectrum;
- uitleggen onder welke omstandigheden er een emissie- en absorptielijnenspectrum ontstaat;
- de werking van een spectroscoop uitleggen.

De zon is bij benadering een zwarte straler: het spectrum van de elektromagnetische straling die de zon uitzendt, heeft de vorm van een planckkromme. Als je het spectrum in meer detail bekijkt, zijn er donkere lijnen te zien. Een deel van de straling die de zon uitzendt, wordt in de buitenste lagen van de zon en in de aardatmosfeer geabsorbeerd.

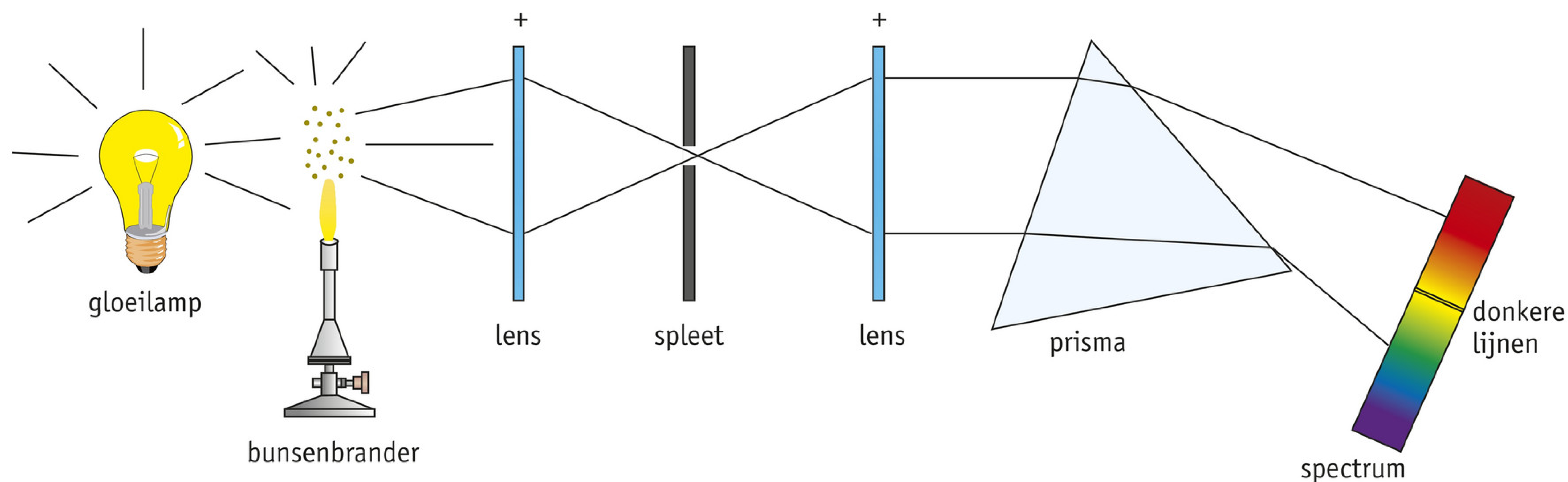
Fraunhoferlijnen: absorptiespectrum

In 1814 bepaalde de Duitse natuur- en werktuigkundige Joseph von Fraunhofer (1787–1826) met een spectroscoop de frequenties van bijna zeshonderd donkere lijnen in het spectrum van de zon, die sindsdien **fraunhoferlijnen** worden genoemd. In figuur 16 zie je een recente opname van het spectrum van zichtbaar licht van de zon. Een dergelijk spectrum wordt een **absorptiespectrum** genoemd.



◀ **figuur 16** fraunhoferlijnen (donkere plekken) in het spectrum van de zon

Een **spectroscoop** is een meetinstrument dat een deel van de elektromagnetische straling van een bron uiteenrafelt in straling met afzonderlijke golflengten. Bij een gloeilamp krijg je zo de kleuren van de regenboog te zien (een continu spectrum). Maar wanneer je het licht van de gloeilamp op een vlam schijnt waarin natriumatomen aanwezig zijn, ontstaan in het spectrum donkere lijnen (figuur 17). In de vlam absorberen natriumatomen bepaalde golflengten licht en zenden het weer in alle richtingen uit. Daardoor is de intensiteit van deze straling in het spectrum lager en is een donkere lijn zichtbaar.



▲ **figuur 17** Een spectroscoop wordt gebruikt om het absorptiespectrum van natrium te tonen.

Emissiespectrum

Het licht dat natrium *absorbeert*, komt overeen met het licht dat natrium *uitzendt* als het in een vlam gehouden wordt. Dit licht is de kenmerkende geeloranje kleur van natriumlampen langs de snelweg. Het emissiespectrum van bijvoorbeeld natrium wordt een **lijnenspectrum** genoemd, of ook wel een **emissielijnenspectrum**, omdat er alleen licht wordt uitgezonden in bepaalde kleuren. Zo heeft ieder element in een vlam zijn eigen kleur (figuur 18) en een eigen emissielijnenspectrum (Binas tabel 20).

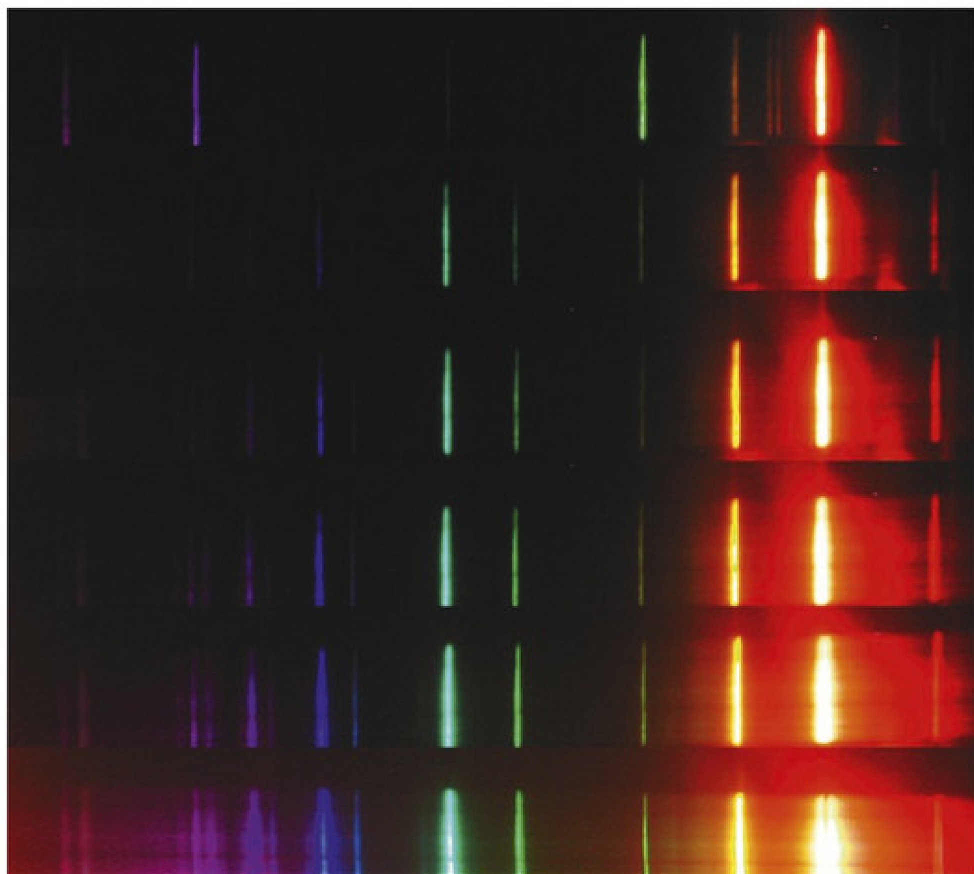


▶ **figuur 18** vlam van kalium

▶ **EXPERIMENT 3** Absorptie- en emissiespectra (begripspracticum)

Zwarte straler of niet?

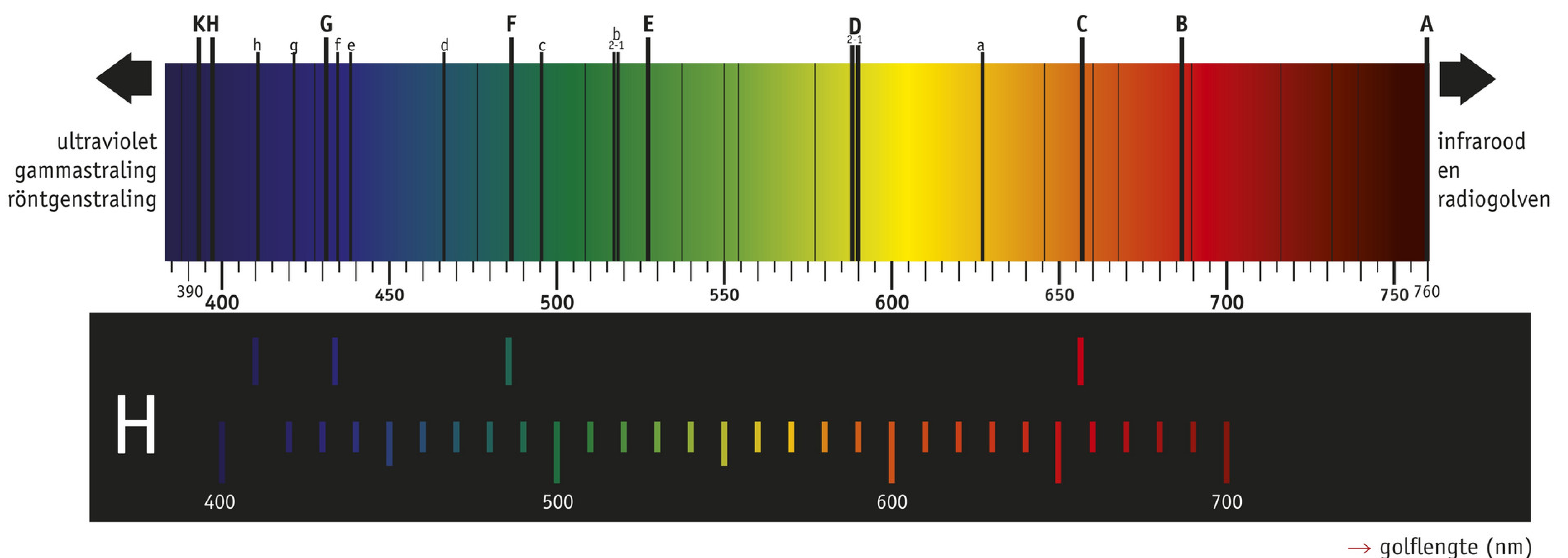
Voorwerpen die uit een vaste stof bestaan hebben het spectrum van een zwarte straler. Sterren zijn bij benadering te zien als zwarte straler. Een ster bestaat zeker niet uit een vaste stof en dat roept de vraag op hoe een ster dan toch kan stralen als een zwarte straler.
Het binnenste deel van de zon bestaat uit een plasma: de temperatuur is zo hoog dat buitenste elektronen losraken van de atoomkern. Dit deel van de zon is daardoor ondoorzichtig: elektromagnetische straling wordt continu geabsorbeerd, weer uitgezonden en verstrooid. Daardoor ontstaat een continu spectrum waarvan slechts een klein deel de hoger gelegen fotosfeer bereikt: een relatief dunne laag van 500 km dik waar de temperatuur en dichtheid lager zijn. Vrijwel al het licht van de zon dat ons bereikt, is uit de fotosfeer afkomstig. Je kunt deze laag vergelijken met de buitenste laag van een gloeiendheet stukje houtskool: het licht komt van de buitenkant van het houtskool. Nog verder naar buiten toe wordt de dichtheid van het gas zo laag, dat het nog maar weinig licht uitzendt. Dit is de chromosfeer (1500 km dik). Dit gas is wel erg heet: het vertoont dus een emissielijnenspectrum. De foto- en chromosfeer zenden niet alleen licht uit, maar absorberen ook een deel van het zonlicht. Dit veroorzaakt ook een absorptiespectrum.
Een continu spectrum wordt dus in het algemeen veroorzaakt door vaste stoffen of door plasma's, een lijnenspectrum (absorptie en emissie) door gassen. Sommige spectra van sterren bevatten heel brede absorptielijnen. De belangrijkste oorzaak is de hoge druk in deze sterren. In figuur 19 zie je hoe het emissielijnenspectrum van natrium verandert naarmate de druk in een hogedruknatriumlamp toeneemt tijdens het opwarmen van de lamp. De typische oranje lijnen van natrium worden breder. De andere lijnen (groen, blauw, violet) zijn afkomstig van kwik. Zo kan de breedte van bekende emissielijnen informatie geven over de druk in een ster.



◀ **figuur 19** het emissielijnenspectrum van een hogedruknatriumlamp

Samenstelling van sterren

Op aarde kan het emissielijnenspectrum van verschillende elementen bepaald worden. Door deze emissielijnen te vergelijken met de fraunhoferlijnen in het spectrum van de zon, kun je bepalen welke elementen zich in de zon bevinden. In figuur 20 zie je bovenin een deel van het spectrum van de zon. Onder dit spectrum is het emissielijnenspectrum weergegeven van water-



▲ **figuur 20** spectrum van de zon vergeleken met het emissielijnenspectrum van waterstof

stofatomen. De fraunhoferlijnen h, f, F en C (van korte naar lange golflengte) komen overeen met de emissielijnen in waterstof. De zon bevat dus waterstof. Op dezelfde wijze is op de zon helium aangetroffen, nog voordat het op aarde gevonden was.

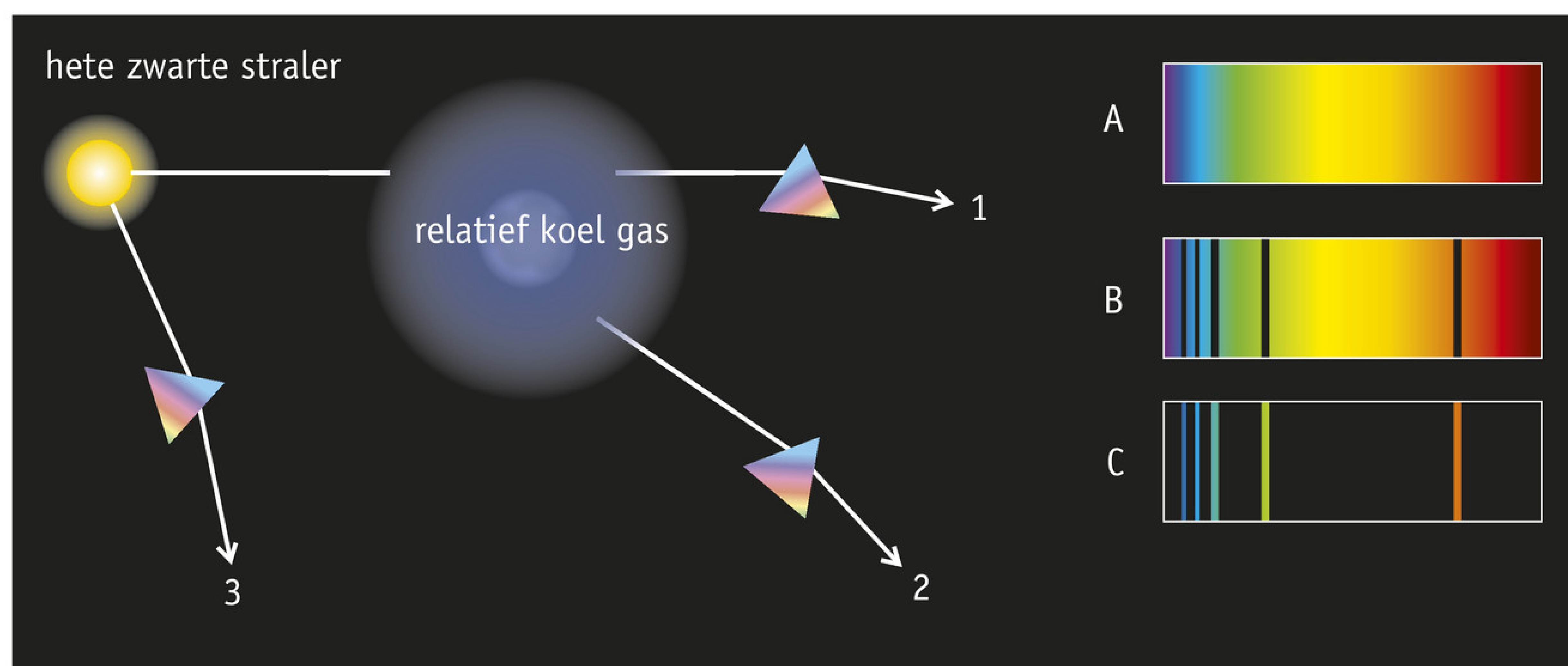
Wat voor de zon geldt, geldt voor alle sterren. De fraunhoferlijnen in sterrenspectra maken het mogelijk de samenstelling van sterren te bepalen. Welke lijnen van een bepaald element zichtbaar zijn, hangt ook af van de temperatuur van de ster. Vooral koelere sterren, met temperaturen lager dan ongeveer 3500 K, vertonen veel absorptielijnen. Bij deze lagere temperaturen kunnen bovendien verschillende moleculen in de atmosfeer van de ster ontstaan die veel verschillende en bredere absorptiebanden veroorzaken.

Onthoud!

- Wanneer een gas voldoende wordt verhit, gaan de atomen in het gas licht uitzenden met heel bepaalde golflengten die te zien zijn in het emissielijnenspectrum.
- Een gas kan licht absorberen waarvan de golflengten overeenkomen met de golflengten die de atomen in het gas ook kunnen uitzenden. In het absorptiespectrum zijn donkere lijnen te zien, die fraunhoferlijnen worden genoemd.
- De zon is bij benadering een zwarte straler, maar in het spectrum zijn fraunhoferlijnen zichtbaar.
- Met behulp van fraunhoferlijnen kan de samenstelling van een gas (of ster) worden bepaald.

Opdrachten

31 Spectra
In figuur 21 wordt op drie verschillende manieren (1, 2 en 3) een spectrum gemeten.
Zet de spectra A, B en C bij de juiste manier van meten.



▲ **figuur 21** spectra

32 Verschillende soorten spectra
In de tekst wordt onderscheid gemaakt tussen verschillende soorten spectra: continu spectrum, emissielijnenspectrum, absorptielijnenspectrum.
Leg uit welk van deze spectra je waar kunt nemen in de volgende gevallen.
a een pas gevormde, nog vloeibare planeet zonder atmosfeer;
b een gaswolk die wordt verhit door een ster en die zich op één lijn bevindt tussen de ster en de waarnemer;
c een ster.

33 Zuurstof

Peter en Rachel bestuderen de fraunhoferlijnen van figuur 20. De lijnen A en B zijn afkomstig van zuurstof (O_2). Peter trekt hieruit de conclusie dat er zich zuurstof op de zon bevindt. Rachel is het hier niet mee eens: de lijnen zijn afkomstig van zuurstof dat zich in de aardatmosfeer bevindt.

Beschrijf een experiment dat uitsluitsel kan geven over wie er gelijk heeft.

34 Fraunhoferlijnen

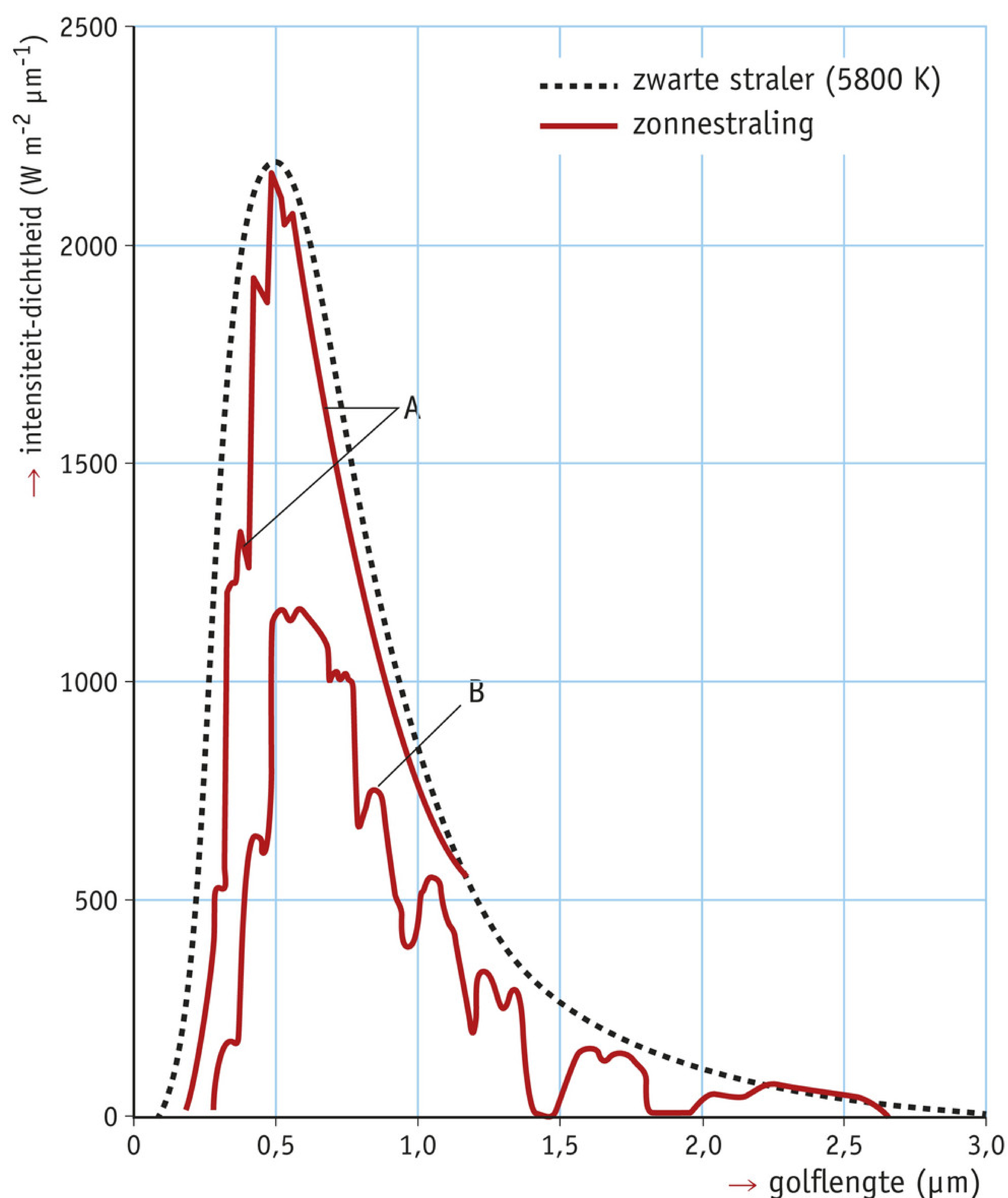
In figuur 20 zie je fraunhoferlijnen in het spectrum van de zon in het zichtbare gebied. In figuur 22 zie je twee stralingskrommen van de zon. Een van deze krommen is gemaakt vanaf de aarde, de andere met behulp van een satelliet.

a Leg uit welk van de krommen het resultaat kan zijn van een meting vanaf de aarde.

b Geef op basis van figuur 22 zowel een argument voor als een argument tegen de stelling dat de zon een zwarte straler is.

c Bepaal op basis van figuur 22 welk soort straling niet door de aardatmosfeer heen komt. Vergelijk dit antwoord met wat je in paragraaf 1 hierover hebt gelezen.

d Op welke manier kun je in figuur 22 fraunhoferlijnen herkennen?



▲ **figuur 22** stralingskrommen van de zon

35 Stofwolk

Er wordt een spectrum opgenomen van een ster die zich in een wolk van stof en gas bevindt. In het spectrum worden, naast de gebruikelijke absorptielijnen, ook een aantal emissielijnen waargenomen.

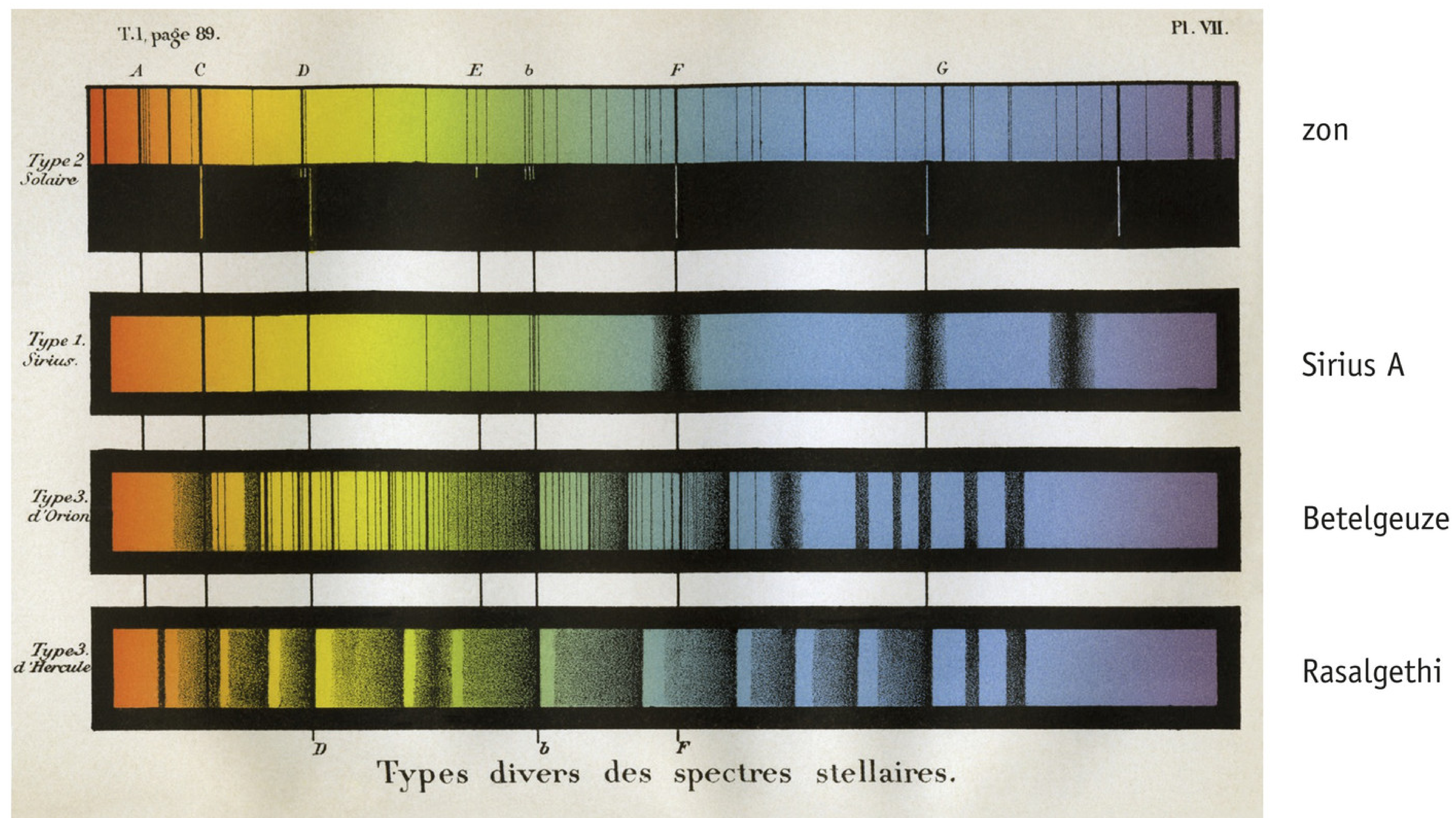
Verklaar hoe deze emissielijnen kunnen ontstaan.

36 Temperatuur en druk

De Italiaanse astronoom Angelo Secchi (1818–1878) gebruikte spectra om sterren in vijf typen in te delen. Zijn systeem is eind negentiende eeuw door achtereenvolgens Williamina Fleming, Antonia Maury en Annie Jump Cannon uitgewerkt tot een classificatiesysteem dat nog steeds wordt gebruikt. In figuur 23 zie je een van Secchi's opnamen. Van boven naar beneden staan hier de spectra van de zon, Sirius A, Betelgeuze en Rasalgethi.

a Orden de eerste drie sterren van lage naar hoge temperatuur op basis van hun spectrum. Licht je keuze toe. Controleer je antwoord met behulp van Binas (Rasalgethi staat niet in Binas).

b Orden de vier sterren van lage naar hoge druk. Licht je keuze toe.



▲ **figuur 23** spectraaltypen ingedeeld door Angelo Secchi

37 Helium in de zon

In figuur 20 is een deel van het absorptiespectrum van de zon weergegeven, waarin de absorptielijnen zijn aangegeven met de letters a tot en met h, A tot en met H en K.

a Bepaal met behulp van Binas welke van de lijnen in figuur 20 afkomstig kunnen zijn van helium.

Niet alle lijnen van helium die in Binas te vinden zijn, kun je terugvinden in figuur 20.

b Geef hiervoor een mogelijke verklaring.

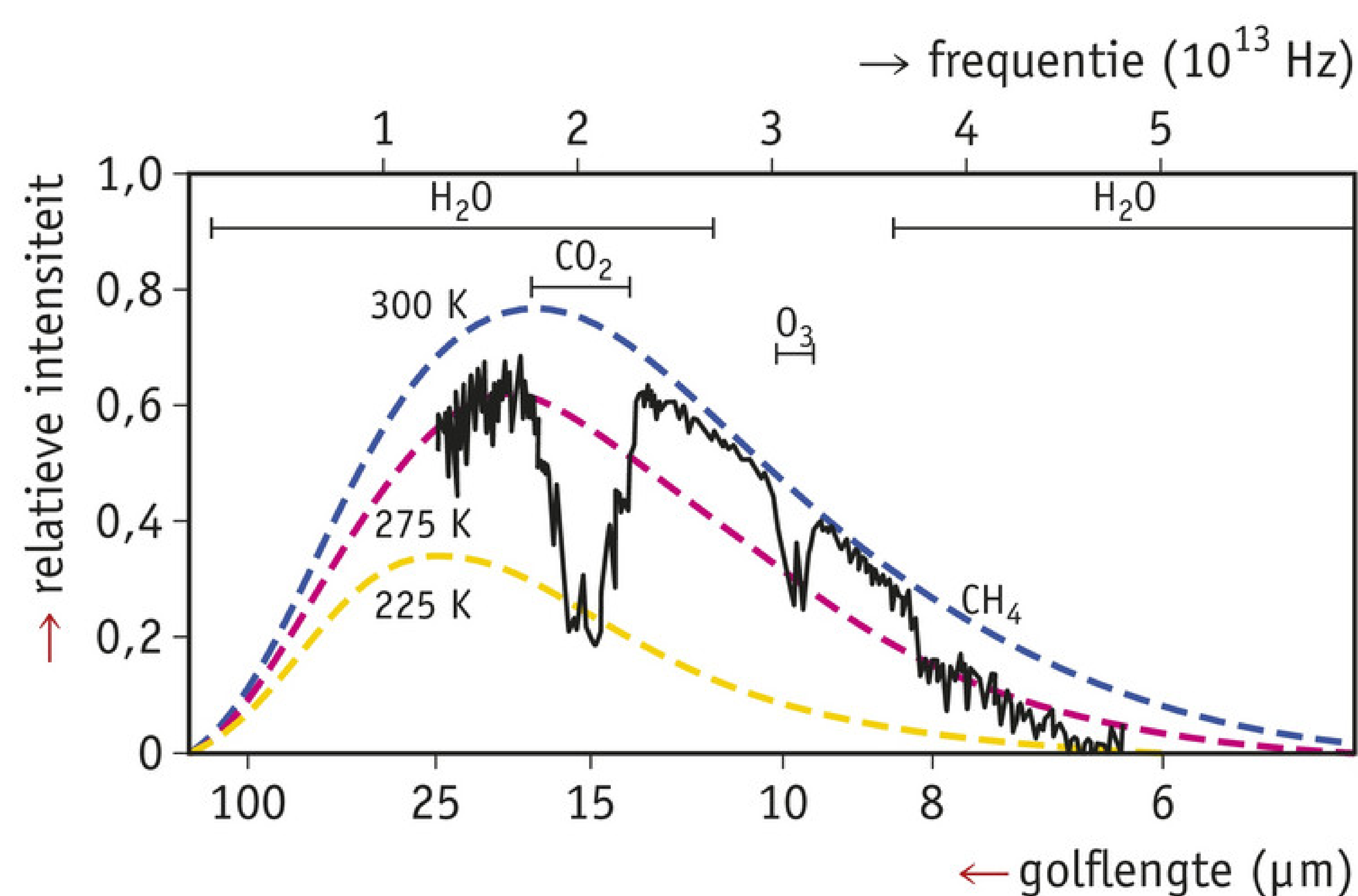
38 Atmosfeer van een exoplaneet

Een veelgebruikte methode om exoplaneten te ontdekken is de transitmethode: wanneer de exoplaneet voor zijn ster beweegt, neemt de intensiteit van de ster een klein beetje af. Beschrijf hoe met behulp van het spectrum is vast te stellen of de exoplaneet een atmosfeer bevat en welke elementen deze atmosfeer bevat.

39 Aarde als exoplaneet
In figuur 24 zie je het infraroodspectrum van de aarde, gemeten vanuit de ruimte.
a Controleer met behulp van Binas of het inderdaad om een infraroodopname gaat.
b Beargumenteer op basis van figuur 24 dat koolstofdioxide als broeikasgas werkt.

Methaan (CH_4) is een 25× sterker broeikasgas dan koolstofdioxide.
c Geef een mogelijke verklaring waarom dat niet uit figuur 24 duidelijk wordt.

In figuur 24 zijn drie andere krommen getekend die overeenkomen met voorwerpen van een bepaalde temperatuur.
d Geef op basis van de in figuur 24 getekende krommen een zo nauwkeurig mogelijke schatting van de gemiddelde temperatuur van de aarde. Vergelijk deze waarde met de werkelijke gemiddelde temperatuur op aarde.



◀ **figuur 24** infraroodspectrum van de aarde, gemeten vanuit de ruimte

5 Energieniveaus en fotonen

In deze paragraaf leer je:
- op basis van een atoommodel absorptie- en emissiespectra verklaren;
- uit het energieniveauschema van een atoom golflengten en frequenties van spectraallijnen bepalen;
- het foto-elektrisch effect verklaren door elektromagnetische straling te beschrijven met fotonen;
- berekeningen maken aan het foto-elektrisch effect;
- de intensiteit en frequentie van elektromagnetische straling omrekenen naar aantallen fotonen en bijbehorende energie;
- uitzending, voortplanting en opname van elektromagnetische straling beschrijven.

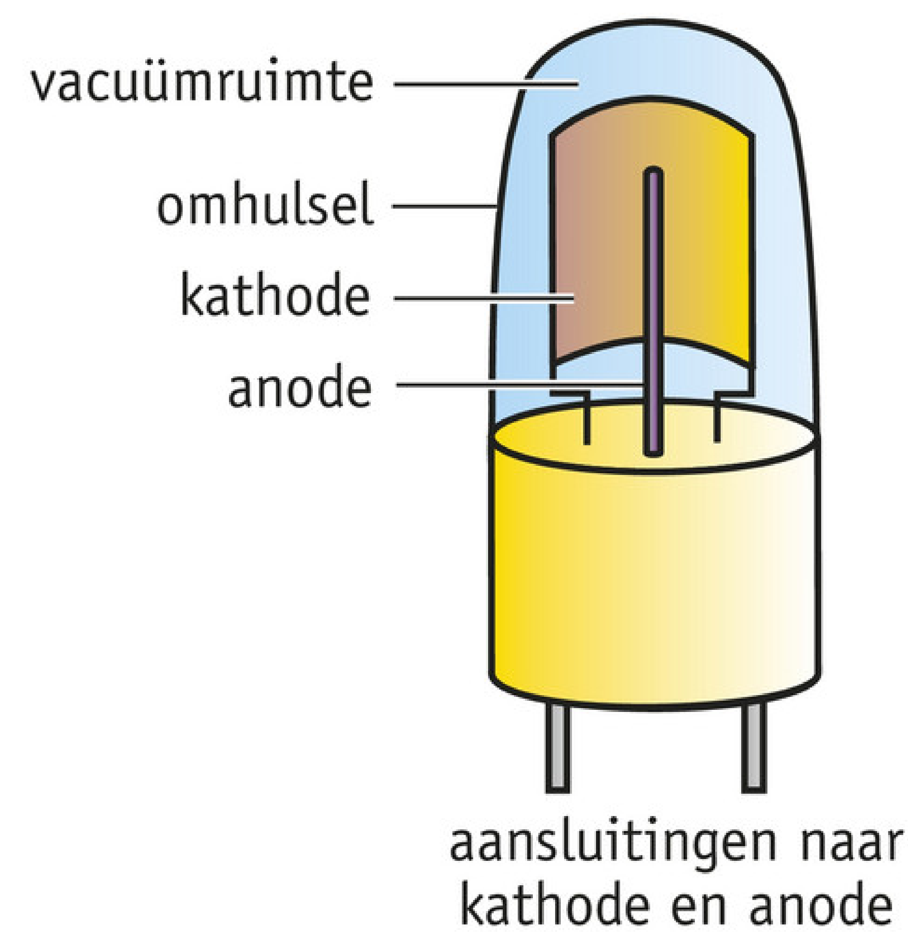
Ruim honderd jaar na de ontdekking van de fraunhoferlijnen konden natuurkundigen een verklaring voor dit verschijnsel geven. Om te begrijpen waarom atomen en moleculen in een gas alleen bij bepaalde golflengten licht uitzenden en absorberen, moet je in meer detail kijken naar de wisselwerking tussen elektromagnetische straling en materie.

Licht als golf of als deeltje

In dit hoofdstuk is elektromagnetische straling in het algemeen en licht in het bijzonder voorgesteld als een golfverschijnsel. Over eigenschappen van golven heb je in hoofdstuk 7 kunnen lezen. Het optreden van breking en buiging (diffractie) van licht zijn te verklaren door licht als golf te beschrijven. Christiaan Huygens (1629–1695) was daarom van mening dat licht een



◀ **figuur 25** De Nederlander Christiaan Huygens wordt gerekend tot de meest invloedrijke natuurkundigen.



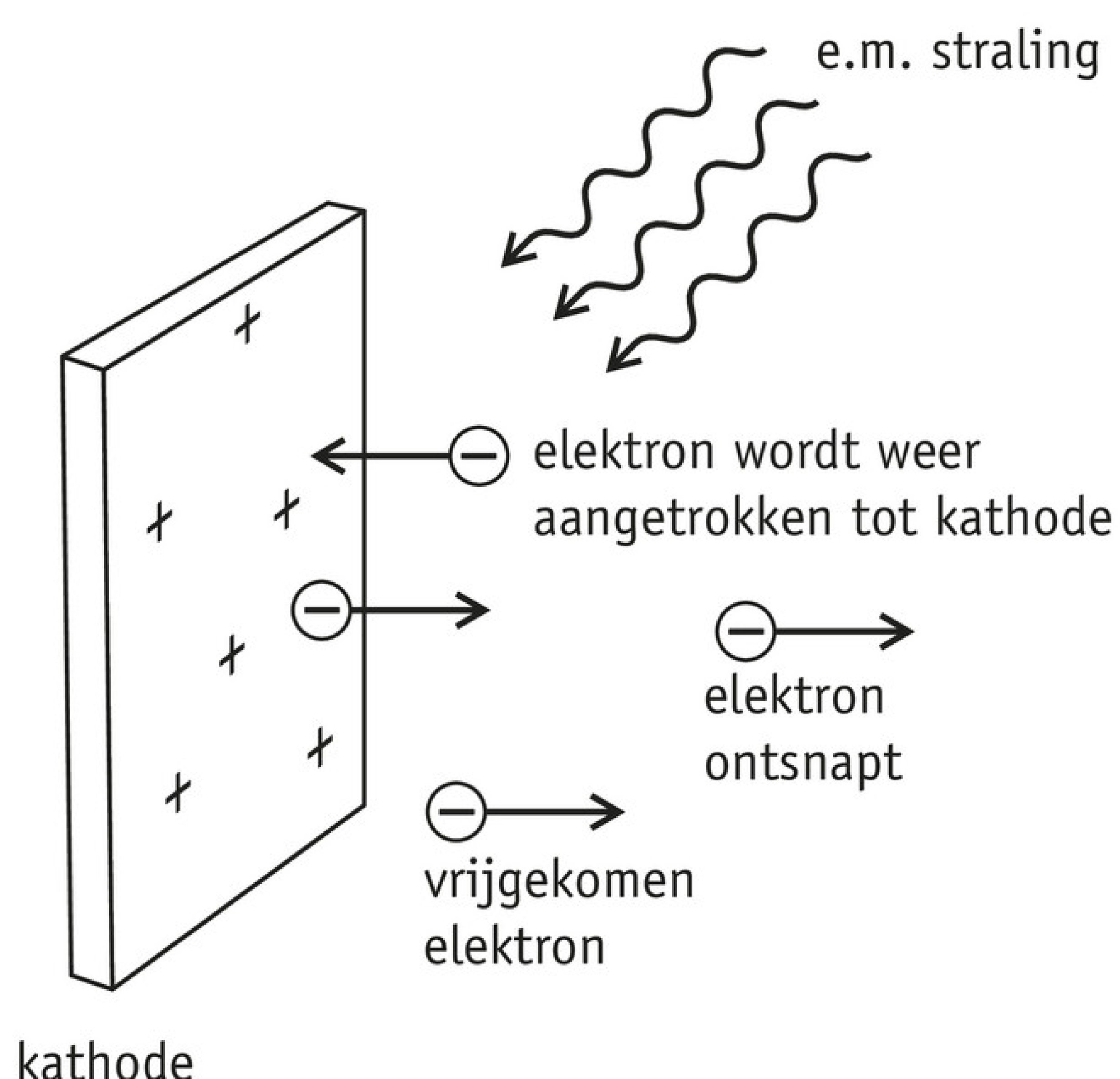
▲ **figuur 26** schematische tekening van een fotocel

golfverschijnsel is (figuur 25). Isaac Newton (1642–1727) daarentegen meende dat licht uit deeltjes bestaat. Zo kon Newton verklaren dat lichtstralen zich in een rechte lijn voortplanten en weerkaatsen aan een oppervlak.

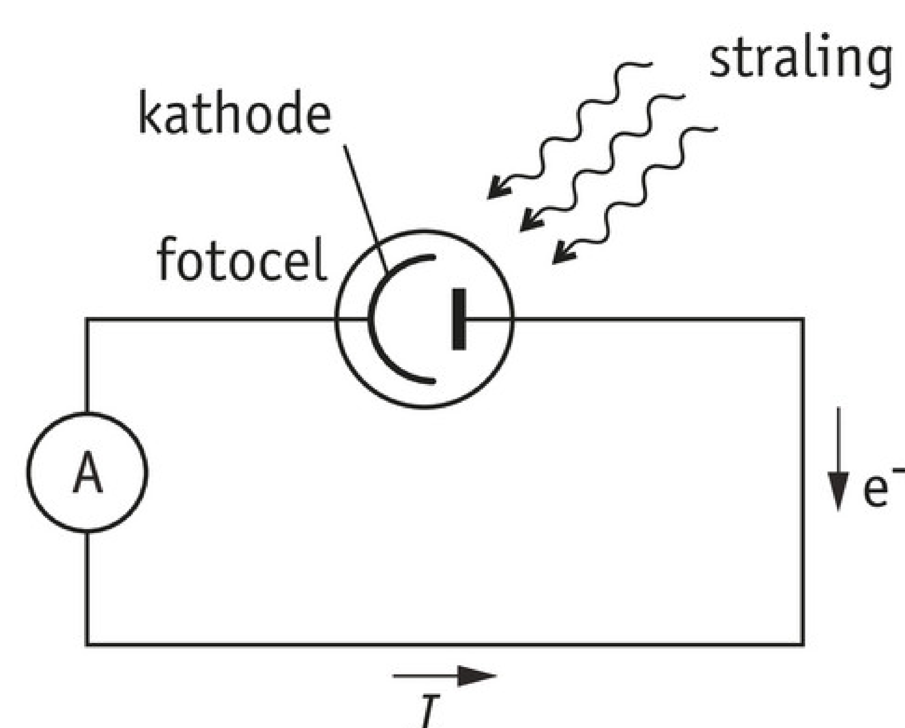
In 1887 ontdekte de Duitse natuurkundige Heinrich Hertz (1857–1894) het **foto-elektrisch effect**: elektronen kunnen uit een stof vrijgemaakt worden door middel van elektromagnetische straling. Dit gebeurt alleen wanneer de golflengte van de straling kort genoeg is. De intensiteit van de straling beïnvloedt alleen de hoeveelheid elektronen die worden vrijgemaakt. Het foto-elektrisch effect is te onderzoeken met een fotocel: een omhulsel van glas of kwarts waarin zich een kathode van een bepaald metaal en een anode bevinden (figuur 26). In het omhulsel heerst een vacuüm.

Het foto-elektrisch effect

Wanneer licht met de juiste golflengte op het metaal van de kathode valt, worden er elektronen uit vrijgemaakt. Omdat de vertrekkende elektronen een negatieve lading hebben, krijgt de kathode een positieve lading (figuur 27). Sommige elektronen worden weer aangetrokken door de kathode, andere ontsnappen. Wanneer je een stroommeter op de fotocel aansluit ontstaat er een stroomkring en gaat er een stroom lopen (figuur 28).



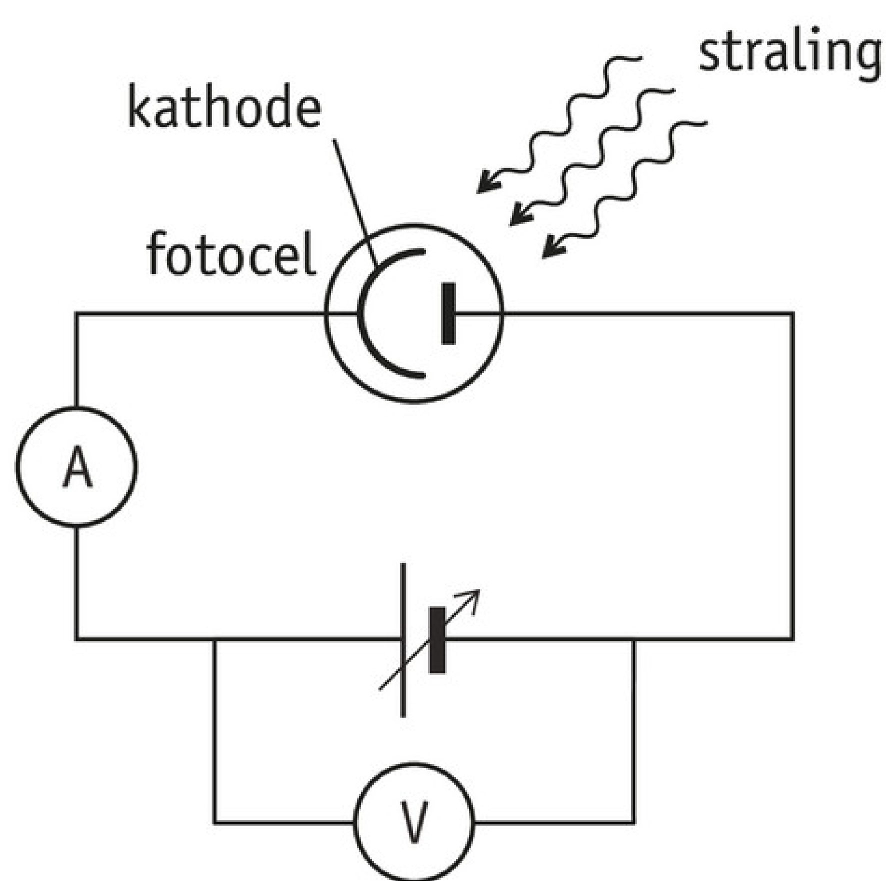
▲ **figuur 27** Elektronen worden uit een kathode vrijgemaakt.



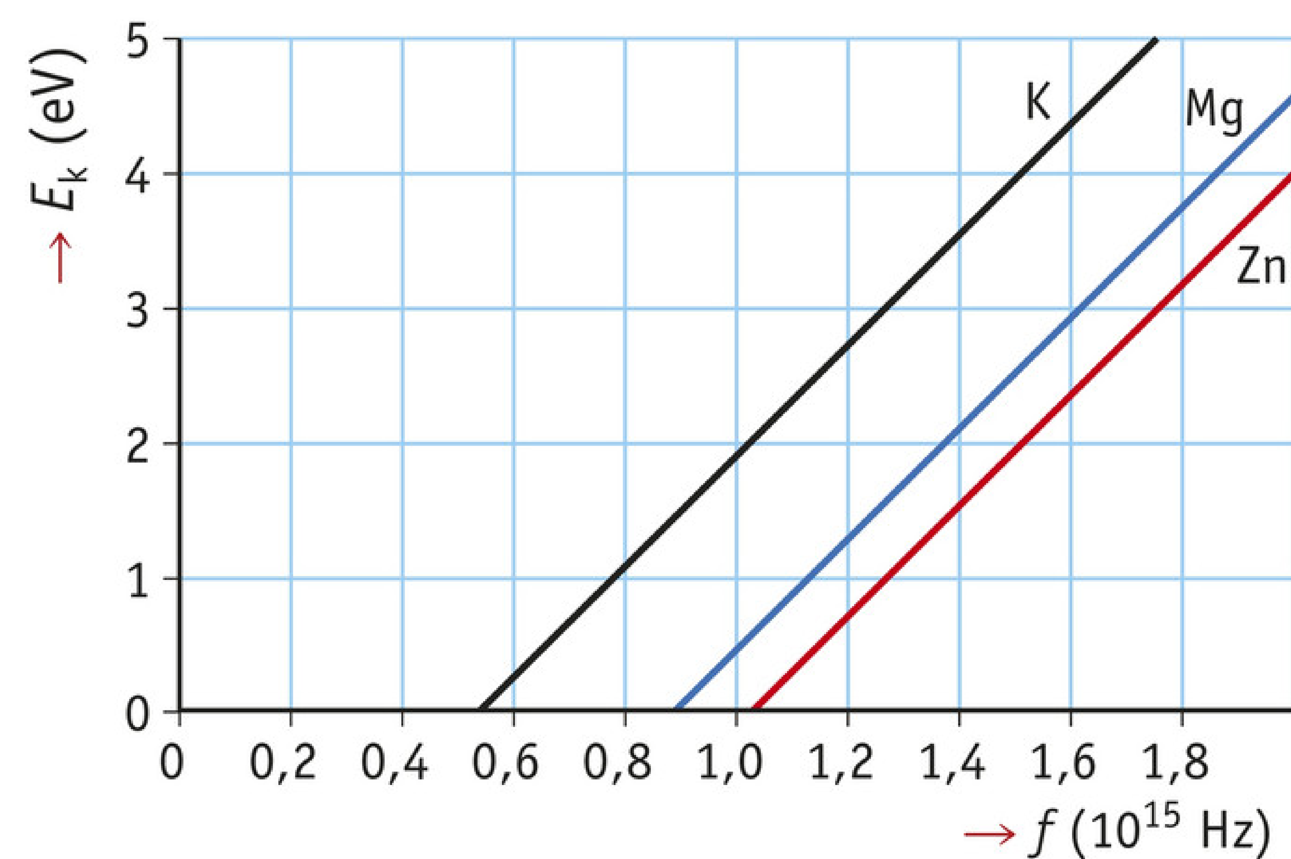
▲ **figuur 28** Door een stroommeter aan te sluiten op een fotocel, gaat er een stroom lopen.

Met een fotocel kun je de kinetische energie bepalen waarmee elektronen zijn vrijgemaakt uit de kathode (figuur 29). Door een spanning over de fotocel te zetten kun je de elektronen afremmen tot er net geen stroom meer loopt. Dan is de elektrische energie van de elektronen bij de anode gelijk aan de kinetische energie die ze bij het vertrekken van de kathode hadden: $\Delta E_k = -\Delta E_{el}$, dus: $\Delta E_k = -q \cdot U$ (hoofdstuk 8). Deze kinetische energie blijkt van twee dingen af te hangen:
1 de frequentie (of golflengte) van de elektromagnetische straling die op de kathode valt;
2 het materiaal waarvan de kathode is gemaakt.

In figuur 30 zie je voor verschillende materialen het verband tussen de frequentie van de opvallende straling en de kinetische energie van de vrijgemaakte elektronen. De helling van de grafieken is steeds gelijk aan $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J s, ongeacht het materiaal waarvan de kathode is gemaakt. Deze constante wordt de **constante van Planck** genoemd (zie Binas tabel 7). Het is dezelfde constante die Max Planck in 1900 gebruikte in zijn beschrijving van zwarte stralers (paragraaf 2).



▲ **figuur 29** opstelling om de kinetische energie van elektronen te meten



▲ **figuur 30** kinetische energie van elektronen als functie van de frequentie van het opvallende licht voor verschillende materialen

De grafieken in figuur 30 worden beschreven door de formule:

$$E_k = h \cdot f - W_u$$

Hierin is:
- E_k de kinetische energie van de snelste elektronen die vrijkomen uit de kathode in joule (J);
- h de constante van Planck in joule seconde (J s);
- f de frequentie van de straling die op de kathode valt in hertz (Hz);
- W_u de **uittree-energie** in joule (J).

Fotonen

Albert Einstein concludeerde in 1905 dat de formule voor het foto-elektrisch effect als volgt geïnterpreteerd kan worden:
- Om een elektron vrij te maken uit een stof is een minimale energie nodig, de uittree-energie W_u. Deze uittree-energie is voor elke stof anders (zie Binas tabel 24).
- Er worden alleen elektronen vrijgemaakt wanneer de frequentie van het licht boven een bepaalde waarde f_{grens} ligt. Voor deze grenssituatie geldt $E_k = 0$ en dus $h \cdot f_{grens} = W_u$.
- Een elektron neemt een vaste hoeveelheid energie $h \cdot f$ op uit de elektromagnetische straling. Deze energie wordt een **energiequantum** (energiepakketje) genoemd.

Het energiequantum gedraagt zich als een deeltje: het kan bijvoorbeeld botsen met elektronen. Deze deeltjes worden **fotonen** genoemd. Fotonen hebben een energie van $E_f = h \cdot f$. Bij het foto-elektrisch effect neemt de kathode een foton op dat daardoor verdwijnt. Het foton geeft daarbij al zijn energie af aan een elektron. Dit effect speelt een belangrijke rol in de medische beeldvorming (hoofdstuk 10).

Voorbeeldopgave 4

De kathode van een fotocel is bedekt met lood en wordt beschenen met straling met een golflengte van 250 nm.

a Bepaal of er een stroom gaat lopen wanneer de kathode en anode met elkaar worden verbonden.

Vervolgens wordt de fotocel beschenen met elektromagnetische straling met een frequentie van $1{,}12 \cdot 10^{15}$ Hz.

b Bereken de maximale snelheid van de elektronen die uit de kathode worden vrijgemaakt.

Uitwerking

a Zoek in Binas tabel 24 de grensgolflengte op van lood (Pb): $\lambda_{grens} = 307$ nm. De golflengte van de opvallende straling is *kleiner* dan deze grensgolflengte. Omdat golflengte en frequentie omgekeerd evenredig zijn is de frequentie van de straling *groter* dan de grensfrequentie. Er worden dus elektronen vrijgemaakt uit de kathode en er gaat dus een stroom lopen.

b Formules:
$E_k = h \cdot f - W_u$
$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
Gegevens:
$f = 1{,}12 \cdot 10^{15}$ Hz
$W_u = 4{,}04 \text{ eV} = 4{,}04 \times 1{,}602 \cdot 10^{-19} = 6{,}472 \cdot 10^{-19}$ J
$m = m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg
Invullen geeft:
$E_k = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \times 1{,}12 \cdot 10^{15} - 6{,}472 \cdot 10^{-19} = 9{,}491 \cdot 10^{-20}$ J

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}491 \cdot 10^{-20}}{9{,}109 \cdot 10^{-31}}} = 4{,}56 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

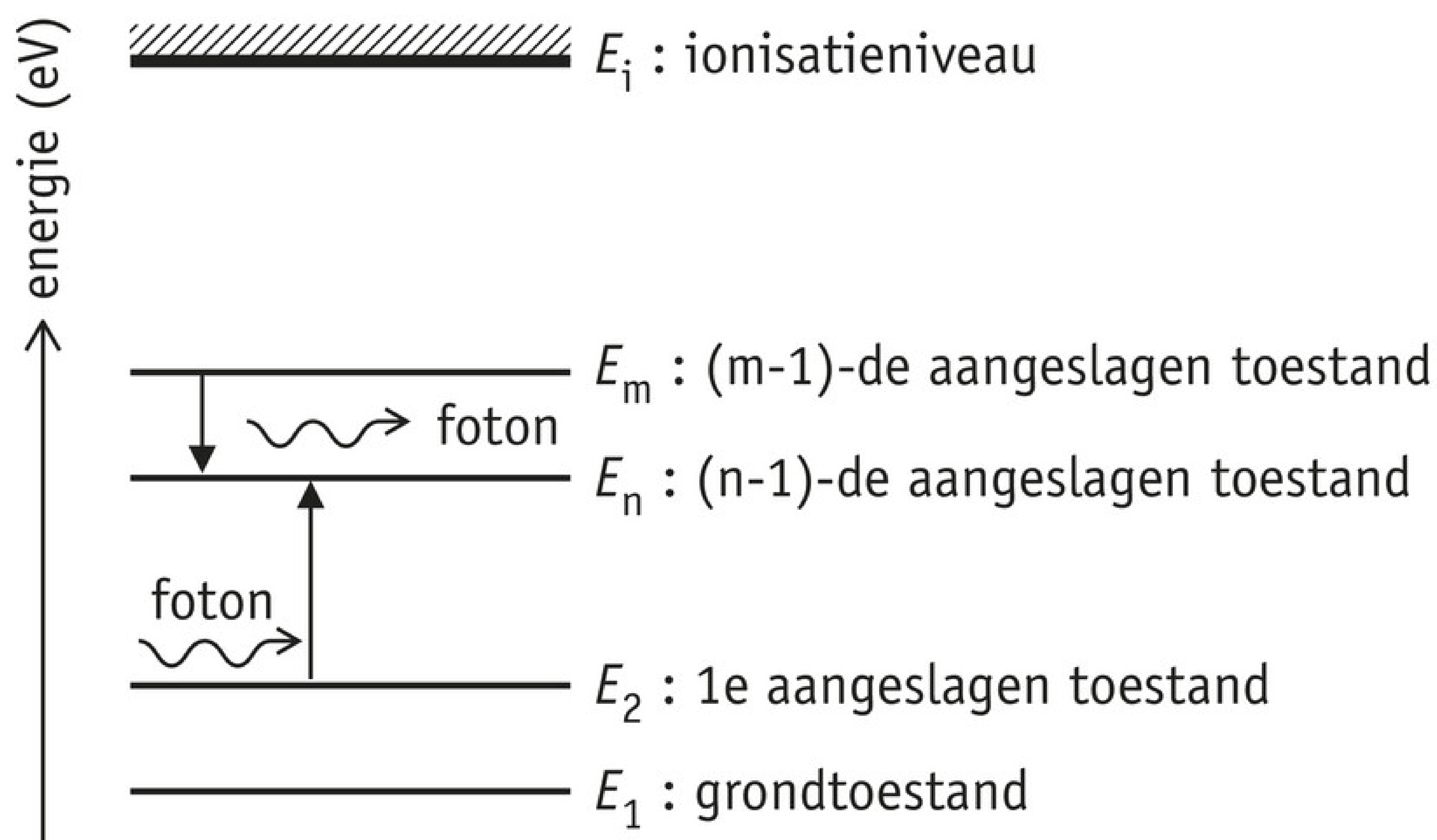
Energieniveaus

Het emissiespectrum van atomen bestaat uit bepaalde lijnen met een vaste frequentie (paragraaf 4) en elektromagnetische straling bestaat uit fotonen met energie $h \cdot f$. Hieruit volgt, met de wet van behoud van energie, dat atomen energie verliezen in bepaalde vaste hoeveelheden. Als het atoom vóór het uitzenden van het foton een energie E_m had en na het uitzenden een energie E_n, dan moet het foton een energie hebben van $E_f = E_m - E_n$. Het atoom kan ook een foton *opnemen*. De energie van het atoom neemt dan toe en het foton heeft een energie van: $E_f = E_n - E_m$.
Deze formules kun je met de absolute waarde als volgt samenvatten:

$$E_f = |E_m - E_n|$$

Hierin is:
- E_f de energie van het uitgezonden of opgenomen foton in joule (J) of elektronvolt (eV);
- E_m en E_n de energie van het atoom in joule (J) of elektronvolt (eV).

De energie van een atoom wordt een **energietoestand** genoemd. Blijkbaar kan het atoom zich in een beperkt aantal energietoestanden bevinden. In figuur 31 zijn deze energietoestanden grafisch weergegeven in een **energieniveauschema**. Hierin is ook het uitzenden en absorberen van een foton weergegeven.



▲ **figuur 31** energieniveauschema

De laagste energietoestand wordt de **grondtoestand** genoemd, de energietoestanden daarboven **aangeslagen toestanden**. Wanneer het atoom vanuit de grondtoestand na het absorberen van een foton voldoende energie opneemt, komt een elektron vrij van het atoom: het atoom wordt geïoniseerd. De energie die hiervoor nodig is, wordt de **ionisatie-energie** genoemd. Een atoom kan ook in een aangeslagen toestand komen door botsingen met andere deeltjes (atomen, moleculen of elektronen).

Voorbeeldopgave 5

Gebruik Binas tabel 21A om de golflengte uit te rekenen van het foton dat wordt uitgezonden wanneer waterstof vanuit de tweede aangeslagen toestand terugvalt naar de eerste aangeslagen toestand. Controleer je antwoord met de in Binas opgegeven golflengte.

Uitwerking
De tweede aangeslagen toestand is het tweede energieniveau boven de grondtoestand. In Binas lees je af: E_3 = 12,0888 eV. Voor de eerste aangeslagen toestand: E_2 = 10,2002 eV.
Formules:
$E_f = |E_m - E_n|$
$E_f = h \cdot f$
$c = f \cdot \lambda$
Invullen geeft:
$E_f = 12{,}0888 - 10{,}2002 = 1{,}8886 \text{ eV} = 1{,}8886 \times 1{,}60218 \cdot 10^{-19} = 3{,}02588 \cdot 10^{-19}$ J

$$f = \frac{E_f}{h} = \frac{3{,}02588 \cdot 10^{-19}}{6{,}62607 \cdot 10^{-34}} = 4{,}56662 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2{,}99792 \cdot 10^{8}}{4{,}56662 \cdot 10^{14}} = 656{,}48 \text{ nm}$$

Deze golflengte komt overeen met de in Binas opgegeven golflengte bij de overgang van E_3 naar E_2.

De energieën van de energietoestanden zijn relatief: je meet alleen de verschillen in energie. Het nulpunt ligt niet vast en kan gekozen worden. Er zijn twee verschillende gangbare afspraken:

1 De energie van de grondtoestand is gelijk aan nul. Alle aangeslagen toestanden hebben dan positieve energieën (Binas tabel 21A en 21B).
2 Het ionisatieniveau is gelijk aan nul. De overige aangeslagen toestanden en de grondtoestand hebben in dat geval een negatieve energie (Binas tabel 21A).

De ionisatie-energie lijkt op de uittree-energie bij het foto-elektrisch effect. In beide gevallen gaat het om de energie die nodig is om een elektron vrij te maken. Het verschil is dat de ionisatie-energie een eigenschap is van een los atoom. Bij de uittree-energie gaat het om een eigenschap van een vaste stof en dus om het collectieve gedrag van atomen.

Onthoud!

- Het foto-elektrisch effect is het vrijkomen van elektronen uit een vaste stof door het opnemen van fotonen.
- De energie E_f van een foton is gelijk aan $h \cdot f$, met h de constante van Planck en f de frequentie van de elektromagnetische straling.
- De kinetische energie van de elektronen die vrijkomen door het foto-elektrisch effect is gelijk aan: $E_k = h \cdot f - W_u$. Hierin is W_u de uittree-energie, de energie die nodig is om een elektron vrij te maken uit de stof.
- Een atoom kan zich in een beperkt aantal energietoestanden bevinden. De laagste energietoestand heet de grondtoestand. De ionisatie-energie komt overeen met de energie die nodig is om een atoom vanuit de grondtoestand te ioniseren.
- Bij overgangen tussen de energietoestanden van een atoom wordt een foton opgenomen of uitgezonden met een energie van $E_f = |E_m - E_n|$.

Opdrachten

40 Begrippen
In de tekst worden verschillende nieuwe begrippen geïntroduceerd.
Geef voor de volgende begrippen een definitie.
a uittree-energie
b energietoestand
c ionisatieniveau
d foton

41 Kwiklamp
Een van de emissielijnen in het spectrum van een kwiklamp bevindt zich in het ultravioletgebied. Je laat licht van een kwiklamp op een negatief geladen zinken plaatje vallen. Het plaatje behoudt zijn lading. Je schuurt het plaatje tot het gaat glimmen en het is weer negatief geladen. Als je er nu met de kwiklamp op schijnt, ontlaadt het zinken plaatje wel.
a Geef hiervoor een mogelijke verklaring.
b Voorspel wat er zal gebeuren wanneer je de kwiklamp dichter bij het plaatje zet.
c Wat zal er gebeuren wanneer je tussen de lamp en het plaatje een glasplaat plaatst?

Je schijnt met een felle bouwlamp op het geladen zinken plaatje.
d Bepaal met behulp van Binas of het zinken plaatje geladen zal blijven.

42 Foto-elektrisch effect

Je gebruikt de opstelling uit figuur 29. Bij een bepaalde belichting van de kathode meet je voor verschillende spanningen de stroom die gaat lopen (figuur 32).

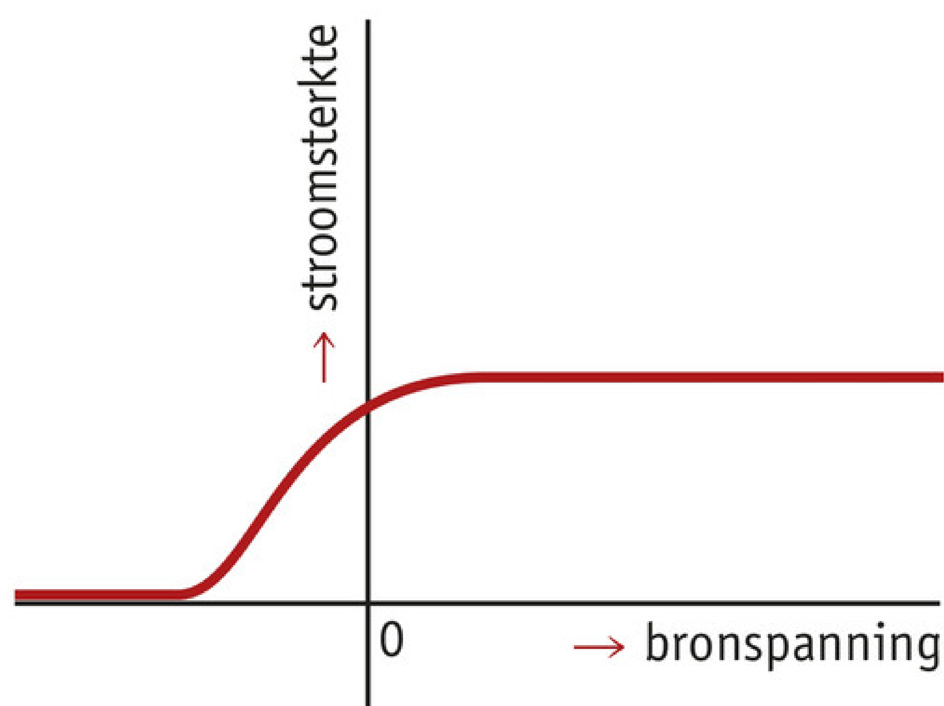
a Leg uit waarom de stroom na een bepaalde spanning niet meer toeneemt.

b Leg uit waarom de stroom niet nul is bij een spanning van nul.

c Leg uit waarom de stroom niet maximaal is als de spanning nul is.

d Teken voor de volgende vragen in hetzelfde diagram (figuur 32) de grafiek die je verwacht te meten:

1. als de intensiteit van de lichtbron toeneemt;
2. als je een fotocel gebruikt met een lagere uittree-energie;
3. als je licht op de fotocel laat vallen met een grotere golflengte, maar kleiner dan λ_{grens}, bij gelijke intensiteit.



▲ **figuur 32** meting aan een fotocel

43 Fotocel met cesium

De kathode van een fotocel is bedekt met cesium.

a Zoek in Binas de uittree-energie in elektronvolt op voor cesium.

b Reken deze energie om naar joule.

c Bereken de kleinste frequentie van het licht waarbij het foto-elektrisch effect bij cesium optreedt.

d Reken deze frequentie om naar golflengte.

e Controleer je antwoorden bij opdrachten c en d met behulp van Binas.

De fotocel wordt beschenen met licht met een golflengte van 428 nm.

f Bereken de maximale snelheid waarmee elektronen uit de kathode vrijkomen.

44 Uv-sensor

Je wilt een fotocel ontwerpen die gebruikt kan worden als uv-sensor. Daarvoor zoek je een stof die geschikt is als kathode.

a Formuleer de ontwerpeisen voor deze ontwerpopdracht.

b Selecteer op basis van je ontwerpeisen geschikte stoffen in Binas tabel 24. Beargumenteer je keuze.

45 Spectrum van helium

In Binas tabel 20 vind je het emissielijnenspectrum van helium in het zichtbare gebied. Een foton met een energie van 2,00 eV wordt uitgezonden richting een wolk van heliumgas.

a Bepaal met behulp van Binas of dit foton geabsorbeerd zal worden of niet.

In Binas tabel 21B vind je het energieniveauschema van helium.

b Bepaal welke energieovergang de oranje emissielijn (588 nm) veroorzaakt.

c Bepaal op basis van het energieniveauschema de kleinste golflengte die uitgezonden kan worden door helium.

d Bepaal welke energieovergang de blauwe lijn (492 nm) in het spectrum van helium zou kunnen veroorzaken.

46 Rendement gloeilamp

Een gloeilamp heeft een vermogen van 40 W en een rendement van 5,0%. Dat betekent dat 5,0% van de toegevoerde energie omgezet wordt in zichtbaar licht.

a Bereken hoeveel energie er per seconde in zichtbaar licht wordt omgezet.
b Bereken hoeveel fotonen minimaal elke seconde in zichtbaar licht door de lamp worden uitgezonden.
c Bereken hoeveel fotonen er maximaal per seconde in zichtbaar licht worden uitgezonden.

47 Planckkrommen

Bekijk de planckkrommen in Binas. Ga uit van een voorwerp met een temperatuur van 6000 K en een oppervlakte van 1 m^2.

a Bepaal bij welke twee golflengten het vermogen per nanometer van de uitgezonden straling van het voorwerp gelijk is aan $5{,}0 \cdot 10^4$ W nm^{-1}.
b Bereken hoeveel energie het voorwerp elke seconde uitzendt bij deze golflengten per nanometer van de straling.
c Beredeneer bij welk van de golflengten die je bij opdracht a hebt gevonden, het voorwerp de meeste fotonen uitzendt.
d Bereken de verhouding van het aantal fotonen dat het voorwerp bij deze twee golflengten uitzendt.

+48 Satellieten

Het foto-elektrisch effect treedt ook op bij satellieten in een baan om de aarde.

a Beredeneer of de satelliet een positieve of een negatieve lading krijgt wanneer deze door de zon beschenen wordt.

Aan de schaduwkant van de aarde krijgt een satelliet een lading die tegengesteld is aan die van de zonkant. Rond de aarde bevindt zich een zogenoemd plasma: een fase waarbij elektronen en ionen deels vrij van elkaar bewegen. Het plasma bestaat voornamelijk uit elektronen, protonen (H-kernen) en He^+-ionen.

b Zoek in Binas op hoeveel energie (in eV) er nodig is om uit een He-atoom een He^+-ion te vormen.
c Bereken de golflengte die een foton moet hebben om een He-atoom te ioniseren. Om welk soort elektromagnetische straling gaat het hier?

De kinetische energie is voor alle geladen deeltjes in het plasma rond de aarde even groot.

d Leg uit welke deeltjes (elektronen, protonen of He^+-ionen) de grootste snelheid hebben.
e De geladen deeltjes komen van alle kanten op een satelliet af. Leg uit welk soort geladen deeltjes per seconde het meest tegen de satelliet zal botsen.
f Beredeneer of de satelliet in de schaduw van de aarde een positieve of een negatieve lading krijgt.
g Leg uit waarom de satelliet vooral aan de zonkant van de aarde last zal hebben van deze ophoping van lading.

6 Snelheid van een ster

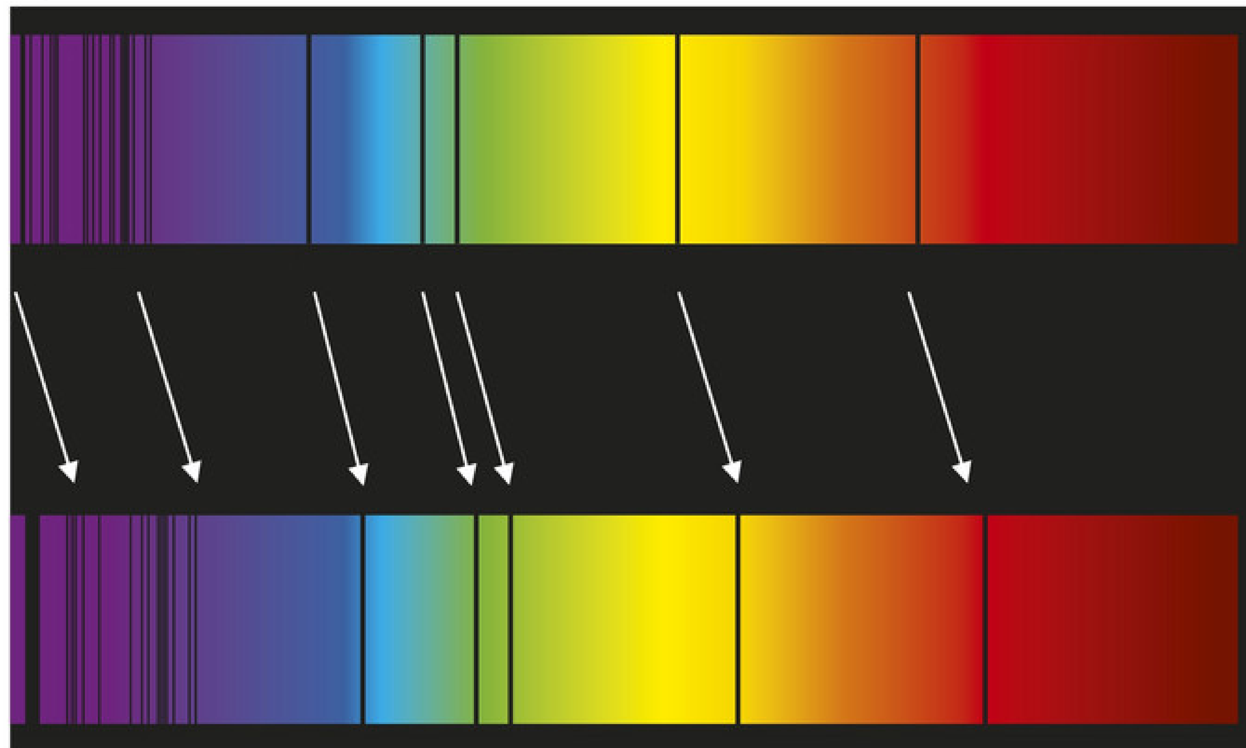
In deze paragraaf leer je:
- verklaren hoe de frequentie en golflengte van de straling van een bron veranderen afhankelijk van de snelheid van de waarnemer;
- de radiale snelheid van sterren analyseren aan de hand van het spectrum.

De fraunhoferlijnen in het spectrum geven niet alleen informatie over de samenstelling van sterren. Ook de snelheid waarmee deze sterren ten opzichte van de aarde bewegen, is eruit af te leiden. Door de beweging van sterren te bepalen, kunnen sterrenkundigen bijvoorbeeld vaststellen hoeveel massa er is in een bepaald gebied van het heelal en achterhalen of er rond een ster een planeet draait.

Rood- en blauwverschuiving

In veel van de spectra van sterren zijn de kenmerkende fraunhoferlijnen verschoven ten opzichte van de positie die ze in een laboratorium hebben (figuur 33). De blauwe absorptielijn van waterstof (486 nm) heeft bijvoorbeeld een langere golflengte (richting rood), of een kortere golflengte (richting violet). In het eerste geval wordt dit een **roodverschuiving** genoemd, in het tweede geval een **blauwverschuiving**.

spectrum in laboratorium



spectrum van ster

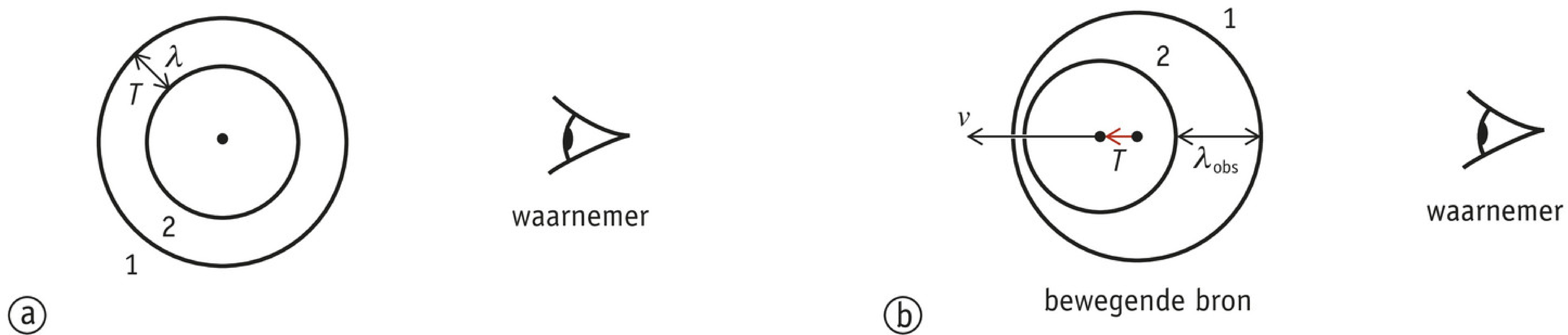
▲ **figuur 33** fraunhoferlijnen die roodverschuiving vertonen

De roodverschuivingen in spectra van sterren hebben drie verschillende oorzaken:
1 Uit de algemene relativiteit van Einstein volgt dat fotonen door massa's worden afgebogen. Net als een omhoog geworpen bal terugvalt naar de aarde, ondervinden uitgezonden fotonen de aantrekkingskracht van de ster. Hierbij verliezen ze energie (geen snelheid!) en treedt er roodverschuiving op.
2 Het heelal blijkt uit te dijen, het rekt als het ware uit. Hierdoor wordt ook de golflengte van licht langer en treedt roodverschuiving op. Hoe groter de afstand die het licht heeft afgelegd van een bron naar de aarde, hoe sterker de roodverschuiving. Het licht is immers gedurende langere tijd onderweg geweest en is gedurende die langere tijd meer uitgerekt.
3 Wanneer een bron met een bepaalde snelheid van ons af beweegt, treedt er dopplerroodverschuiving op, genoemd naar het **dopplereffect**. Ditzelfde effect komt ook voor bij geluid en zorgt ervoor dat de sirene van een ambulance die naar je toe of van je af beweegt, een hogere of lagere toon heeft dan de sirene van een stilstaande ambulance.

Dopplereffect

Wanneer de massa van de bron niet te groot is en de bron niet te ver van ons af staat, kun je de eerste twee effecten verwaarlozen. Wanneer bovendien de snelheid van de bron aanzienlijk lager is dan de lichtsnelheid c, dan is het dopplereffect te begrijpen met wat je in de hoofdstuk-

ken 1 en 7 hebt geleerd. Is de snelheid van de bron in de orde van grootte van de lichtsnelheid, dan moet je rekening houden met de speciale relativiteit van Einstein (hoofdstuk 16). In het vervolg bekijk je situaties waarin alleen het dopplereffect een rol speelt. In figuur 34a zie je een bron die elektromagnetische golven uitzendt. Twee golffronten 1 en 2 zijn getekend. Als deze golffronten de waarnemer rechts bereiken, dan meet deze waarnemer een golflengte λ en een tijd T tussen de twee golffronten.



▲ **figuur 34** een stilstaande bron (a) en een bewegende bron (b)

De golflengte die de waarnemer in figuur 34b meet, lijkt anders te zijn dan voor een stilstaande bron. Dat komt doordat de twee golffronten niet vanuit hetzelfde punt zijn begonnen: de bron is immers in de tijd T met een snelheid v naar links bewogen. De golflengte λ_{obs} die de waarnemer observeert, is daardoor langer geworden. Voor de verandering van de golflengte geldt:
$\lambda_{obs} - \lambda = \Delta\lambda = v \cdot T$

Omdat $T = \frac{1}{f}$ en $f = \frac{c}{\lambda}$, volgt voor de snelheid van de bron:

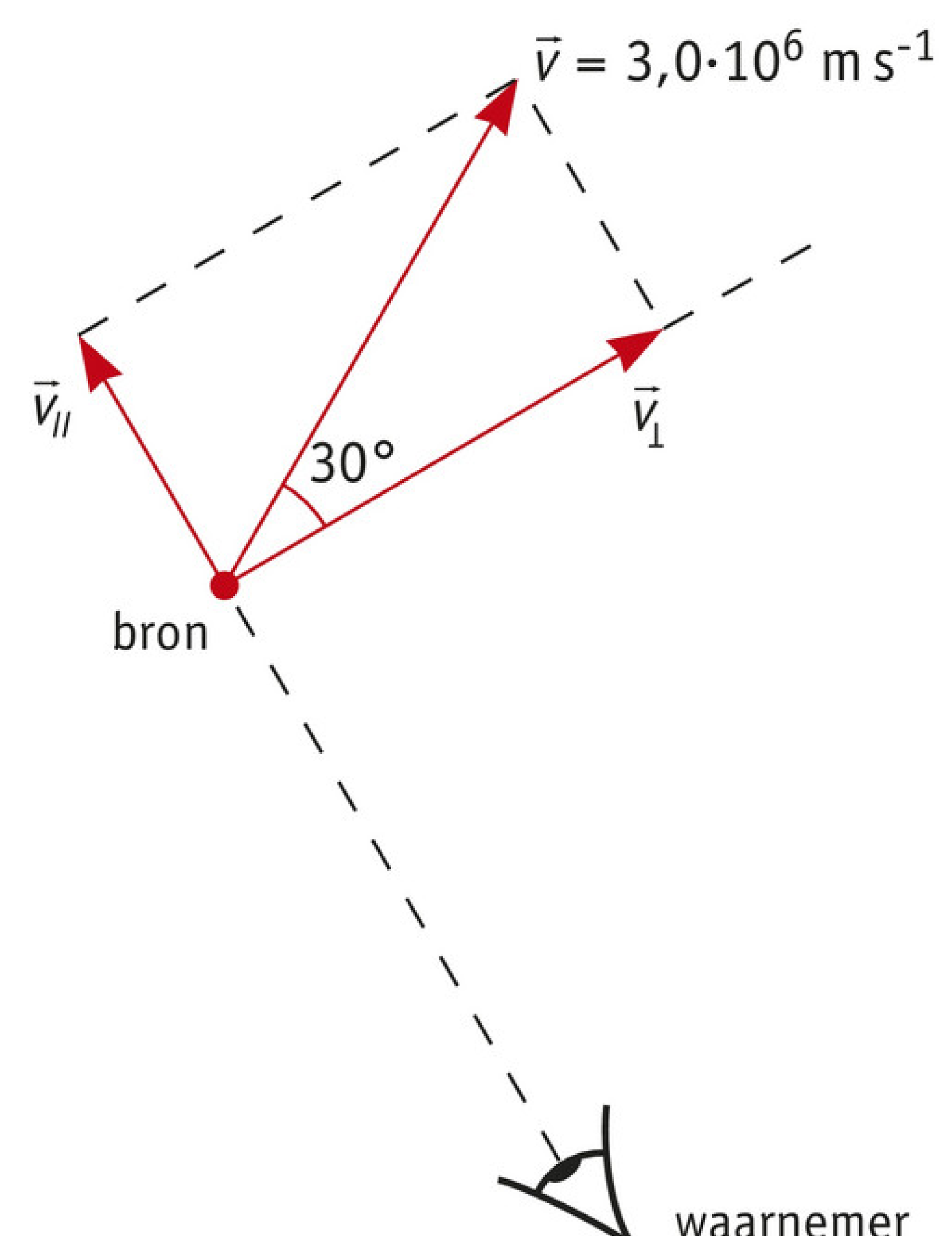
$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

Hierin is:
- v de snelheid waarmee de bron van de waarnemer af beweegt in meter per seconde (m s^{-1});
- $\Delta\lambda$ de verandering van de golflengte in meter (m), zoals door de waarnemer waargenomen;
- λ de golflengte in meter (m) van de golven die de bron uitzendt als hij ten opzichte van de waarnemer stilstaat;
- c de lichtsnelheid in meter per seconde (m s^{-1}).

De verhouding $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$ wordt de roodverschuiving z genoemd. Wanneer de bron van de waarnemer af beweegt, dan is de snelheid positief. De golflengte wordt langer en $\Delta\lambda$ is groter dan nul. Wanneer de bron naar de waarnemer toe beweegt, is de snelheid negatief. De waargenomen golflengte is dan korter en $\Delta\lambda$ is kleiner dan nul. Er treedt blauwverschuiving op.

Snelheid bepalen

Het dopplereffect hangt af van de snelheid van de bron in de richting van de waarnemer. Stel dat een bron schuin langs beweegt zoals in figuur 35. De snelheidsvector kun je ontbinden in twee componenten: in de richting van de waarnemer en loodrecht daarop. De component in de richting van de waarnemer zorgt voor een rood- of blauwverschuiving. Deze component wordt de **radiale snelheid** genoemd. Radiaal komt van straal. De component loodrecht op de radiale snelheid wordt de **tangentiële snelheid** genoemd.



▶ **figuur 35** Een bron beweegt voorlangs.

Voorbeeldopgave 6

De bron in figuur 35 beweegt met een snelheid van $3{,}0 \cdot 10^6$ m s^{-1} in de aangegeven richting.
a Beredeneer of er rood- of blauwverschuiving optreedt.
b Bereken de roodverschuiving.

Uitwerking
a De bron beweegt van de waarnemer af en de golflengte wordt groter: er treedt roodverschuiving op.
b Bereken eerst de component van de snelheid in de richting van de waarnemer, $v_{//}$.
De grootte van deze component vind je met:
$v_{//} = v \cdot \sin 30° = 3{,}0 \cdot 10^6 \times 0{,}5 = 1{,}5 \cdot 10^6$ m s^{-1}

De roodverschuiving wordt gegeven door: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$

Invullen van de gegevens geeft: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{3{,}0 \cdot 10^8} = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$

Uit voorbeeldopgave 6 volgt dat je met de rood- of blauwverschuiving alleen de radiale snelheid van een bron kunt bepalen. Om de tangentiële snelheid te bepalen, moet je weten hoe ver de bron van je verwijderd is en hoeveel de bron zich verplaatst langs de hemel.

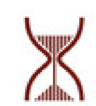
Onthoud!

- Fraunhoferlijnen in het spectrum van sterren zijn roodverschoven (blauwverschoven) wanneer de golflengten groter (kleiner) zijn dan de overeenkomstige fraunhoferlijnen zoals waargenomen bij een stilstaande bron.
- Roodverschuiving is te verklaren met het dopplereffect: de waargenomen golflengte is langer (korter) wanneer de bron van de waarnemer af (naar de waarnemer toe) beweegt. Hoe groter de relatieve snelheid, hoe groter de rood- of blauwverschuiving.
- De roodverschuiving z wordt gegeven door de verhouding $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$.
- Het verband tussen de radiale snelheid en de roodverschuiving wordt gegeven door:

  $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$.

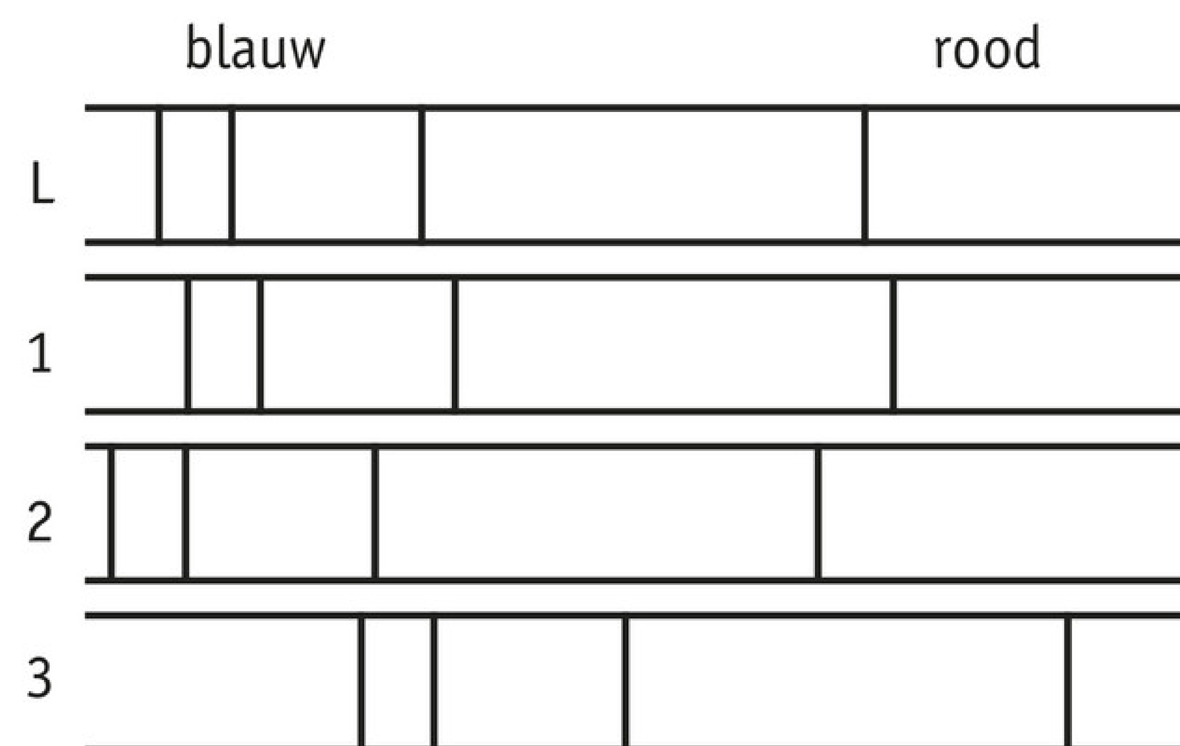
Opdrachten

49 Begrippen
Selecteer het juiste antwoord:
a Een ster beweegt van je af. Het spectrum is *roodverschoven / blauwverschoven*.
b Een ster beweegt naar je toe. De rode absorptielijn van waterstof krijgt een *langere / kortere* golflengte.
c De roodverschuiving z wordt bepaald door de *radiale / tangentiële* snelheid.

 **50** Sterrenstelsels [1]

In figuur 36 worden de spectraallijnen van waterstofgas in drie verschillende sterrenstelsels weergegeven (1, 2 en 3), en zoals ze in een laboratorium op aarde worden waargenomen (L). Welke uitspraak is correct?

A Stelsel 1 en 3 bewegen van ons af, en stelsel 2 komt naar ons toe.
B Stelsel 1 en 3 bewegen naar ons toe, en stelsel 2 beweegt van ons af.
C Stelsel 1, 2 en 3 bewegen naar ons toe.
D Er is geen uitspraak te doen over de beweging van de sterrenstelsels.



▲ **figuur 36** spectra van sterrenstelsels

51 Sterrenstelsels [2]

Orden de radiale snelheid van de drie sterrenstelsels uit figuur 36 van klein naar groot. Let alleen op de grootte van de snelheid.

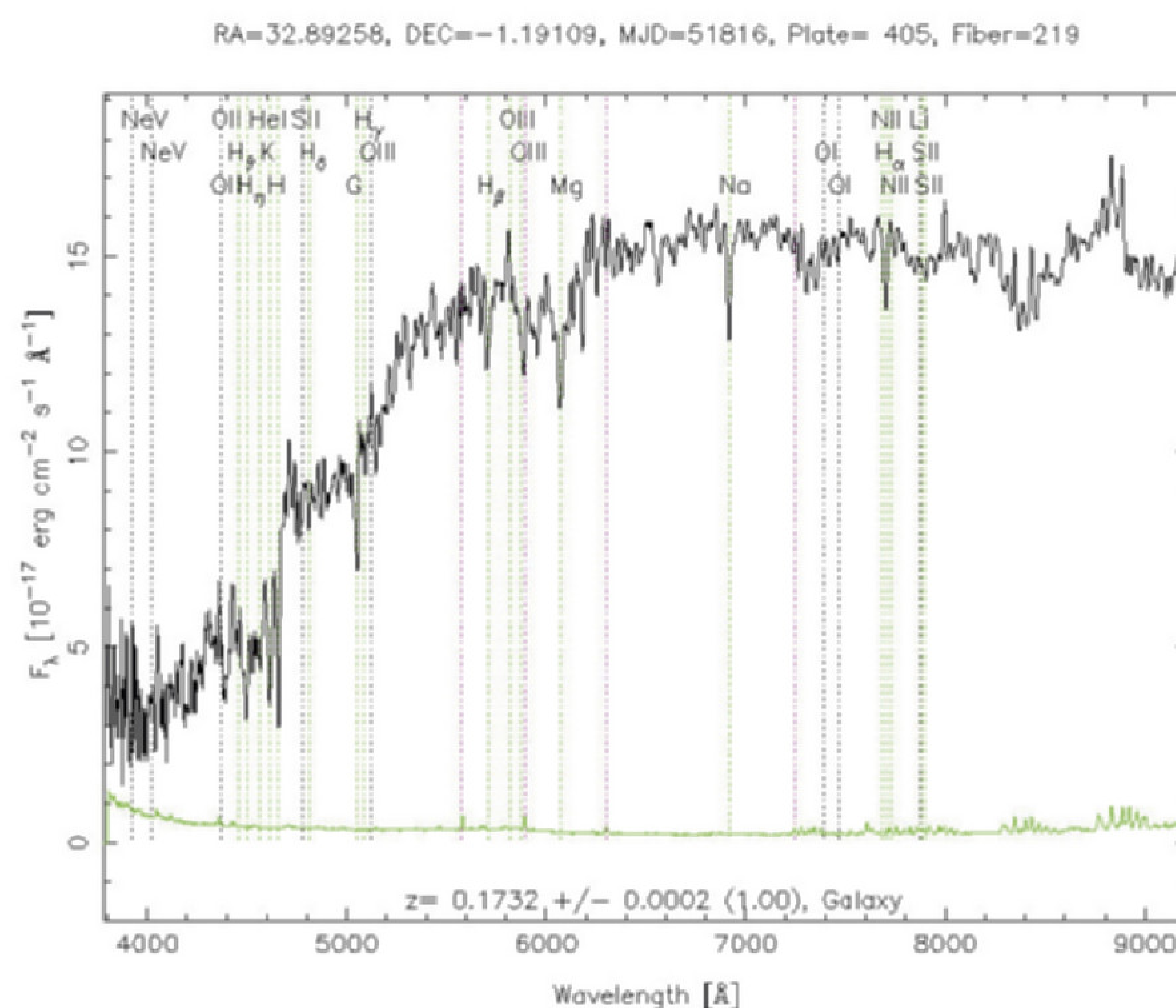
52 Ster met roodverschuiving

Van een ster wordt een roodverschuiving gemeten.
Leg uit in welke situatie de radiale snelheid van de ster gelijk is aan zijn werkelijke snelheid.

53 Roodverschoven stralingskromme

In figuur 37 zie je een deel van het spectrum (stralingskromme) van een sterrenstelsel. Langs de horizontale as staat de golflengte in ångström (1 Å = 10^{-10} m). Verschillende spectraallijnen zijn door de computer geïdentificeerd.

a Bepaal de golflengte van de natriumlijn in het spectrum van figuur 37.



▲ **figuur 37** de stralingskromme van een sterrenstelsel

Het gaat hier om een natriumlijn die in het laboratorium in het zichtbare gebied valt.

b Bepaal met behulp van Binas de golflengte die de natriumlijn in het laboratorium heeft.

c Bereken de roodverschuiving z voor dit sterrenstelsel. Controleer of je antwoord overeenkomt met de roodverschuiving die onderin figuur 37 wordt vermeld.

d Bereken op basis van de roodverschuiving de radiale snelheid van het stelsel.

De rode lijn in het spectrum van waterstof wordt H_α genoemd.

e Zoek deze lijn in het spectrum van figuur 37 en controleer je antwoord op opdracht c.

54 Dopplermethode

Twee belangrijke manieren om exoplaneten te vinden zijn de transitmethode en de dopplermethode. De transitmethode maakt gebruik van de afname van de intensiteit van de ster wanneer een exoplaneet voor de ster langs beweegt. De dopplermethode maakt gebruikt van de schommelingen in de beweging van de ster, veroorzaakt door de aantrekkingskracht van de exoplaneet.

a Noem een nadeel van de transitmethode dat de dopplermethode niet heeft.

b Leg uit of de dopplermethode beter werkt bij relatief kleine, of grote sterren.

c Leg uit of de dopplermethode beter werkt bij relatief kleine, of grote exoplaneten.

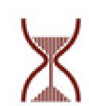
In figuur 2 in het praktijkdeel is de beweging van de zon te zien. Stel je voor dat de snelheid van de zon met behulp van de dopplermethode wordt bepaald.

d Bepaal met behulp van figuur 2 uit het praktijkdeel de grootste roodverschuiving die in het spectrum van de zon kan worden waargenomen.

e Bereken de grootste roodverschuiving die in het spectrum van Jupiter kan worden waargenomen.

De roodverschuiving voor Jupiter is groter dan die voor de zon.

f Leg uit waarom het toch makkelijker is om exoplaneten waar te nemen door de roodverschuiving waar te nemen in het spectrum van sterren.

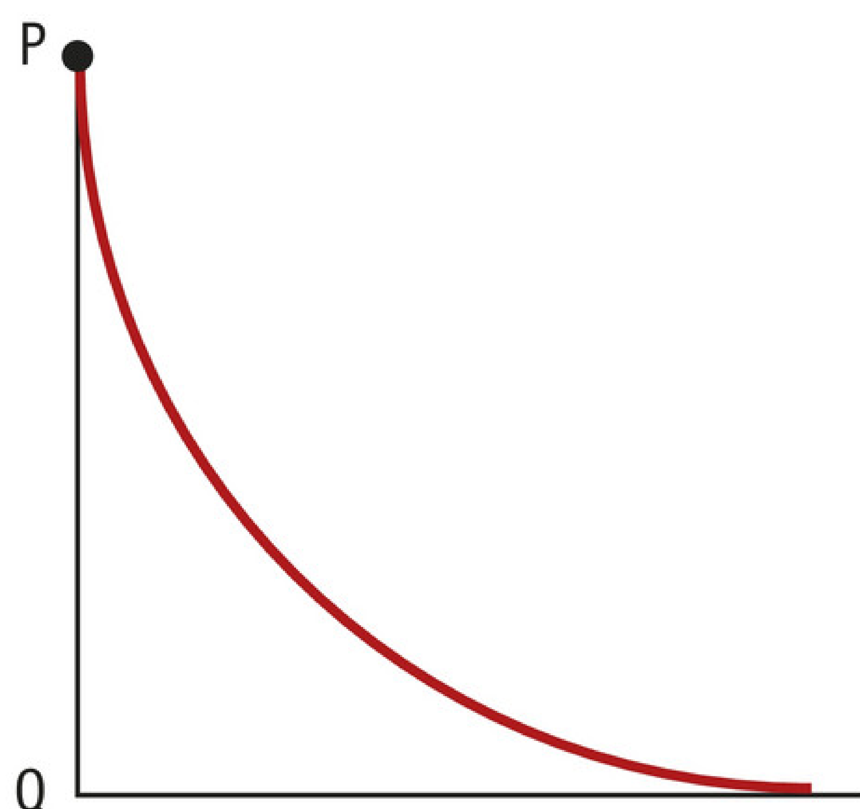
 **+55** Dopplereffect bij geluidsbron

Een geluidsbron (met verwaarloosbare afmetingen) brengt een toon met een constante frequentie van 440 Hz voort. Op $t = 0$ wordt de bron losgelaten in punt P van een verticaal geplaatste glijbaan met de vorm van een kwart cirkel (figuur 38). Met verwaarloosbare wrijving glijdt de bron naar beneden. In punt Q registreert een meetcomputer het geluid en geeft de waargenomen frequentie weer als functie van de tijd.

a Schets de grafiek van de gemeten frequentie tegen de tijd die op de meetcomputer te zien zal zijn.

Als de geluidsbron op het horizontale stuk terechtkomt, registreert de meetcomputer een frequentie van 430 Hz. De temperatuur is 20 °C.

b Bereken de straal van de cirkelvormige glijbaan.



▲ **figuur 38** een cirkelvormige glijbaan

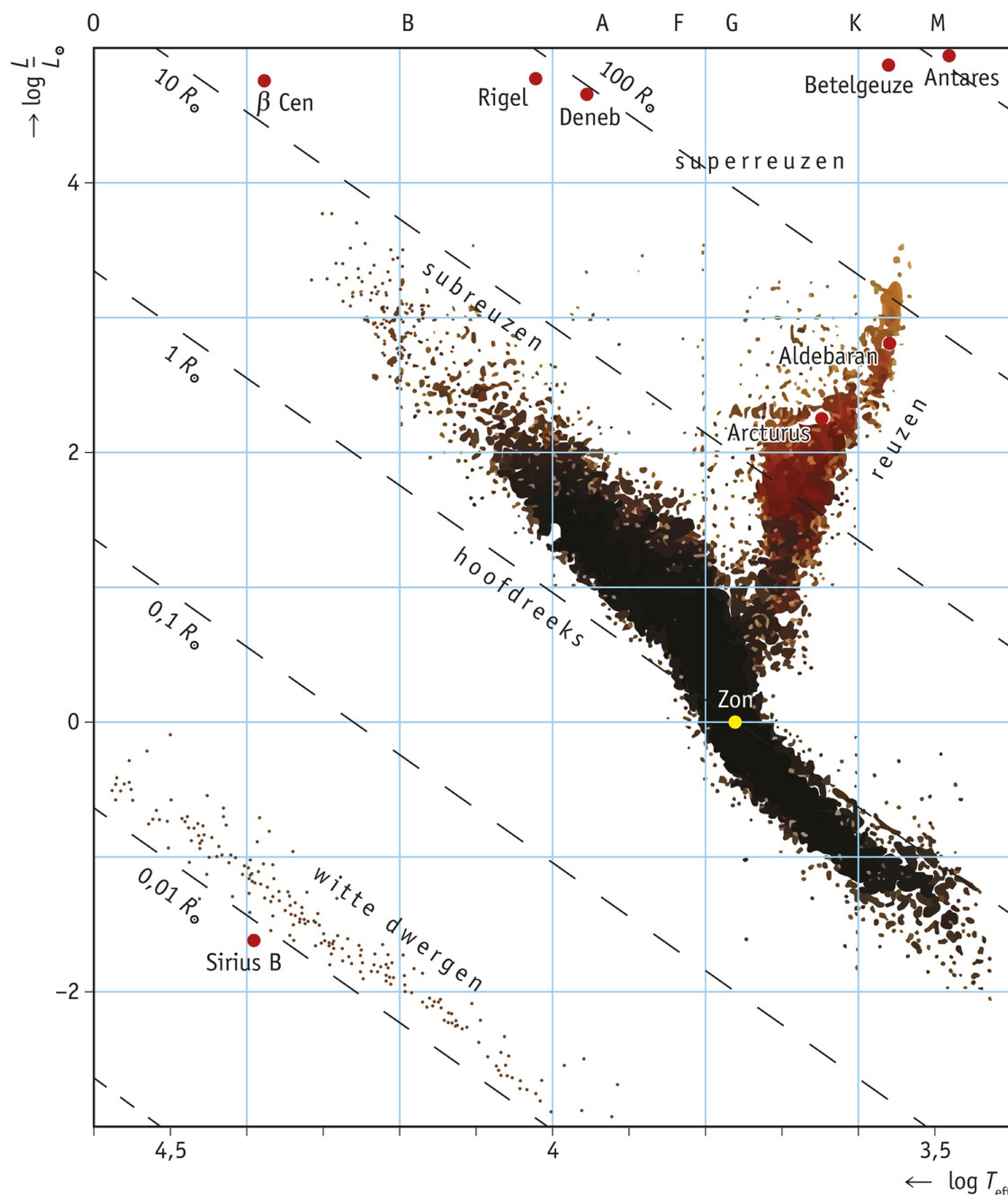
7 Het leven van een ster

In deze paragraaf leer je:
- een Hertzsprung-Russelldiagram gebruiken om sterren te classificeren naar temperatuur, totaal stralingsvermogen en grootte;
- hoe sterren een verschillende positie hebben in het Hertzsprung-Russeldiagram afhankelijk van de fase in hun leven.

Door het licht dat een ster uitzendt, kun je veel te weten komen over die ster, zoals de temperatuur en het stralingsvermogen. Dit geeft informatie over de fase van het leven van de ster.

Hertzsprung-Russelldiagram

Ejnar Hertzsprung (1873–1967) en Henry Russell (1877–1957) onderzochten begin twintigste eeuw het verband tussen het stralingsvermogen en de effectieve temperatuur van sterren. Voor een groot aantal sterren zetten ze deze gegevens in een diagram. In moderne versies van dit diagram wordt het stralingsvermogen van sterren uitgedrukt in het stralingsvermogen van onze zon $L_\odot$ (L voor lichtkracht, $\odot$ is het symbool voor de zon). Omdat het stralingsvermogen van sterren sterk uiteenloopt, van $10^{-5}\ L_\odot$ tot wel $10^5\ L_\odot$, wordt een logaritmische schaal gebruikt. Op deze schaal is de afstand tussen 100 000 en 10 000 gelijk aan de afstand tussen 0,1 en 0,01. Langs de horizontale as van het diagram wordt de logaritme van de temperatuur gezet, met hete sterren links en koele sterren rechts. Het resultaat vind je in figuur 39 en wordt een **Hertzsprung-Russelldiagram** genoemd (H-R-diagram; Binas tabel 33).



◀ **figuur 39** het Hertzsprung-Russelldiagram

Omvang van een ster

In het H-R-diagram kun je aangeven wat de omvang van een ster is. Voor de lichtkracht (stralingsvermogen) van een ster geldt: $L = \sigma \cdot A \cdot T^4$. Omdat de oppervlakte A van een ster gelijk is aan $4\pi \cdot R^2$, kun je de lichtkracht schrijven als: $L = \sigma \cdot 4\pi \cdot R^2 \cdot T^4$. Zo zie je dat er bij een bepaalde lichtkracht en temperatuur een bepaalde straal van de ster hoort. Een twee keer zo grote ster zal bij gelijke temperatuur dus een vier keer zo grote lichtkracht hebben. In het H-R-diagram kun je dit weergeven door voor verschillende stralen R het verband tussen de lichtkracht L en de temperatuur T_{eff} uit te zetten. De straal van de ster wordt uitgedrukt in de straal van onze zon $R_\odot$. Dit levert rechte lijnen op die van linksboven naar rechtsonder lopen (zie Binas tabel 33). Lagergelegen lijnen komen overeen met kleinere sterren.

Voorbeeldopgave 7

In Binas tabel 33 staan verschillende sterren genoemd in het H-R-diagram.
Bepaal van Sirius de lichtkracht, straal en effectieve temperatuur.

Uitwerking
Lees voor Sirius af in het diagram:

$$\log \frac{L}{L_\odot} = 1{,}4$$

$\log T_{eff} = 4{,}0$
$R = 1{,}8\ R_\odot$

De diagonale lijnen voor de straal liggen wel op gelijke afstand, maar er is een logaritmische schaal gebruikt. Sirius ligt op een kwart van de lijn met 1 $R_\odot$, maar dat komt dus niet overeen met 2,5 $R_\odot$, maar met ongeveer 1,8 $R_\odot$. In Binas tabel 32C vind je voor de zon:
$R_\odot = 6{,}963 \cdot 10^8$ m
$L_\odot = 3{,}85 \cdot 10^{26}$ W
Om de logaritme weg te werken maak je gebruik van: $10^{\log x} = x$
Dus:

$$\frac{L}{L_e} = 10^{1,4} \text{ en } L = 10^{1,4}\ L_\odot = 10^{1,4} \times 3{,}85 \cdot 10^{26} = 9{,}7 \cdot 10^{27} \text{ W}$$

$T_{eff} = 10^{4,0} = 1{,}0 \cdot 10^4$ K
$R = 1{,}8 \times 6{,}963 \cdot 10^8 = 1{,}3 \cdot 10^9$ m

De hoofdreeks

Sterren worden gevormd uit stellaire stof- en gaswolken. Als zo'n wolk zich voldoende samentrekt, wordt hij heet en gaat licht uitzenden. Wanneer de dichtheid hoog genoeg is, vindt er kernfusie plaats, voornamelijk waterstof tot helium, waarbij veel energie vrijkomt. De ster bevindt zich nu op de **hoofdreeks**: de lange sliert van sterren die van linksboven naar rechtsonder in het H-R-diagram loopt. Het grootste deel van de sterren in het diagram bevindt zich in de hoofdreeks, zo ook onze eigen zon. De kernfusie in deze sterren zorgt voor een relatief stabiele situatie. De meeste sterren op de hoofdreeks, inclusief onze zon, zijn relatief kleine sterren en worden dwergen genoemd. Rechtsonder in de hoofdreeks bevinden zich bruine dwergen: 'mislukte' sterren met een te lage massa om kernfusie te laten plaatsvinden.

Reuzen en superreuzen

Reuzen en superreuzen zijn sterren waarvan de massa veel groter is dan die van de zon. Door hun enorme massa verstoken deze sterren hun brandstof in hoog tempo: het zijn korter levende, zeer heldere sterren met een hoge temperatuur. Ze worden daarom ook wel blauwe, of witte reuzen genoemd. Naarmate een ster ouder wordt, fuseren in de kern van de ster steeds zwaardere elementen. Hierbij komt veel energie vrij. De binnenste lagen van de ster zetten daardoor uit en drijven de buitenste lagen meer naar buiten toe. Die koelen daardoor af. Afhankelijk van de beginmassa van de ster ontstaat zo een rode subreus, reus of superreus. De ster verlaat daarmee de hoofdreeks en beweegt min of meer horizontaal naar rechts in het H-R-diagram. Zeer zware sterren worden eerst een blauwe superreus. Het verdere verloop is afhankelijk van de massa van de ster. Zeer zware sterren storten ineen tot zwart gat, minder zware sterren tot een neutronenster en nog minder zware sterren worden een witte dwerg. Dit ineenstorten gaat onder bepaalde omstandigheden gepaard met een supernova-explosie.

Witte dwergen

Linksonder in het H-R-diagram vind je witte dwergen. Deze sterren hebben een zeer hoge temperatuur (tot wel 150 000 K, niet weergegeven in het H-R-diagram). Ze zijn vaak niet veel groter dan de aarde. Witte dwergen zijn het eindstadium van sterren waarvan de massa maximaal acht zonnemassa's bedraagt. Aan het eind van hun leven stoten deze sterren het grootste deel van het gas waaruit ze bestaan uit en vormen een planetaire nevel (figuur 40). De ster die overblijft, heeft nog maar een massa van rond de 0,6 $M_\odot$. Deze massa is te klein voor kernfusie en de ster koelt langzaam af.



▲ **figuur 40** De Eskimonevel: een planetaire nevel die in 1787 werd ontdekt door William Herschel.

Onthoud!

- In het Hertzsprung-Russelldiagram zijn sterren geclassificeerd naar temperatuur en lichtkracht. In het diagram zijn verschillende typen sterren te onderscheiden: hoofdreekssterren, witte dwergen, reuzen en superreuzen.
- Sterren ontstaan uit interstellaire gas- en stofwolken. Na samentrekken komen deze sterren op de hoofdreeks uit. Deze sterren halen hun energie uit kernfusieprocessen.
- In het voorlaatste stadium van hun leven worden de meeste sterren een rode (super)reus.
- Afhankelijk van hun massa eindigen de meeste sterren als een witte dwerg. Ze zijn te klein voor kernfusie en koelen langzaam af.

Opdrachten

56 Theorie
In de tekst heb je kunnen lezen hoe het leven van sterren in een Hertzsprung-Russell-diagram is weer te geven.
a Noem de twee grootheden die in een H-R-diagram staan uitgezet.
b Hoe worden de sterren genoemd die linksonder in het diagram te vinden zijn?
c Leg uit wat de hoofdreeks is.
d Welk type ster kun je waarnemen in het midden van een planetaire nevel?

57 Rode dwergen
De sterren rechtsonder in de hoofdreeks worden rode dwergen genoemd.
Leg uit waarom.

58 Hertzsprung-Russelldiagram
Om een ster in het H-R-diagram te plaatsen, moet je twee eigenschappen van de ster bepalen.
a Noem deze twee eigenschappen.
b Welke van deze twee eigenschappen kun je niet bepalen zonder ook de afstand tot de ster te weten? Licht je antwoord toe.
c Welke van deze twee eigenschappen zou in het diagram vervangen kunnen worden door de kleur van een ster?

59 Witte dwergen [1]
Witte dwergen kunnen een zeer hoge temperatuur hebben.
a Zijn witte dwergen echt wit? Zo nee, welke kleur hebben ze dan?
b Geef een mogelijke verklaring waarom witte dwergen, ondanks hun hoge temperatuur, niet gemakkelijk zijn waar te nemen.

60 Witte dwergen [2]
Het tempo waarin witte dwergen afkoelen is te bepalen met behulp van een computermodel en de wet van Stefan-Boltzmann. Omdat er geen kernfusie meer plaatsvindt, verliezen deze sterren alleen maar energie via straling.
Stel een computermodel op waarmee je het afkoelen van witte dwergen beschrijft. Bepaal hiermee hoelang het duurt tot een witte dwerg met een begintemperatuur van 150 000 K is afgekoeld tot $6 \cdot 10^3$ K, de temperatuur van de zon. Wanneer een voorwerp een hoeveelheid thermische energie ΔE_{th} verliest, dan neemt de temperatuur af volgens het verband: $\Delta E_{th} = c \cdot m \cdot \Delta T$. Hierin is c de warmtecapaciteit. Neem voor een witte dwerg aan: $c = 6{,}2 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}. Noteer duidelijk je aannamen.

61 Witte dwergen [3]
De dichtheid van een witte dwerg is zeer groot.
a Gebruik de gegevens uit de theorie van deze paragraaf om de dichtheid van een witte dwerg te berekenen.
b Stel je voor dat je etui ‘gevuld’ is met witte dwerg. Welke massa zou je etui dan hebben?

62 Verband tussen massa en lichtkracht
De ster Betelgeuze in het sterrenbeeld Orion is een zogeheten rode superreus. Een rode superreus dankt zijn naam aan de kleur licht die hij uitzendt en aan zijn enorme omvang. Stel je voor dat het middelpunt van Betelgeuze zich op de plaats van de zon zou bevinden.
a Ga na welke planetenbanen dan geheel binnen de omvang van Betelgeuze zouden vallen.

Uit waarnemingen blijkt dat er voor sterren op de hoofdreeks een verband bestaat tussen de lichtkracht L_{ster} en de massa M_{ster} van de ster. Ten opzichte van de zon geldt de volgende relatie:

$$\frac{L_{ster}}{L_{\odot}} = \left(\frac{M_{ster}}{M_{\odot}}\right)^{\frac{7}{2}}$$

Deze relatie is gebaseerd op een trendlijn voor een groot aantal hoofdreekssterren. Een trendlijn is het gemakkelijkst te herkennen bij een lineair of recht evenredig verband.

b Leg uit dat je een recht evenredig verband krijgt wanneer je $\log\left(\frac{L_{ster}}{L_{\odot}}\right)$ uitzet tegen $\log\left(\frac{M_{ster}}{M_{\odot}}\right)$. Gebruik $\log x^{a} = a \cdot \log x$.

c Hoe groot is in dat geval de helling van dit verband?

Betelgeuze is geen hoofdreeksster, maar een rode superreus. Toch is de hiervoor gegeven relatie bij benadering van toepassing op Betelgeuze.

d Geef hiervoor een verklaring op basis van de theorie van deze paragraaf.

Als de massa van een ster groter is dan tien keer de massa van de zon, dan zal de ster aan het eind van zijn leven ontploffen als een zogenoemde supernova.

e Ga door middel van een berekening na of Betelgeuze zal ontploffen als een supernova.

Op 29 maart 2003 werd aan de hemel een zeer bijzonder verschijnsel waargenomen: een gammaflits. Deze werd veroorzaakt doordat zeer ver weg een zeer zware ster die aan het eind van zijn leven was, ontplofte. Bij een gammaflits zendt de ster per seconde evenveel energie uit als de zon in tien miljard jaar, voornamelijk in de vorm van gammastraling. Als Betelgeuze aan het eind van zijn leven een gammaflits met hetzelfde vermogen produceert, ontvangt de aarde een zeer grote stralingsintensiteit.

f Bereken de stralingsintensiteit van de gammaflits van Betelgeuze die de aarde zou bereiken in verhouding tot de stralingsintensiteit die de aarde van de zon ontvangt.

naar: examen natuurkunde 1,2 2009-I

63 Leeftijd van een ster

Op basis van het H-R-diagram kun je een schatting maken van de tijd die een ster op de hoofdreeks zal verblijven. Neem aan dat hoofdreekssterren een bepaalde vaste verhouding van hun massa via kernfusie omzetten in energie. Geschat wordt dat de zon in totaal tien miljard jaar op de hoofdreeks zal blijven.
Gebruik de modelleercyclus om een schatting te geven voor de tijd die de sterren Sirius A en Proxima Centauri op de hoofdreeks zullen verblijven. Maak gebruik van het verband tussen lichtkracht en massa: $\frac{L_{ster}}{L_{\odot}} = \left(\frac{M_{ster}}{M_{\odot}}\right)^{\frac{7}{2}}$. Zoek benodigde gegevens op in Binas.

+64 Afmeting van sterren

In het H-R-diagram in Binas is de omvang van sterren weergegeven, uitgedrukt in de straal van onze zon.

Noem de lichtkracht van de zon $L_\odot$, de straal $R_\odot$ en de temperatuur $T_\odot$.

a Leid op basis van de wet van Stefan-Boltzmann een uitdrukking af voor $\frac{L}{L_\odot}$.

b In het H-R-diagram staat langs de verticale as $\log\left(\frac{L}{L_\odot}\right)$ uitgezet. Laat zien dat uit je antwoord bij opdracht a volgt: $\log\left(\frac{L}{L_\odot}\right) = 2\log\left(\frac{R}{R_\odot}\right) + 4\log\left(\frac{T}{T_\odot}\right)$

c Beargumenteer met behulp van de bij opdracht b gegeven uitdrukking dat er een lineair verband is tussen $\log\left(\frac{L}{L_\odot}\right)$ en $\log\left(\frac{T}{T_\odot}\right)$.

Controleer de volgende vragen met behulp van Binas.

d Kies $R = R_\odot$ en $T = T_\odot$. Welk punt in het H-R-diagram levert dit op?

e Kies $R = R_\odot$ en $T = 5\ T_\odot$. Welk punt levert dit op?

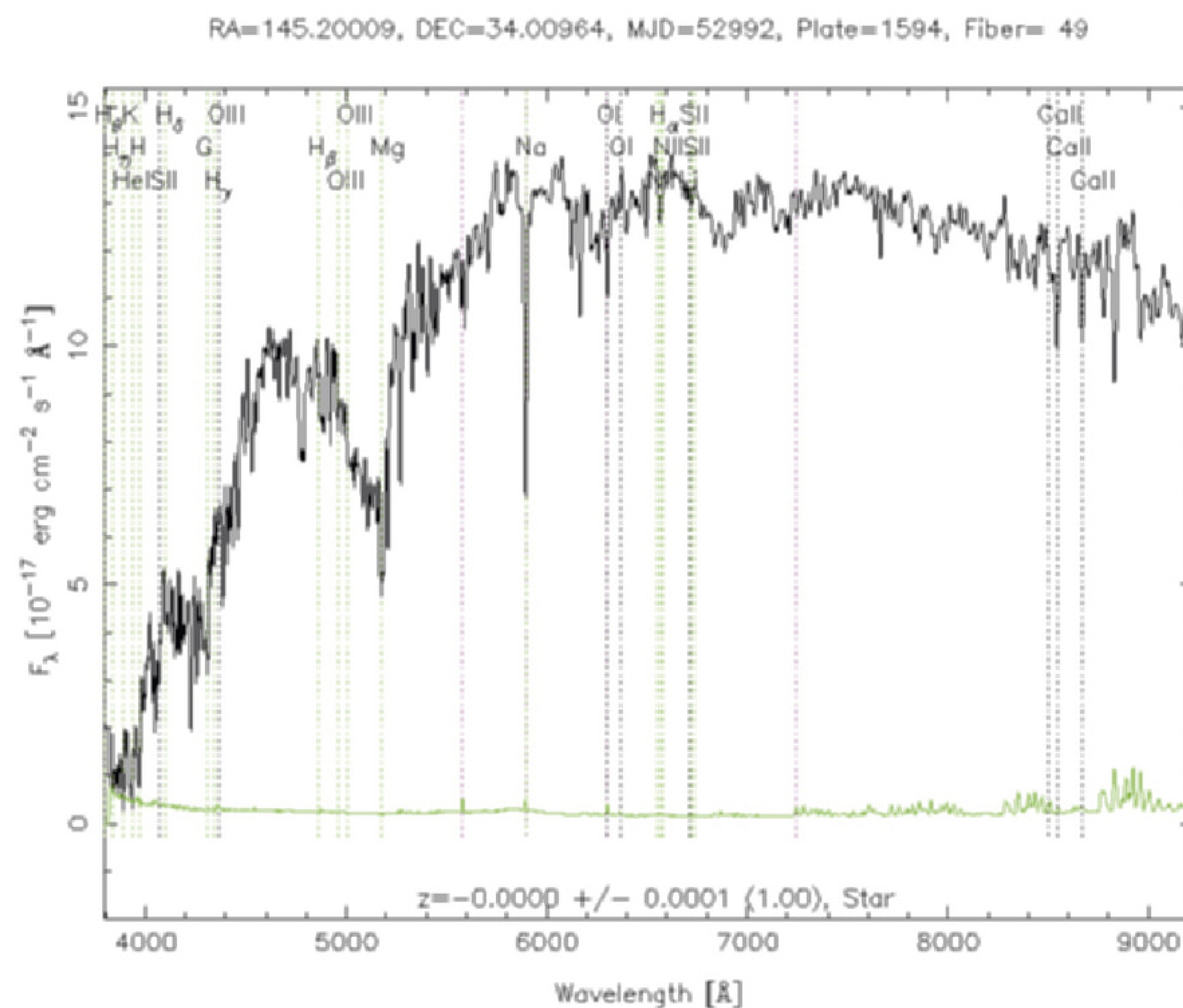
Je hebt nu de lijn met $R = R_\odot$ in het H-R-diagram gevonden.

f Hoeveel hoger komt de lijn te liggen waarvoor geldt: $R = 10\ R_\odot$?

Eindopdracht

65 Een onbekende ster

In figuur 41 zie je een stralingskromme van een ster, gemaakt door een telescoop van het Apache Point Observatory in New Mexico (VS).



▲ **figuur 41** de stralingskromme van een ster

New Mexico kent een droog klimaat. Het observatorium bevindt zich op een hoogte van 2788 m.

a Noem twee voordelen van deze locatie voor een observatorium.

b Bepaal de radiale snelheid van de ster ten opzichte van de aarde.

c Bepaal met behulp van figuur 41 de temperatuur van de ster.

d Bereken op basis van de temperatuur die je hebt gevonden de intensiteit van de ster.

Slechts een klein deel van de energie die de ster uitzendt, wordt door de telescoop opgevangen. In figuur 41 staat langs de verticale as de intensiteit-dichtheid in erg cm^{-2} s^{-1} $Å^{-1}$.
De eenheden erg voor energie en ångström (afgekort Å of Ang) voor lengte worden in de sterrenkunde veel gebruikt. Er geldt: 1 erg = 10^{-7} J en 1 Å = 10^{-10} m.
De telescoop die de grafiek in figuur 41 heeft gemaakt heeft in het zichtbare gebied een intensiteit van $3{,}8 \cdot 10^{-16}$ W m^{-2} waargenomen.

e Toon dit aan door middel van een bepaling met behulp van figuur 41.
f Maak op basis van de waargenomen stralingsintensiteit een schatting van het aantal fotonen in zichtbaar licht dat per seconde door de telescoop wordt waargenomen. De telescoop heeft een diameter van 2,5 m.

Deze ster straalt 32% van zijn energie uit in zichtbaar licht.

g Beredeneer of dit percentage hoger, lager of gelijk is voor een ster met een twee keer zo hoge temperatuur.
h De ster is een hoofdreeksster. Bepaal met behulp van het H-R-diagram in figuur 39 tussen welke waarden de lichtkracht van deze ster ligt.
i Bereken op basis van je antwoorden bij opdrachten e en h de afstand waarop deze ster zich van de aarde bevindt.

8 Practicum

EXPERIMENT 1 Spectrum van een warme bron (begripspracticum)

Inleiding
Wanneer de temperatuur van een voorwerp verandert, verandert de intensiteit van de verschillende golflengten straling en daardoor verandert ook de kleur. In dit experiment onderzoek je kwalitatief het verband tussen de temperatuur en de kleur van de gloeidraad van een lamp. Je gebruikt hiervoor een tralie. Afhankelijk van de golflengte buigt een tralie het licht meer of minder. Hierdoor kun je het spectrum van een bron in zijn afzonderlijke golflengten waarnemen.

Onderzoeksvraag
Hoe veranderen kleur, intensiteit en spectrum van het licht dat een voorwerp uitzendt bij toenemende temperatuur?

Benodigdheden
gloeilamp; variabele spanningsbron; tralie

Uitvoering
- Sluit de gloeilamp aan op de variabele spanningsbron. Begin bij 0 V en voer de spanning langzaam op. Bekijk het licht van de gloeilamp.
- Herhaal de vorige stap, maar bekijk het licht nu door een tralie.

Verwerking

1 Leg uit dat de temperatuur van de gloeilamp toeneemt wanneer de spanning over de lamp stijgt.
2 Hoe verandert de intensiteit van het licht bij toenemende temperatuur?
3 Hoe verandert de kleur van de gloeilamp wanneer de temperatuur toeneemt?
4 Beschrijf hoe de intensiteit van de kleuren rood, groen en blauw veranderen bij toenemende temperatuur.

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Intensiteit en vermogen van de zon (onderzoekspracticum)

Inleiding
De zon zendt elke seconde een onvoorstelbare hoeveelheid energie uit. Slechts een klein deel hiervan komt op aarde terecht. Je kunt een ruwe schatting maken van de intensiteit en het vermogen van de zon door gebruik te maken van een gloeilamp.

Onderzoeksvragen
1 Hoe groot is de intensiteit van het zonlicht dat op aarde valt?
2 Hoe groot is het stralingsvermogen van de zon?

Benodigdheden
gloeilamp (100 W); fitting met standaard (zonder lampenkap); rolmaat

Veiligheid
Raak de gloeilamp niet aan.

Uitvoering
- Plaats de standaard met gloeilamp midden op een tafel en schakel de gloeilamp aan.
- Breng de palm van je hand op een zodanige afstand van de gloeilamp dat het even warm aanvoelt als de zon midden op een zomerse dag. Meet de afstand die je zo vindt.
- Verzamel de metingen van andere leerlingen en middel de gevonden afstanden. Noem deze gemiddelde afstand r.

Verwerking

De gloeilamp zendt elke seconde 100 J aan straling uit. Ga ervan uit dat deze energie gelijkmatig over een bolvormig oppervlak wordt verspreid.
1 Bereken de intensiteit van het lamplicht op de afstand r.
2 Leg uit dat deze intensiteit gelijk is aan de intensiteit van het zonlicht dat op het aardoppervlak terechtkomt.

3 Beredeneer of de intensiteit van het zonlicht dat op de aardatmosfeer terechtkomt, in werkelijkheid groter of kleiner is dan je bij 1 hebt berekend.
4 Zoek in Binas de afstand aarde-zon op en reken op basis van het antwoord bij 1 het stralingsvermogen van de zon uit.

Conclusie

6 Beantwoord de onderzoeksvragen.
Vergelijk je antwoorden met de waarden die je in Binas kunt vinden. Bedenk mogelijke oorzaken voor een afwijking. Beredeneer of deze oorzaken resulteren in een groter vermogen of juist een lager vermogen van de zon en of deze oorzaken de afwijking van de meetresultaten kunnen verklaren.

EXPERIMENT 3 Absorptie en emissiespectra (begripspracticum)

Inleiding

In de theorie van deze paragraaf worden verschillende soorten spectra genoemd: emissie- en absorptiespectra, lijnen- en continue spectra. In dit experiment onderzoek je de spectra van verschillende lichtbronnen.

Onderzoeksvragen

1 Welke lichtbronnen hebben welk soort spectrum?
2 Hoe ontstaat een absorptiespectrum?
3 Hoe ontstaat een emissielijnenspectrum?

Benodigdheden

gloeilamp; ledlamp; tl-lamp; gasontladingsbuizen met bijbehorende fitting en voeding; natriumlamp; bunsenbrander; tralie; porseleinen schoteltje; lens (ongeveer +10 dpt); lenshouder; keukenzout

Uitvoering

- Bekijk achtereenvolgens door de tralie het spectrum van de gloeilamp, ledlamp, tl-lamp en de verschillende gasontladingsbuizen. Maak van elk spectrum een duidelijke tekening in je schrift.
- Ontsteek de bunsenbrander. Zorg voor een gele vlam. Bekijk de vlam door de tralie en teken het spectrum dat je ziet. Houd voorzichtig boven de gele vlam korte tijd een porseleinen schoteltje.
- Draai de luchttoevoer van de bunsenbrander zo ver open dat je een blauwe, ruisende vlam krijgt. Bekijk de vlam weer door de tralie en teken het spectrum dat je waarneemt. Houd weer kort het porseleinen schoteltje in de vlam.
- Draai de luchttoevoer van de bunsenbrander terug zodat je weer een gele vlam krijgt. Schakel de natriumlamp in en bundel het licht met de lens op de vlam. Bekijk met de tralie het licht van de natriumlamp door de gele vlam heen.
- Schakel de natriumlamp uit. Strooi een beetje keukenzout in de gele vlam en neem het spectrum via de tralie waar.

Verwerking

1 Vergelijk de spectra van de ledlamp, tl-lamp en de gasontladingsbuizen met elkaar. Welke verschillen en overeenkomsten zijn er? Hoe verschillen deze spectra van het spectrum van de gloeilamp?
2 Zonder tralie ziet het licht van de tl-lamp er wit uit. Verklaar dit op basis van het spectrum.
3 Hoe noem je het spectrum van de gele vlam van de bunsenbrander? Waar lijkt dit spectrum het meest op: op dat van een gloeilamp of op dat van een gasontladingsbuis?
4 Verklaar wat er met het porseleinen schoteltje gebeurde toen je het in de vlam hield.
5 Geef een mogelijke verklaring voor het ontstaan van het spectrum van de gele vlam.
6 Waar lijkt het spectrum van de ruisende vlam het meest op: op dat van een gloeilamp of op dat van een gasontladingsbuis?
7 Geef een mogelijke verklaring voor het ontstaan van het spectrum van de blauwe vlam. Denk aan je waarneming met het schoteltje dat je in de vlam hebt gehouden.
8 Hoe noem je het spectrum dat je waarneemt als je het keukenzout in de gele vlam strooit? Geef een verklaring voor het ontstaan van dit spectrum.

Conclusie

9 Beantwoord de onderzoeksvragen.

ONDERZOEK Spectrum meten met je telefoon

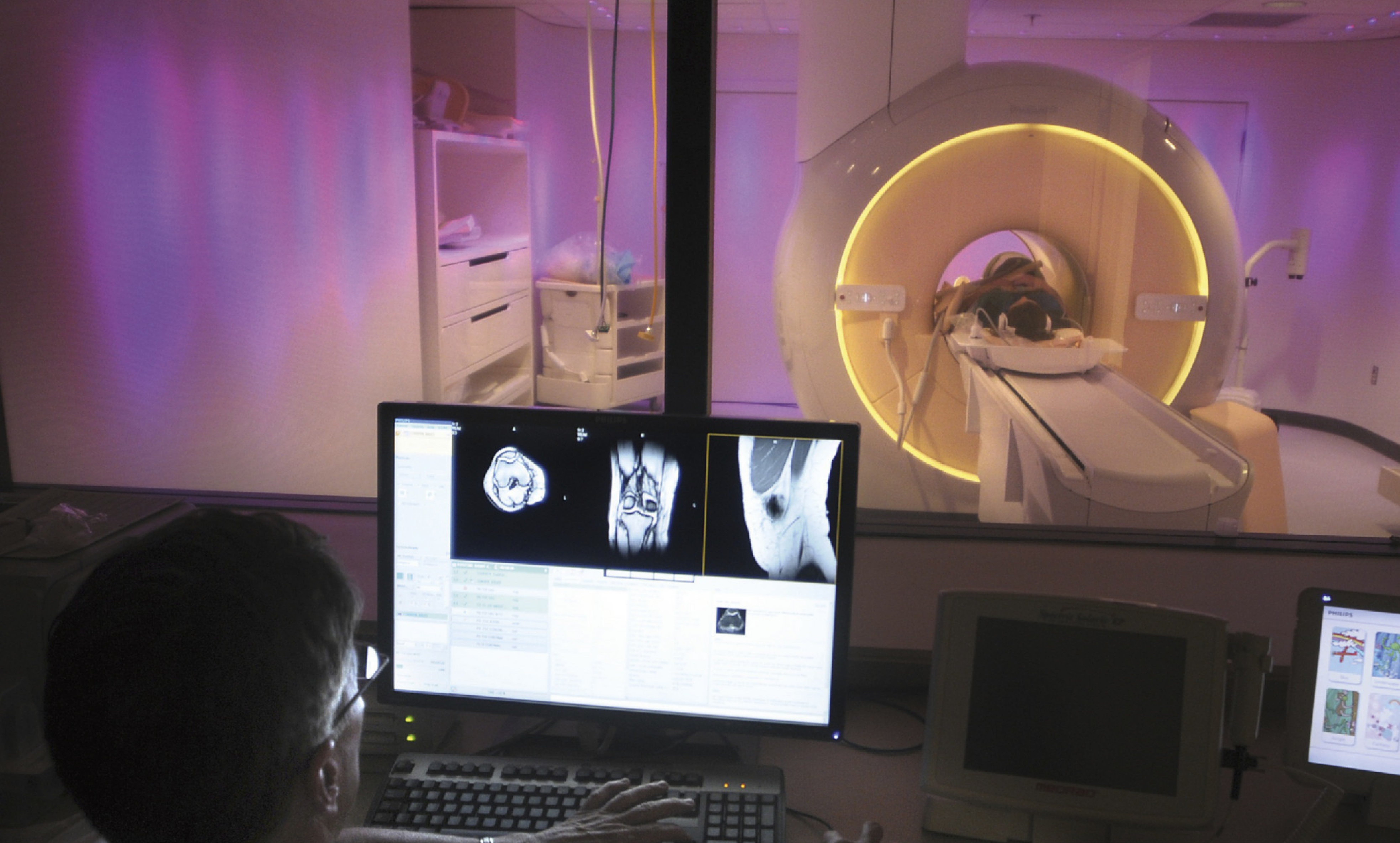
Inleiding

Verschillende lichtbronnen zenden een verschillend soort spectrum uit. Dit spectrum kun je kwantitatief onderzoeken met behulp van de camera in je mobiele telefoon. Bouw hiervoor een spectrometer die je op je telefoon kunt aansluiten. Je maakt dan een foto van het spectrum dat je vervolgens met de computer kunt analyseren. Op internet vind je instructies hoe je dit kunt doen. Een goed begin is bijvoorbeeld de website http://spectralworkbench.org.

Onderzoeksvragen

1. Hoe kun je met je mobiele telefoon een spectrometer bouwen?
2. Hoe nauwkeurig is de golflengte met behulp van deze spectrometer te bepalen?
3. Hoe nauwkeurig is de lichtintensiteit met behulp van deze spectrometer te bepalen?
4. Kun je met je spectrometer fraunhoferlijnen in zonlicht zichtbaar maken?
5. Hoe ziet het spectrum van verschillende lichtbronnen eruit?

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 10

Ioniserende straling

Er zijn veel soorten straling die volstrekt ongevaarlijk zijn: licht, radiostraling en infraroodstraling. Ioniserende straling kan wel gevaarlijk zijn: de energie ligt hoger dan die van zichtbaar licht. Er zijn veel technische toepassingen van dit soort straling. In dit hoofdstuk gaat het over de medische toepassingen. Als je in het ziekenhuis een röntgenfoto laat maken, dan word je met ioniserende straling bestraald. Ook wordt ioniserende straling gebruikt om kanker te behandelen. Doordat artsen en radiologen de straling op een verstandige manier gebruiken is het gezondheidsvoordeel altijd groter dan het gezondheidsrisico.

Praktijk

Theorie

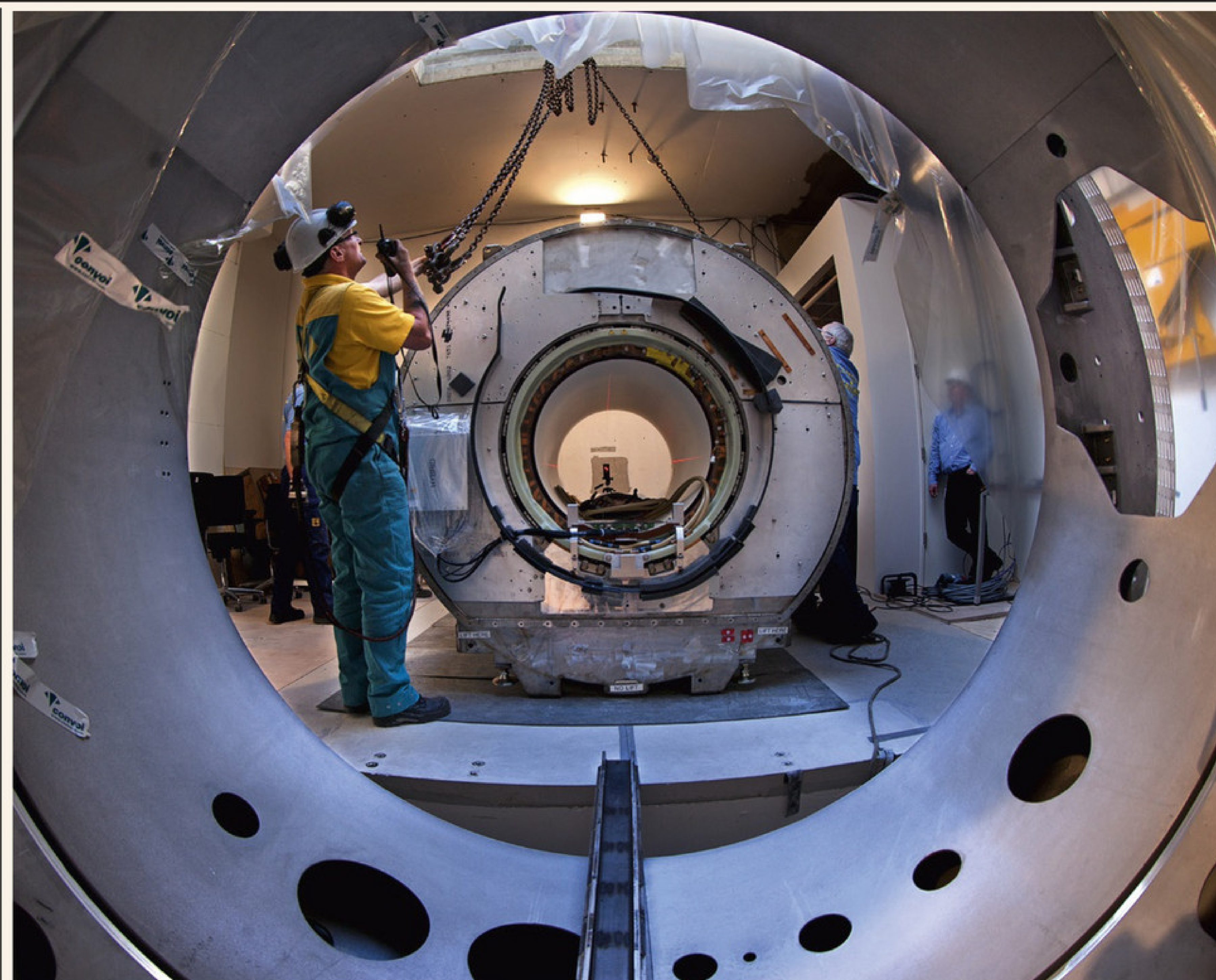
Maatschappij

Maak de online Voorkennistoets voordat je aan dit hoofdstuk begint.

Praktijk

Nooit meer 'blind' bestralen

Onderzoekers aan de Universiteit Utrecht hebben een apparaat ontwikkeld om tumoren met grote precisie in beeld te brengen en tegelijkertijd te behandelen zonder te snijden. In plaats van een mes gebruiken ze röntgenstralen. Na een ontwikkeling van bijna twintig jaar kunnen de eerste patiënten behandeld worden.



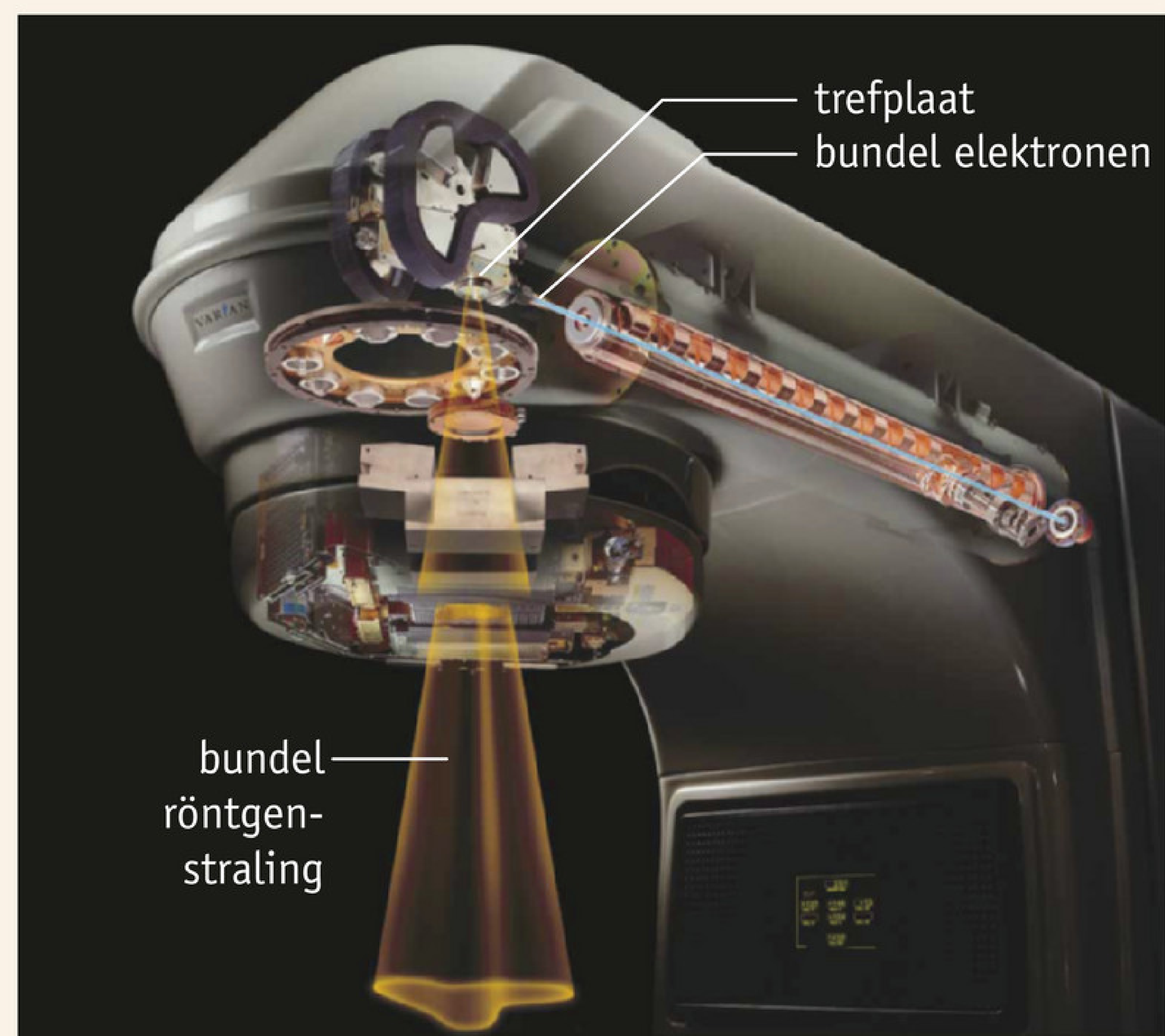
Blind schieten

Voordat een patiënt met kanker behandeld kan worden, wil een arts weten waar de tumor zich bevindt en hoe groot deze is. Er zijn verschillende beeldvormingstechnieken waarmee tumoren in beeld kunnen worden gebracht. Een daarvan is een MRI-scan. Deze techniek maakt gebruik van radiogolven, die ongevaarlijk zijn voor de patiënt.
Nu de locatie van de tumor bekend is, neemt de arts een biopt van de tumor. Daar wordt een celkweek van ingezet, nodig voor het opstellen van een behandelplan. De celkweek kost tijd, waardoor er dagen, soms weken zitten tussen de MRI-scan en het begin van de behandeling. In de tussentijd kan de positie van de tumor iets veranderen. Dat is een probleem wanneer de behandeling bestaat uit het bestralen van de tumor met ioniserende stralen. Om de tumor te vernietigen, maar zo min mogelijk gezond weefsel te schaden, wordt een iets groter gebied bestraald met een relatief lage dosis. Het nadeel is dat gezond weefsel vaak alsnog schade ondervindt en de tumor wellicht onvoldoende wordt aangepakt. Een nieuwe MRI-scan maken is niet altijd een oplossing. Vaak bestaan behandelingen uit bestralingen verspreid over meerdere dagen in een periode van weken. En de tumor kan ook tijdens het bestralen bewegen door bijvoorbeeld de ademhaling van de patiënt.

Het onmogelijke mogelijk maken

Tijdens een lunchpauze in 1999 besloten twee Nederlandse radiologen, Jan Lagendijk en Bas Raaymakers, een oplossing te vinden voor dit probleem. Hun doel was het gelijktijdig combineren van

Raaymakers: “Ik denk dat toekomstige radiologen rillen wanneer ze terugdenken aan tijden waarin er geen direct beeld was tijdens bestraling.”



figuur 1 De zogenoemde gantry, met daarin de linac, kan ronddraaien en de patiënt van alle gewenste kanten bestralen.

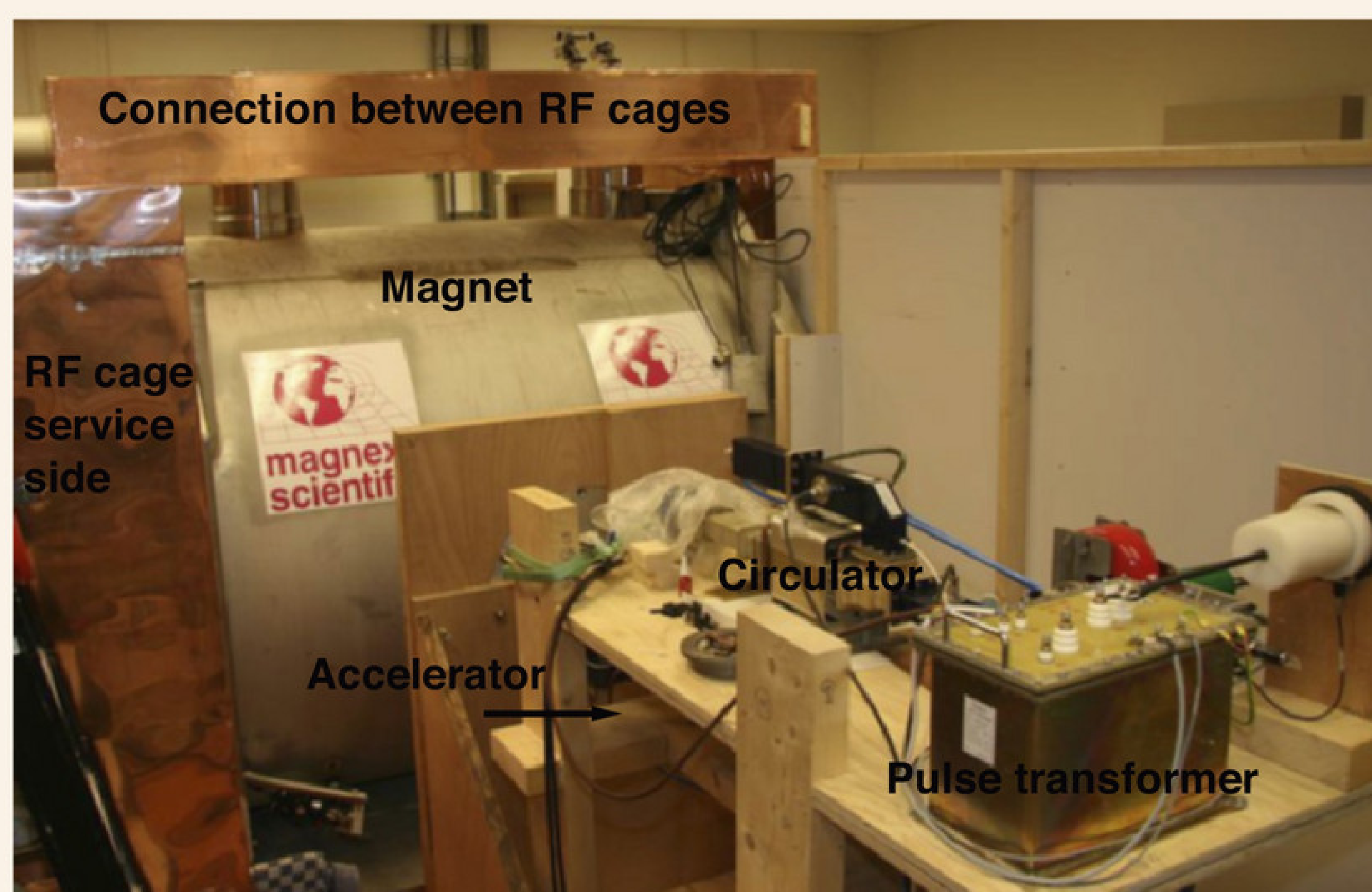
MRI-beeldvorming met de behandeling door bestraling. Als dat zou lukken, dan zou de bestraling veel gerichter plaats kunnen vinden. Ze waren niet de eersten met dit idee, maar niemand dacht dat deze combinatie mogelijk was. Lagendijk en Raaymakers waren echter eigenwijs en hebben doorgezet.

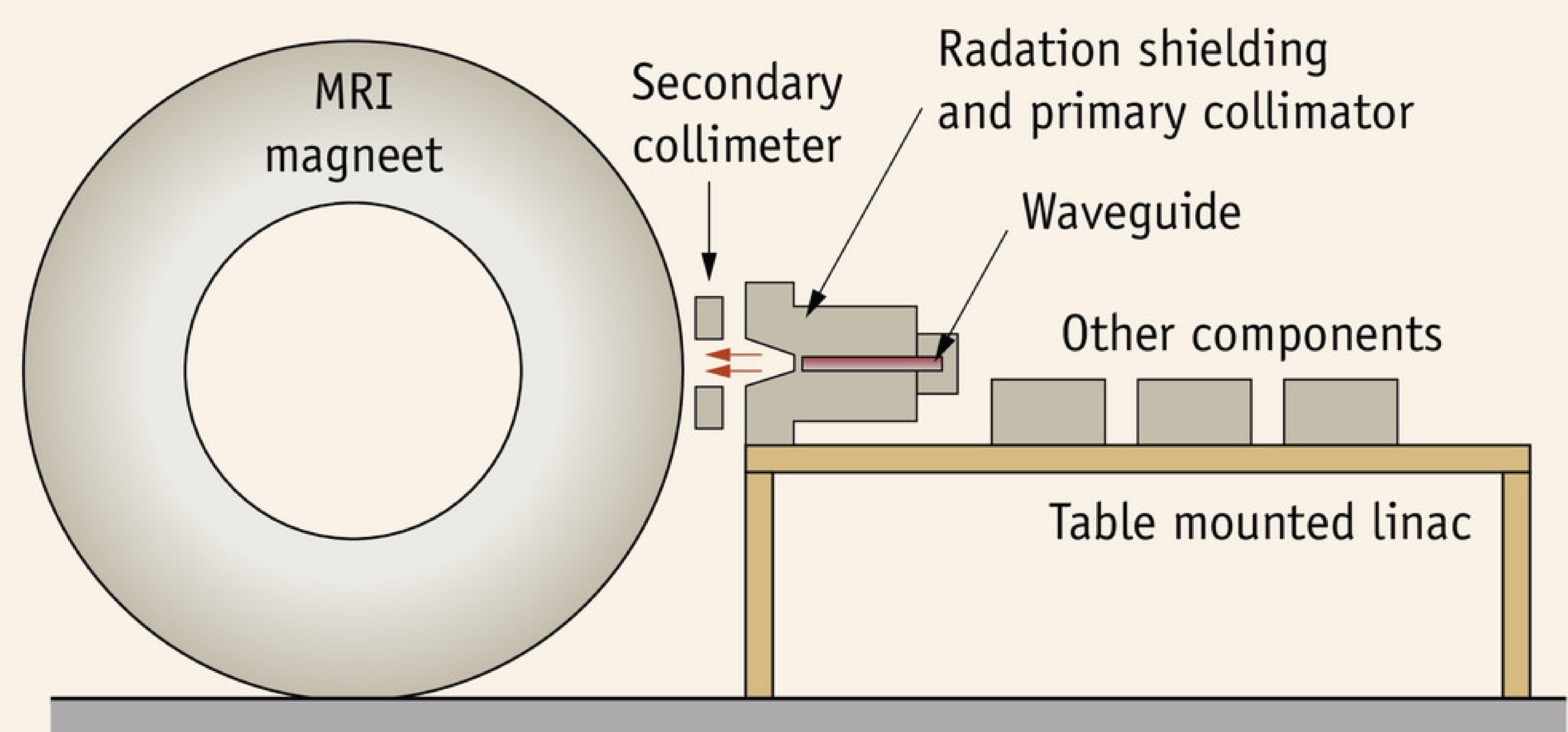
Als je weet hoe de apparatuur voor beeldvorming en bestraling werkt, is het begrijpelijk waarom de combinatie technisch onhaalbaar werd geacht. Een MRI-scanner maakt gebruik van een zeer sterk magneetveld (≈ 1,5 T). Dit magneetveld wordt opgewekt door supergeleidende spoelen die tot nabij het absolute nulpunt gekoeld moeten worden. Alleen dan kunnen ze de enorme elektrische stroom geleiden die nodig is voor het opwekken van zo’n sterk magneetveld. Voor de bestraling wordt meestal een lineaire versneller (linac) gebruikt om elektronen te versnellen (figuur 1). De elektronen botsen op een trefplaat waarbij, afhankelijk van de energie van de elektronen, een bundel röntgen- of gammastraling vrijkomt waarmee de patiënt wordt bestraald. De vorm van de bundel kan ingesteld worden zodat deze zo goed mogelijk overeenkomt met het te bestralen gebied. Ook kan de patiënt van verschillende richtingen worden bestraald: de patiënt ligt stil en de bron beweegt rond de patiënt.

Bij MRI bevindt een patiënt zich midden in de scanner, dus het is dan lastig ook een linac op korte afstand van de patiënt te plaatsen. Bovendien zouden de elektronen in de linac door het sterke magneetveld van de MRI-scanner van richting kunnen veranderen. Ook zijn veel onderdelen van de linac niet ontworpen om in een sterk magneetveld te werken. Omgekeerd beïnvloedt de linac de precisie van de beeldvorming. De bestraling wordt zo zeer onbetrouwbaar, wat risicovol is voor de patiënt.

Dure karbonade

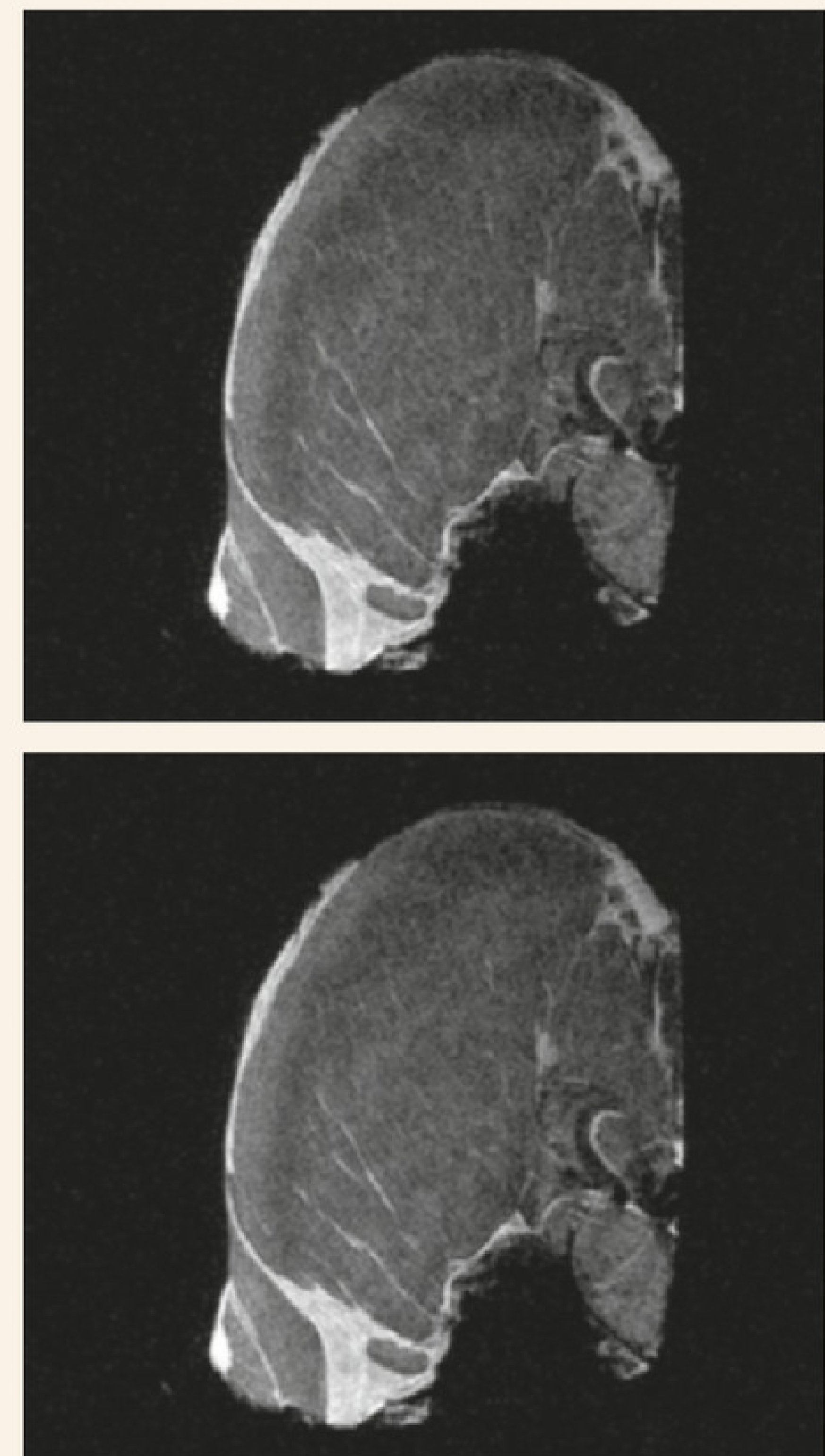
Lagendijk en Raaymakers wilden toch werken aan een *proof of concept*, een belangrijke eerste stap om sceptische mensen te overtuigen van de combinatie van MRI en linac. Ze werkten daarvoor samen met de producenten van linacs (Elekta) en MRI-scanners (Philips). Eerst werd een vaste linac aangepast om te kunnen werken in het magneetveld van een MRI (figuur 2). Met dit prototype voerden Lagendijk en Raaymakers in 2009 een succesvolle test uit op een





figuur 2 het prototype van de MRI-linac uit 2009

karbonade. Ze maakten twee identieke MRI-scans: één zonder, en één met stralingsbundel (figuur 3). Voor een medische toepassing moet de linac ook nog eens om de patiënt kunnen bewegen en moet de vorm van de bundel aangepast kunnen worden. Dat werd het volgende doel. Bijna tien jaar na de test op de karbonade, op vrijdag 19 mei 2017, werd de eerste test op een patiënt uitgevoerd. Het resultaat is spectaculair te noemen: de stralingsdosis werd met een ruimtelijke afwijking van slechts 0,2 mm toegepast. Voor Raaymakers, vanaf het begin betrokken bij de ontwikkeling, een emotioneel moment: “Je weet dat het gaat werken; alle tests waren goed, maar dit is het echte werk. Het team was goed voorbereid, maar de spanning was te voelen en na de behandeling bleef het even stil, voordat mensen elkaar gingen feliciteren.” Lagendijk verwacht dat deze manier van bestralen over vijf tot tien jaar de nieuwe standaard zal zijn. Elekta bouwt inmiddels een fabriek die honderd MRI-linac-apparaten per jaar kan produceren.



▲ **figuur 3** twee identieke MRI-afbeeldingen van een karbonade: boven zonder, onder met bestraling

Alternatieven

Er zijn ook andere manieren voor het tegelijkertijd zichtbaar maken en behandelen van tumoren. Zo kunnen tumoren ultrageluid absorberen, geluid met een hoge frequentie. De tumor warmt daardoor op en brandt weg. Het is prettig als het geluid zo precies mogelijk wordt gebundeld, om gezond weefsel te sparen. Hiervoor is, ook in Utrecht, MRI-geleide *High Intensity Focussed Ultrasound* ontwikkeld.

Een andere recente ontwikkeling is het gebruik van protonen voor bestraling. In tegenstelling tot de fotonen van röntgen- en gammastraling hebben protonen massa en dus geven ze op een andere manier hun energie af in weefsel. De stralingsdosis komt daardoor preciezer terecht in de tumor. Helaas kan protonentherapie niet gecombineerd worden met MRI. Het is wel mogelijk om in plaats van MRI een CT-scan te maken tijdens de protonenbehandeling. Door het pionierswerk van Lagendijk en Raaymakers is de druk hoog om die combinatie ook mogelijk te maken.

Marie Curie aan het front

Aan het begin van de twintigste eeuw was de aanschaf van een röntgentoestel voor veel ziekenhuizen nog een stap te ver: de apparatuur was lastig te bedienen, niet erg betrouwbaar en vrij groot. De Pools-Franse schei- en natuurkundige Marie Curie was aan het begin van de Eerste Wereldoorlog de drijvende kracht achter het ontwikkelen van mobiele röntgenapparaten die vlak bij het front ingezet konden worden (figuur 4). Gewonde soldaten konden zo snel worden onderzocht, bijvoorbeeld voor het verwijderen van kogels of granaatscherven. Na behandeling konden ze weer snel terug naar het front. Zowel de arts als Curie, vaak aanwezig om het röntgenapparaat te bedienen, ontving zelf een hoge stralingsbelasting. Curie is in 1934 op 66-jarige leeftijd overleden, hoogstwaarschijnlijk aan de gevolgen van de hoge dosis straling die ze gedurende haar leven heeft opgelopen.



▲ **figuur 4** een mobiele röntgenkamer uit de Eerste Wereldoorlog

Opdracht

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdracht uitvoert.

1 Protonentherapie

In de laatste jaren is behandeling van kanker met behulp van protonen in opkomst. In Nederland zijn vier centra gepland voor protonentherapie, waarvan de eerste opende in 2018. De verwachting is dat bij protonentherapie een groter deel van de stralingsdosis aan de tumor afgegeven wordt dan bij bestraling met fotonen. Of dat in de praktijk ook zo is wordt momenteel onderzocht.

In figuur 5 is de energie van protonen uitgezet tegen de indringdiepte. Het gaat hier om protonen die met een energie van 200 MeV water binnendringen. Protonen gedragen zich in water hetzelfde als in biologisch weefsel.

Uit figuur 5 blijkt dat de *stopping power*, de energie-afname per centimeter indringdiepte, aan het begin veel kleiner is dan aan het eind.

a Bepaal met behulp van figuur 5 tot welke indringdiepte de stopping power voor deze protonen in water kleiner is dan 10 MeV cm^{-1}.

In een onderzoek naar de bestraling van tumoren doet men een experiment waarbij een bolletje paraffine beschoten wordt met protonen. Het bolletje is bevestigd op een plaat. Het geheel bevindt zich in een bak met water (figuur 6). Protonen gedragen zich in paraffine hetzelfde als in water.

Men stelt drie eisen aan de bestraling:

- het water ontvangt een lage stralingsdosis;
- het bolletje ontvangt een hoge stralingsdosis;
- de plaat ontvangt een stralingsdosis gelijk aan nul.

b Leg uit dat de linkerkant van de plaat zich moet bevinden op een afstand van 26 cm van de plaats waar de protonen het water binnenkomen. Bespreek daarbij alle drie de eisen.

Protonen met een hogere beginenergie komen in water verder dan protonen met een lagere beginenergie. Stel dat men de plaat met het bolletje 10 cm meer naar links zou plaatsen.

c Leg uit welke beginenergie de protonen moeten hebben om opnieuw aan dezelfde eisen te voldoen.

Bij bestraling met gammastraling absorbeert elke centimeter water een vast percentage fotonen. De energie van de fotonen verandert daarbij niet.

d Leg met behulp van figuur 5 en 6 uit dat bij protonentherapie een groter deel van de stralingsdosis wordt afgegeven aan het bolletje paraffine dan bij gebruik van gammastraling.

De stralingsdosis kan nog nauwkeuriger worden afgegeven als de tumor tijdens de behandeling in beeld kan worden gebracht.

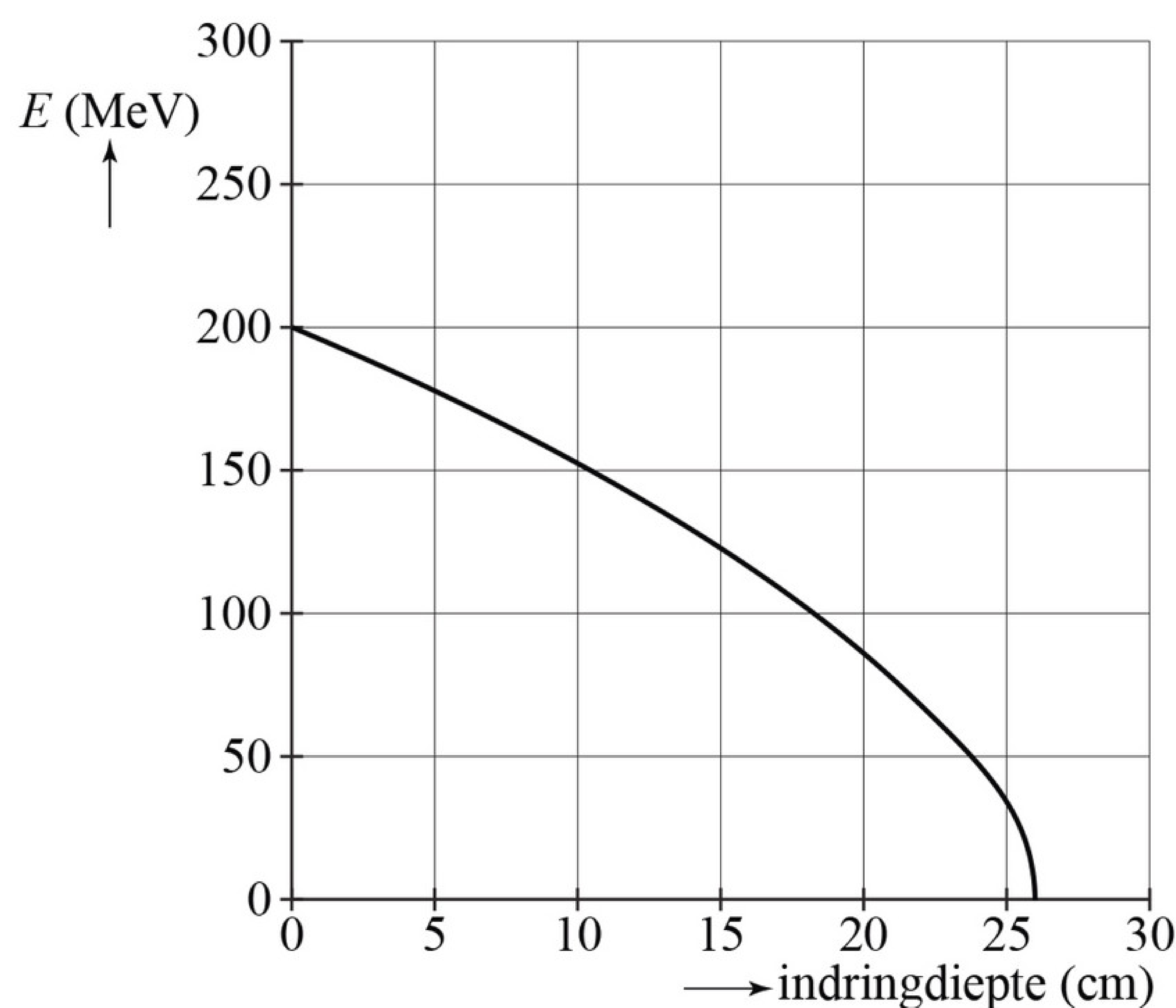
e Leg uit waarom een MRI-scanner in combinatie met protonentherapie hiervoor ongeschikt is.

Er bestaan wel experimentele toepassingen waarbij protonentherapie wordt gecombineerd met CT.

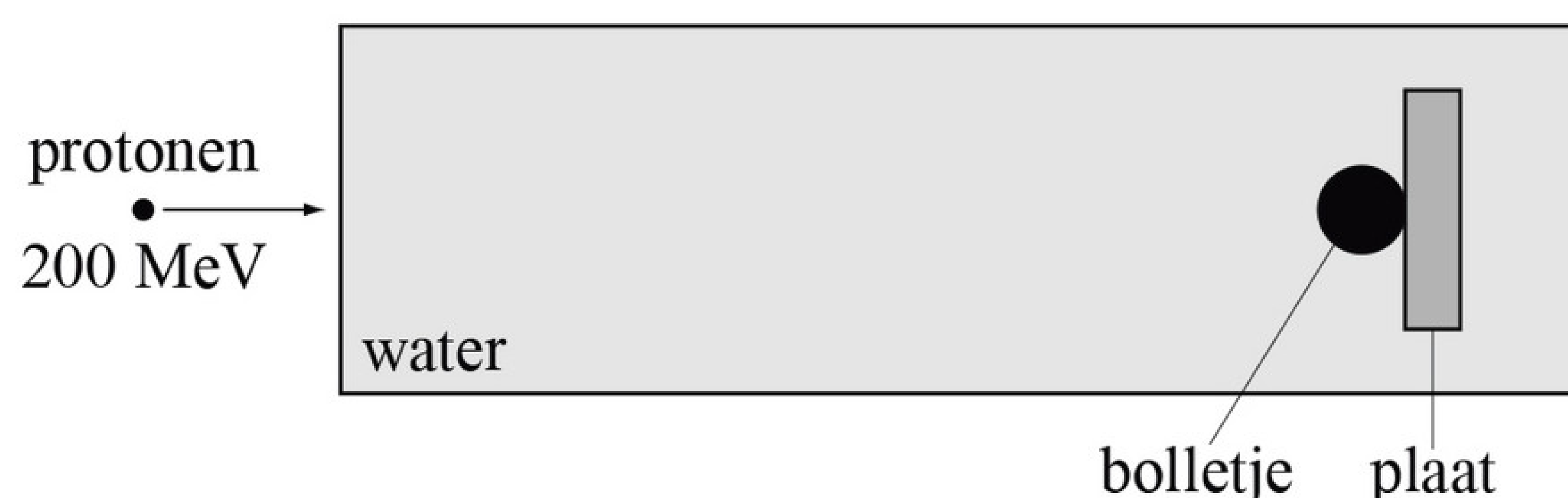
f Leg uit waarom CT wel geschikt is in combinatie met protonentherapie.

g Noem een belangrijk nadelig gezondheidseffect van gebruik van CT in vergelijking met MRI.

naar: examen 2010-II



▲ **figuur 5** energie van protonen bij binnendringen van water



▲ **figuur 6** proefopstelling

1 Soorten straling

In deze paragraaf leer je:
- verschillende soorten ioniserende straling en hun eigenschappen benoemen;
- beschrijven wat het verschil is tussen dracht en doordringend vermogen;
- de volgorde van γ-, uv- en röntgenstraling in het elektromagnetisch spectrum benoemen;
- beschrijven uit welke deeltjes α-, β- en γ-straling bestaat;
- beschrijven wat het verband is tussen de eigenschappen van de stralingsdeeltjes en hun dracht of doordringend vermogen.

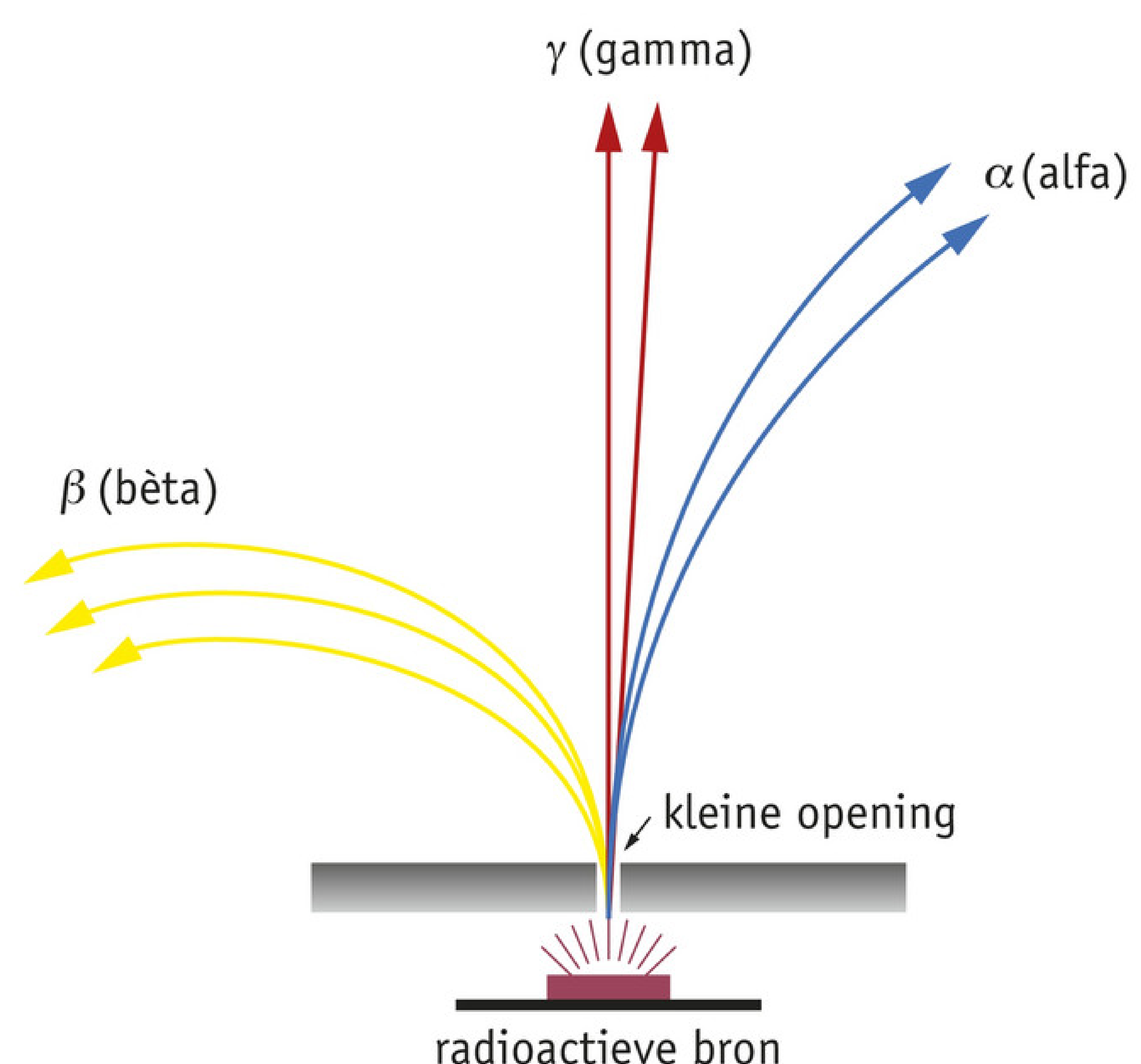
Verschillende stoffen blijken van nature straling uit te zenden die atomen en moleculen kan ioniseren. Een deel van deze straling is elektromagnetische straling, ofwel fotonen, met een energie hoger dan die van zichtbaar licht. Een ander deel bestaat uit geladen deeltjes met massa: elektronen en heliumkernen.

Ionisatie-energie

Wanneer de energie van de fotonen in elektromagnetische straling groot genoeg is, dan kunnen ze atomen of moleculen ioniseren (hoofdstuk 9, paragraaf 5). Er komt dan een elektron vrij en er blijft een positief geladen ion achter. De ionisatie-energie voor een waterstofatoom in een gas is bijvoorbeeld 13,6 eV. Om uit een metaal een elektron vrij te maken is minder energie nodig: ongeveer 2 - 4 eV (Binas tabel 24). Voor veel moleculen is de ionisatie-energie groter. Zo is er ongeveer 5 eV nodig om de basen in DNA te ioniseren. Deze ionisaties kunnen in DNA schade veroorzaken waardoor cellen ongeremd gaan delen en er een tumor ontstaat. Vanaf een energie van 10 eV raken vrijwel alle stoffen geïoniseerd. Daarom wordt straling met een foton-energie groter dan 10 eV per definitie **ioniserende straling** genoemd.
Elektromagnetische straling heeft verschillende namen, afhankelijk van de fotonenergie. Zo hebben de fotonen in **ultravioletstraling (uv)** een energie tussen de 4 en 125 eV. De meeste uv-straling is dus ook ioniserende straling. Vanaf 125 eV volgen, met oplopende energie, zachte en harde **röntgenstraling** en vervolgens zachte en harde **gammastraling**. In Binas tabel 19B vind je de bijbehorende energieën.

Alfa-, bèta- en gammastraling

Wanneer je ioniserende straling van verschillende stoffen door een magneetveld stuurt, dan zijn er drie verschillende soorten te herkennen (figuur 1). Ernest Rutherford (1871–1937) noemde deze drie soorten alfa-, bèta- en gammastraling. Gammastraling wordt niet afgebogen en bestaat dus uit deeltjes zonder lading. Het is hoogenergetische elektromagnetische straling.
De twee andere soorten, alfa- en bètastraling, worden wel afgebogen en bestaan dus uit geladen deeltjes. Het zijn deeltjes met massa en hun energie bestaat uit kinetische energie, afhankelijk van hun snelheid.

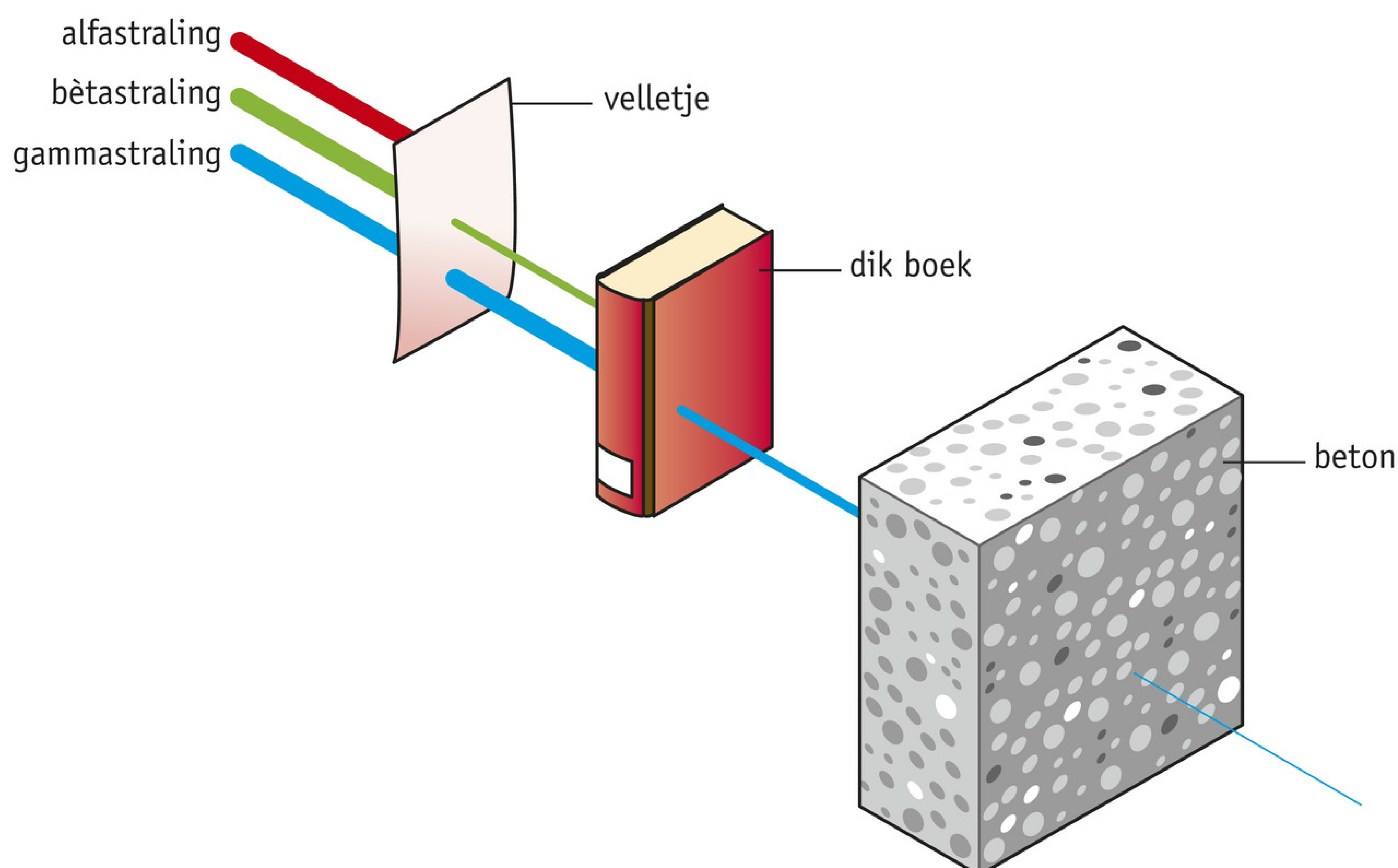


▶ **figuur 1** verschil in gedrag van alfa-, bèta- en gammastraling in een magneetveld

α-straling (alfastraling) bestaat uit kernen van heliumatomen (twee protonen, twee neutronen). Als deze heliumkernen een materiaal binnendringen, botsen ze vooral met de elektronen en een enkele keer met een atoomkern. Bij elke botsing wordt een elektron weggeschoten en verliest het α-deeltje een deel van zijn energie. Doordat α-deeltjes vergeleken met β-deeltjes groot en zwaar zijn, botsen ze gemakkelijk en vaak en verliezen ze snel hun energie zonder dat hun richting verandert.
β-straling (bètastraling) bestaat uit elektronen en verliest haar energie in een soortgelijk proces als bij α-straling. Een elektron heeft echter een veel kleinere massa dan een heliumkern. De elektronen botsen tegen andere elektronen. Het gevolg hiervan is dat het inkomende deeltje een grillige baan door het materiaal volgt. De afstand tussen de botsingen is groter dan bij een α-deeltje.

Doordringend en ioniserend vermogen

Zowel α- als β-straling verliest per ionisatie een energie van ongeveer 10 eV. Omdat hun energie uiteindelijk opraakt, kunnen deze deeltjes – afhankelijk van het materiaal – niet verder doordringen dan een zekere diepte. Die maximale indringdiepte wordt **dracht** genoemd. β-straling veroorzaakt per afgelegde afstand in een stof minder ionisaties dan α-straling. Het **ioniserend vermogen** van β-straling is dus lager dan dat van α-straling. Daardoor is deze straling minder makkelijk te stoppen dan α-straling en heeft dus een groter **doordringend vermogen** en een grotere dracht (figuur 2).
Elektromagnetische straling heeft een lager ioniserend vermogen dan α- en β-straling, waardoor het doordringend vermogen hoger is. Hoe de fotonen energie verliezen hangt af van hun energie. De fotonen van zachte röntgenstraling, met een fotonenergie tot ongeveer 10 keV, verliezen hun energie via het foto-elektrisch effect waarbij het foton verdwijnt (hoofdstuk 9). Fotonen van harde röntgen- en γ-straling verliezen daarnaast ook stapsgewijs energie door verstrooiing. Hierbij dragen ze een deel van hun energie (tussen 0 eV en de fotonenergie) over aan een elektron dat daardoor wegschiet. Het foton met zijn restenergie kaatst weg, op weg naar een volgende ionisatie. Harde röntgen- en γ-straling is nooit helemaal te stoppen: er is altijd wel een klein deel van de straling dat ongehinderd doordringt (figuur 2). Bij dit soort straling kun je dus niet spreken van een bepaalde maximale indringdiepte, of dracht. Deze eigenschap maakt het mogelijk röntgenfoto's te maken (figuur 3).



▲ **figuur 2** Het doordringend vermogen van alfa, bèta- en gammastraling verschilt sterk. De dikte van de lijn is een maat voor het aantal deeltjes.



▲ **figuur 3** De eerste röntgenfoto was die van de hand van Anna Bertha Röntgen, de vrouw van Wilhelm Röntgen, de ontdekker van de naar hem genoemde straling.

Onthoud!

- Ioniserende straling is straling die in staat is atomen of moleculen te ioniseren. Straling waarbij de deeltjes meer dan 10 eV energie hebben wordt per definitie ioniserende straling genoemd.
- De vier belangrijkste soorten ioniserende straling:
  – α-straling (heliumkernen);
  – β-straling (elektronen);
  – uv-straling (elektromagnetische straling tot 125 eV);
  – γ-straling en röntgenstraling (elektromagnetische straling vanaf 125 eV).
- α- en β-straling geven per ionisatie ongeveer 10 eV energie af aan een molecuul, bij γ- en röntgenstraling ligt deze energie tussen 0 eV en de fotonenergie.

Opdrachten

1 Eigenschappen van straling
In de tekst zijn de volgende soorten ioniserende straling besproken: α, β, uv, röntgen en γ. Elk stralingstype heeft andere eigenschappen.
Maak een tabel met vijf rijen, één voor elke soort straling, met de volgende kolommen: soort straling, soort deeltje, lading, massa, formule om energie te berekenen, ioniserend vermogen, doordringend vermogen. Vul de tabel vervolgens in.

2 Doordringend en ioniserend vermogen
Gammastraling heeft een hoog doordringend vermogen en een laag ioniserend vermogen. Bij alfastraling is dat juist andersom. Deze twee eigenschappen lijken dus omgekeerd evenredig te zijn.
Geef hiervoor een verklaring.

3 Stralingsdeeltjes scheiden
In figuur 1 worden verschillende soorten stralingsdeeltjes met een magneetveld van elkaar gescheiden.
a Beredeneer of het magneetveld het papier in of uit is gericht.

Er kan ook een elektrisch veld gebruikt worden om de deeltjes te scheiden.
b Leg uit waarom het effect vergelijkbaar is als bij gebruik van een magneetveld.
c Beredeneer in welke richting het elektrisch veld gericht moet zijn zodat de deeltjes in eenzelfde richting worden afgebogen als in figuur 1.

4 Vroege toepassingen
Kort na de ontdekking van ioniserende straling had men minder oog voor de gevaren dan nu. In deze opdracht bekijk je drie vroege toepassingen van ioniserende straling.

Bij zwangere vrouwen werd een röntgenfoto van het bekken genomen, om te zien of er genoeg ruimte was voor een natuurlijke geboorte, of dat een keizersnede noodzakelijk zou zijn.
a Benoem het stralingsdeeltje in deze toepassing.

Wijzers van horloges werden beschilderd met radiumverf. Door het radioactief verval lichtten de wijzers in het donker op. Dit was ongevaarlijk voor de drager van het horloge, omdat de straling niet door de behuizing heen kon komen.
b Leg uit welk soort straling het radium uitzendt.

In schoenwinkels keek de verkoper met een fluorescoop of de schoen paste. Gedurende 20 s wiebelde de klant met zijn tenen, op een beeldscherm was te zien of er ruimte was in de schoen.

c Leg uit welk soort straling de fluorescoop waarschijnlijk uitzond.

5 α- en β-straling vergeleken [1]

Bij α- en β-straling spelen geladen deeltjes een rol die door botsingen andere atomen ioniseren. Het belangrijkste verschil tussen deze twee soorten straling is het geladen deeltje zelf.

a Noem de deeltjes die voorkomen in α- en β-straling.

b Bereken de massaverhouding tussen beide deeltjes (α : β). Geef je antwoord in twee significante cijfers.

c Verklaar de verschillen in gedrag van α- en β-straling vanuit het verschil in massa van de betreffende deeltjes (dus niet vanuit het verschil in lading).

6 Uv-straling

Bij uv-straling wordt vaak onderscheid gemaakt tussen uv-A en uv-B.

a Zoek in Binas de golflengten van beide soorten uv-straling op en bereken de energie van de bijbehorende fotonen in elektronvolt.

b Leg op basis van de fotonenergie uit welke van deze twee soorten straling, uv-A of uv-B, het gevaarlijkst is.

Straling met een energie van 124 eV is nog net uv-straling.

c Bereken de bijbehorende golflengte.

7 α- en β-straling vergeleken [2]

Van de vier belangrijkste soorten ioniserende straling geldt α-straling als de gevaarlijkste, maar deze straling is wel het makkelijkst tegen te houden. De gemiddelde (kinetische) energie van een heliumkern in α-straling ligt rond de 5,0 MeV.

a Bereken de gemiddelde snelheid van een α-deeltje.

De dracht van α-straling in water is 1 mm.

b Bereken hoeveel ionisaties een heliumkern gemiddeld maakt per millimeter indringdiepte.

Een β-deeltje verliest in water per centimeter indringdiepte circa 2 MeV energie.

c Bereken hoeveel ionisaties een β-deeltje gemiddeld veroorzaakt per *millimeter* indringdiepte.

d Vergelijk je antwoord op opdrachten b en c en verklaar hiermee waarom α-straling gevaarlijker is dan β-straling.

8 Protonenstraling

Er is een soort ioniserende straling die bestaat uit protonen.

a Leg uit of je bij dit soort straling kunt spreken van dracht.

b Leg uit of het doordringend vermogen van protonenstraling hoger of lager zal zijn dan dat van α-straling.

2 Gezondheidseffecten van straling

In deze paragraaf leer je:
- de risico's van verschillende soorten ioniserende straling voor mens en milieu benoemen;
- het verschil beschrijven tussen dosis, equivalente dosis en effectieve totale lichaamsdosis;
- berekeningen uitvoeren met (equivalente) dosis;
- het verschil beschrijven tussen bestraling en besmetting en wat de gezondheidseffecten hiervan zijn;
- uitleggen hoe een dosismeter gebruikt wordt ter voorkoming van een te hoge stralingsdosis.

Wanneer je een röntgenfoto laat maken in het ziekenhuis word je bestraald met ioniserende straling. De ionisaties in je lichaam kunnen schade veroorzaken aan cellen. Gelukkig is het risico op schade in dit geval erg klein. Toch moet altijd worden afgewogen of dit risico opweegt tegen het nut van het maken van de foto. Daarvoor is het nodig dat je weet wat het biologische effect is van de straling.

Schade door ioniserende straling

Straling veroorzaakt schade aan weefsel door ionisaties. Het aantal ionisaties dat optreedt en dus ook de schade is evenredig met de door het weefsel geabsorbeerde energie. Het begrip **stralingsdosis** geeft de hoeveelheid energie aan van ioniserende straling die per kilogram materie wordt geabsorbeerd. De stralingsdosis bereken je met:

$$D = \frac{E}{m}$$

Hierin is:
- D de stralingsdosis in gray (Gy);
- E de geabsorbeerde energie in joule (J);
- m de massa van de stof die de straling absorbeert in kilogram (kg).

De stralingsdosis wordt vaak kortweg dosis genoemd.

Voorbeeldopgave 1

Om bederf tegen te gaan wordt een partij peulvruchten met een massa van 75 kg bestraald met een dosis van 1,0 kGy.

a Bereken hoeveel energie de partij peulvruchten heeft geabsorbeerd.

b Beredeneer hoe groot de dosis zou zijn wanneer dezelfde energie wordt geabsorbeerd door 300 kg garnalen.

Uitwerking

a De hoeveelheid geabsorbeerde energie volgt uit $E = D \cdot m$. Invullen van de gegevens geeft: $E = 1{,}0 \cdot 10^3 \times 75 = 75 \cdot 10^3$ J

b Het maakt niet uit of het nu om garnalen gaat of om peulvruchten, het gaat om de massa: die is vier keer zo groot geworden. De energie is gelijk gebleven, dus de dosis is vier keer zo klein geworden: $D = 0{,}25$ kGy.

In de gezondheidszorg wordt gebruikgemaakt van het schadelijke effect van ioniserende straling. Deze medische toepassing wordt **radiotherapie** genoemd. Door tumoren te bestralen ontstaat schade aan celonderdelen en DNA. Tumorcellen zijn vaak slecht in staat deze schade te repareren, waardoor ze afsterven. Het is niet te voorkomen dat gezonde cellen worden bestraald, maar

die zijn vaak wel in staat ontstane schade te repareren. Door een tumor vanuit verschillende richtingen te bestralen wordt de schade aan gezond omliggend weefsel beperkt. Radiotherapie waarbij de bron zich in het lichaam bevindt wordt **brachytherapie** genoemd.
Ioniserende straling wordt ook gebruikt in medische beeldvormingstechnieken zoals het maken van röntgenfoto's. In dat geval moet de dosis zo laag mogelijk blijven om het schadelijke effect te beperken. Net als bij therapie kan bij beeldvormingstechnieken de bron zich zowel buiten als binnen het lichaam bevinden. In dat laatste geval worden radioactieve stoffen in het lichaam ingebracht. Dit wordt **nucleaire diagnostiek** genoemd. De verzamelnaam voor medische technieken waarbij radioactieve stoffen worden gebruikt heet **nucleaire geneeskunde**.

Dosisequivalent

Niet alle ioniserende straling veroorzaakt bij eenzelfde dosis evenveel schade in het lichaam. Het biologische effect van α-straling is groot, omdat deze veel schade binnen een klein gebied veroorzaakt. Om het effect van de verschillende soorten straling te kunnen vergelijken is de **equivalente dosis** gedefinieerd:

$$H = w_R \cdot D$$

Hierin is:
- H de equivalente dosis in sievert (Sv);
- w_R de stralingsweegfactor van de gebruikte straling (geen eenheid);
- D de stralingsdosis in gray (Gy).

De equivalente dosis wordt vaak het dosisequivalent genoemd, de stralingsweegfactor ook wel kwaliteitsfactor. Voor α-straling geldt $w_R = 20$; en voor β- en γ-straling: $w_R = 1$. Stralingsweegfactoren voor andere straling vind je in Binas tabel 27D3.

Effectieve totale lichaamsdosis

Vaak wordt bij medische beeldvorming slechts een deel van het lichaam bestraald. Zo wordt bij een röntgenfoto van de pols alleen de onderarm bestraald en de rest van het lichaam niet. Het dosisequivalent op de onderarm zegt weinig over de stralingsschade voor het hele lichaam. Met een weefselweegfactor (< 1) wordt het dosisequivalent op een deel van het lichaam omgerekend naar een **effectieve totale lichaamsdosis** H_{eff} met eenheid sievert (Sv). De effectieve totale lichaamsdosis is altijd lager dan het dosisequivalent voor een deel van het lichaam.
Voor de straling die mensen ontvangen zijn normen vastgelegd (Binas tabel 27D2). Die normen worden als een veilige grens gezien. Die grenzen zijn hoger voor mensen die vanuit hun beroep met straling werken. Niet omdat zij beter tegen straling kunnen, maar omdat ze anders niet eens met straling mogen werken. De grens is nog steeds veilig en het eventueel hogere risico is een bewuste keuze.

Bestraling en besmetting

Het lichaam ontvangt een stralingsdosis doordat het wordt blootgesteld aan straling. Wanneer de stralingsbron zich buiten het lichaam bevindt, dan is er sprake van bestraling. Door zo kort mogelijk in de buurt van de bron te blijven, of er zo ver mogelijk vanaf te blijven, kun je de opgelopen dosis beperken. Mensen die vanuit hun beroep met straling werken dragen een **dosismeter** waarmee ze kunnen zien welke dosis ze tot dat moment hebben opgelopen (figuur 4). Volwassen werknemers die vanuit hun beroep met straling werken mogen per jaar niet meer dan 20 mSv aan straling ontvangen (Binas tabel 27D2).



▶ **figuur 4** dosismeter voor het meten van persoonlijke stralingsbelasting

Het is ook mogelijk dat iemand een radioactieve bron op de huid of zelfs in het lichaam heeft gekregen. In dit geval is er sprake van **besmetting**: de persoon is zelf een bron geworden. Over het algemeen is besmetting gevaarlijker dan bestraling, omdat het lichaam continu bestraald wordt en er geen bescherming meer mogelijk is. Hoe ernstig de besmetting is hangt sterk af van het radioactieve element. Sommige elementen worden door het lichaam binnen enkele uren uitgescheiden via urine of ontlasting. Andere elementen (zoals jodium en calcium) worden door het lichaam opgenomen. Werknemers die met stralingsbronnen werken moeten na hun dienst door een detector lopen om te controleren of ze niet besmet zijn (figuur 5).



▲ **figuur 5** Werknemer in een Russische kerncentrale wordt gecontroleerd op besmetting met radioactieve bronnen.

Achtergrondstraling

Zonder dat je het weet of er iets aan kunt doen loop je elke dag een stralingsdosis op. Dat is heel normaal en niet gevaarlijk. De straling is afkomstig uit de bodem en uit bijvoorbeeld bouwmaterialen. Ook ontvangt iedereen straling afkomstig uit de ruimte: **kosmische straling**. Samen worden deze vormen van straling **achtergrondstraling** genoemd. In Nederland ontvang je zo per jaar ongeveer 2 mSv aan straling. Ook krijg je een extra dosis straling door medische behandelingen en bepaalde activiteiten (tabel 1). Het gezondheidseffect van lage doses straling is niet goed begrepen. Voor hogere doses wordt algemeen aangenomen dat het gezondheidsrisico evenredig toeneemt met de opgelopen dosis. Bij heel hoge doses treden acute gezondheidseffecten op (Binas tabel 27D1).

▼ **tabel 1** gemiddelde dosis van verschillende activiteiten

activiteit	effectieve totale lichaamsdosis (mSv)
twee weken wintersport	0,03
eenvoudige röntgenfoto	0,05
retourvlucht New York	0,1
een uur grotbezoek in het Peak District (VK)	0,1
twee weken vakantie in Cornwall (VK)	0,2
retourvlucht Australië	0,4
röntgenonderzoek buikgebied	1,0
CT-onderzoek buikgebied	10,0
astronaut in internationaal ruimtestation (per dag)	1,0

Onthoud!

- Ioniserende straling geeft energie af aan materiaal. Deze afgegeven energie wordt stralingsdosis genoemd en gedefinieerd door $D = \frac{E}{m}$ (eenheid: gray).
- Het dosisequivalent H is een maat voor het biologische effect van een bepaalde stralingsdosis, waarbij rekening wordt gehouden met het soort straling: $H = w_R \cdot D$, met w_R de stralingsweegfactor.
- De effectieve totale lichaamsdosis H_{eff} is een vertaling van het dosisequivalent van een deel van het lichaam naar een dosis voor het lichaam als geheel.
- Een inwoner van Nederland ontvangt per jaar een effectieve totale lichaamsdosis van ongeveer 2 mSv ten gevolge van achtergrondstraling.

Opdrachten

9 Begrippen
In de paragraaf worden de volgende grootheden geïntroduceerd: stralingsdosis, equivalente dosis, effectieve totale lichaamsdosis, weefselweegfactor, stralingsweegfactor.
a Kies voor elk van de grootheden de juiste eenheid: gray, sievert, geen eenheid.
b Kies voor elk van de grootheden de juiste beschrijving:
1 factor om equivalente dosis om te rekenen naar effectieve totale lichaamsdosis
2 factor die het biologische effect van straling uitdrukt
3 geabsorbeerde energie per kilogram materie
4 gewogen gemiddelde van de equivalente dosis per orgaan
5 geabsorbeerde energie per kilogram materie, gecorrigeerd voor het biologische effect

10 Eenheid afleiden
Voor de stralingsdosis wordt de eenheid gray (Gy) gebruikt.
Druk deze eenheid uit in basiseenheden van het SI.

11 Achtergrondstraling
Waar ook ter wereld: je ontvangt altijd een bepaalde hoeveelheid achtergrondstraling.
a Geef de effectieve totale lichaamsdosis aan achtergrondstraling die een Nederlander per jaar ontvangt.

Zoek in Binas de stralingsbeschermingsnormen op.
b Leg uit of de norm voor individuele leden van de bevolking inclusief, of exclusief de achtergrondstraling is.

Bestudeer tabel 1.
c Verklaar de gegeven waarden voor niet-medische activiteiten met behulp van twee natuurlijke bronnen van achtergrondstraling.

12 Dosismeter
Een radiologisch laborant in een ziekenhuis moet een dosismeter dragen.
a Leg uit waarom een dosismeter geen bescherming biedt tegen ioniserende straling.
b Leg uit waarom een dosismeter uit direct zonlicht moet worden gehouden.

De dosismeter moet regelmatig worden uitgelezen. Gekozen kan worden uit één keer per uur, dag, week, maand, of jaar.
c Beargumenteer welke uitleesfrequentie het meest geschikt is.

13 Dosis van α- en β-straling vergeleken

De gemiddelde energie van een α-deeltje bedraagt ongeveer 5,0 MeV. De dracht van α-straling in water is 1,0 mm. Stel dat er α-straling op een oppervlak van 1,0 cm^2 water terechtkomt.

a Bereken de gemiddelde equivalente stralingsdosis per heliumkern, per mm indringdiepte in water.

In water verliest een elektron circa 2,0 MeV per cm water. Stel dat er β-straling op een oppervlak van 1,0 cm^2 water terechtkomt.

b Bereken de gemiddelde equivalente stralingsdosis per elektron, per mm indringdiepte in het water.

De dracht van α- en β-straling in zacht menselijk weefsel is vergelijkbaar met de dracht in water.

c Leg op basis van je antwoorden bij opdrachten a en b uit welke straling het gevaarlijkst is.

d Leg uit of het veilig is het bestraalde water te drinken. Gebruik in je antwoord de begrippen ‘bestraling’ en ‘besmetting’.

14 Dosislimieten

Als een orgaan in het lichaam bestraald wordt met een dosisequivalent H_{org}, dan wordt de effectieve totale lichaamsdosis berekend met: $H_{eff} = w_{org} \cdot H_{org}$. Hierin is w_{org} de weegfactor voor het betreffende orgaan (zie Binas tabel 27D3).

a Bereken de effectieve totale lichaamsdosis in mSv bij een bestraling met röntgenstraling met D = 50 mGy van de volgende lichaamsdelen of organen: longen, blaas, huid, lever, hersenen.

b Bepaal in welke van de vijf gevallen de jaardosis voor gewone mensen wordt overschreden.

c Bepaal in welke van de gevallen de jaardosis voor radiologisch werkers wordt overschreden.

15 Radium-224

Afhankelijk van de situatie is alfastraling vrijwel ongevaarlijk of bijzonder gevaarlijk. Radium-224 is een alfastraler. Als dit element wordt opgenomen in het lichaam, dan bepaalt het chemische gedrag van deze stof waar het zich in het lichaam gaat ophopen en welke schade het aanricht.

a Gebruik het periodiek systeem om te bepalen welk element dat veel in het lichaam voorkomt het meest lijkt op radium.

b Beredeneer op welke plaats(en) in het lichaam radium zich gaat ophopen.

Bekijk de volgende situaties:

1 Het radium bevindt zich in een afgesloten glazen pot die vast wordt gehouden door een persoon.

2 Het radium is als metaalzout opgelost in een vloeistof en vervolgens uitgegoten over kleding die op de huid gedragen wordt.

3 Het radium is opgenomen in het lichaam en bevindt zich in de bloedbaan.

4 Het radium is opgenomen in het lichaam, met name in het rode beenmerg.

c Geef voor elke situatie aan of er sprake is van bestraling of besmetting.

d Bereken voor elke situatie de equivalente dosis ten gevolge van de straling afkomstig van radium-224 met een massa van 0,38 μg ($9{,}1 \cdot 10^{14}$ deeltjes). Gebruik de volgende gegevens: het totale rode beenmerg heeft een massa van 1,4 kg en een volwassene bevat 5,0 L bloed. Zoek overige benodigde gegevens op in Binas.

3 Stralingsbronnen

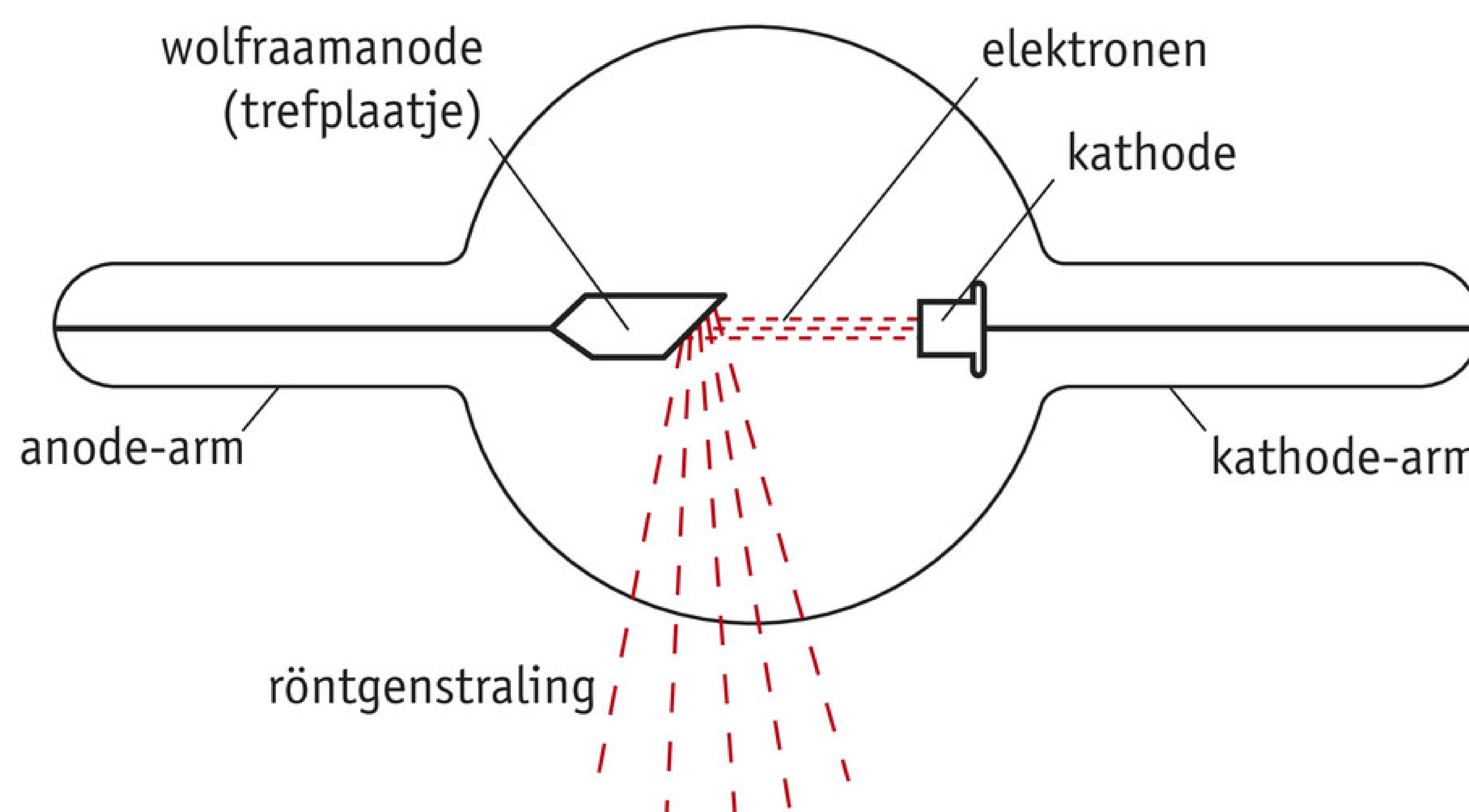
In deze paragraaf leer je:

- de vergelijking opstellen van een kernreactie;
- verschillende bronnen van ioniserende straling benoemen;
- wat een metastabiele isomeer is;
- het eindproduct bepalen van een vervalreeks.

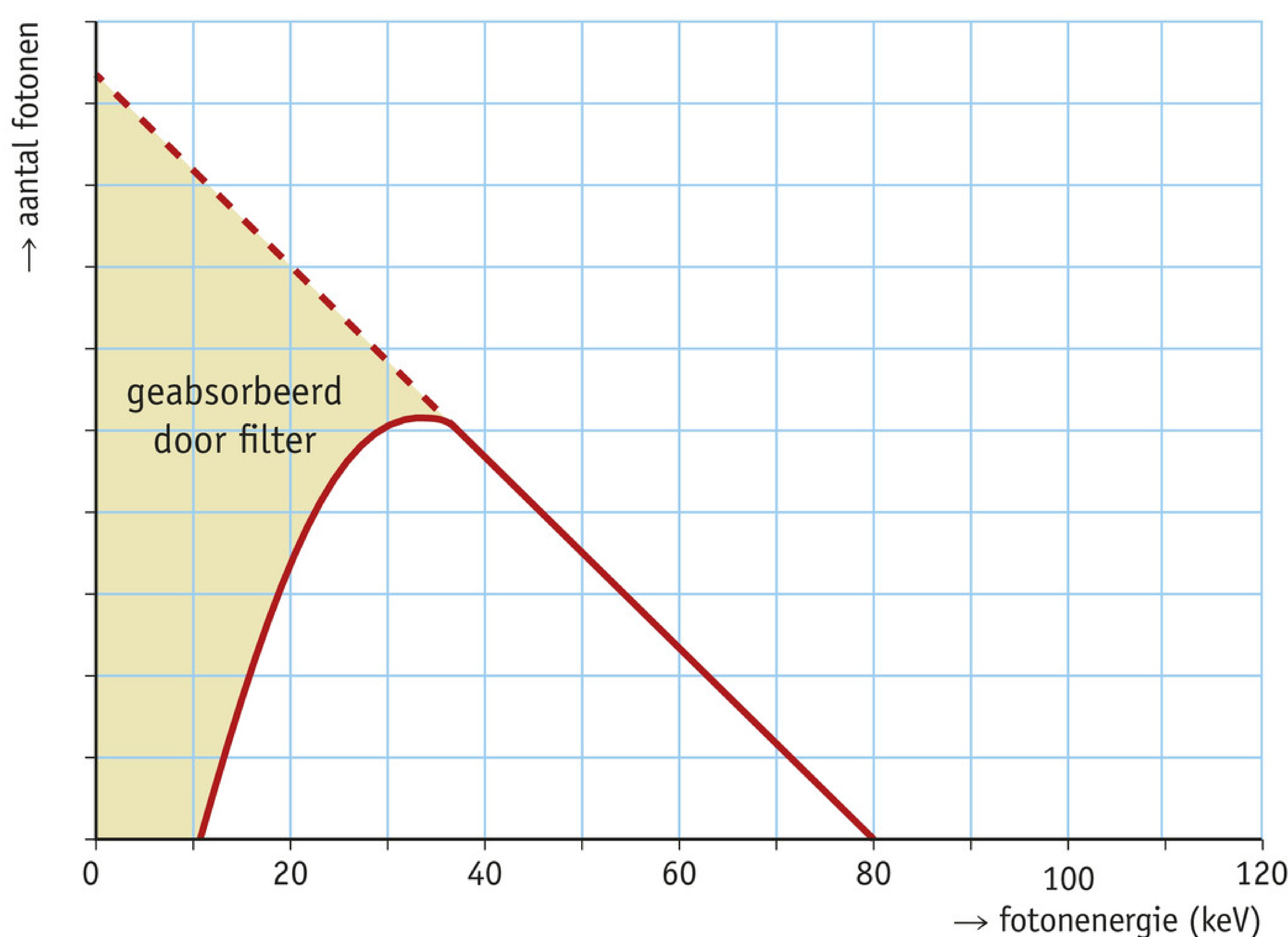
Er bestaan verschillende bronnen van ioniserende straling: natuurlijke en door de mens gemaakte. Welke stralingsbron gebruikt wordt, hangt af van de gewenste soort en intensiteit van de straling en de toepassing. De stralingsbron van röntgenstraling is meestal een apparaat. Verschillende radioactieve stoffen worden gebruikt om specifieke β- of γ-straling te produceren.

Röntgenapparaat

Een röntgenapparaat produceert röntgenstraling door elektronen te versnellen en tegen een trefplaatje te laten botsen (figuur 6). Bij het vertragen zenden de elektronen elektromagnetische straling uit, zogenaamde remstraling. Een deel van deze remstraling is röntgenstraling die in verschillende richtingen wordt verstrooid, maar voornamelijk in één bepaalde voorkeursrichting (figuur 6). De bundel die zo ontstaat kan bijvoorbeeld op een patiënt worden gericht voor het maken van een röntgenfoto.



◀ **figuur 6** een röntgenbuis waarin snelle elektronen tegen een trefplaatje botsen



▲ **figuur 7** spectrum van een röntgenbuis

Het spectrum van remstraling heeft een karakteristieke vorm (figuur 7). Die vorm ontstaat doordat er een grote kans is dat de elektronen bij het afremmen een klein beetje energie omzetten in meerdere fotonen en een kleine kans dat ze al hun energie omzetten in één foton. De maximale energie van de fotonen is gelijk aan de maximale energie van de elektronen. Door de stroomsterkte in de röntgenbuis aan te passen kan de intensiteit van de röntgenstraling bepaald worden. Een deel van het spectrum wordt door een filter geabsorbeerd, omdat het geen nuttig effect heeft in bijvoorbeeld beeldvormingstechnieken.

Radioactieve kernen

Een **radioactieve kern** is een atoomkern die niet stabiel is. In de kern kan een **kernreactie** optreden: als een of meer deeltjes de kern verlaten, wordt deze uiteindelijk stabiel. Dit proces wordt (radioactief) **verval** genoemd. Het deeltje dat wegschiet is het stralingsdeeltje, met vrijwel altijd een ioniserend vermogen. De radioactieve kern wordt de moederkern genoemd, de kern die na het verval overblijft is de dochterkern.
Atoomkernen bestaan uit protonen en neutronen. Het atoomnummer Z geeft het aantal protonen in de kern aan, N het aantal neutronen en het massagetal A het totaal aantal kerndeeltjes (protonen en neutronen). Er geldt dus:

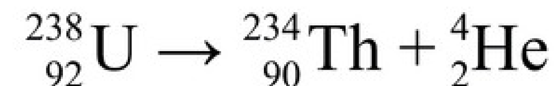
$$A = Z + N$$

Een atoomkern van element X met atoomnummer Z en massagetal A wordt genoteerd als:

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

Bijvoorbeeld $^{4}_{2}\mathrm{He}$ voor helium met twee protonen en twee neutronen in de kern.
Atomen met hetzelfde atoomnummer, maar met een verschillend massagetal, worden isotopen genoemd. Isotopen van een bepaald element hebben dezelfde scheikundige eigenschappen, maar niet dezelfde natuurkundige eigenschappen. Binas tabel 25 geeft een overzicht van verschillende isotopen. Niet alle isotopen zijn in deze tabel vermeld.
De volgende manieren van verval zijn mogelijk:

1 **α-verval**
De radioactieve kern zendt een heliumkern uit (figuur 8). Dit betekent dat het massagetal met 4 omlaaggaat en het atoomnummer met 2. Je kunt dit noteren in een zogeheten **vervalvergelijking**. Een voorbeeld is het verval van uranium-238:

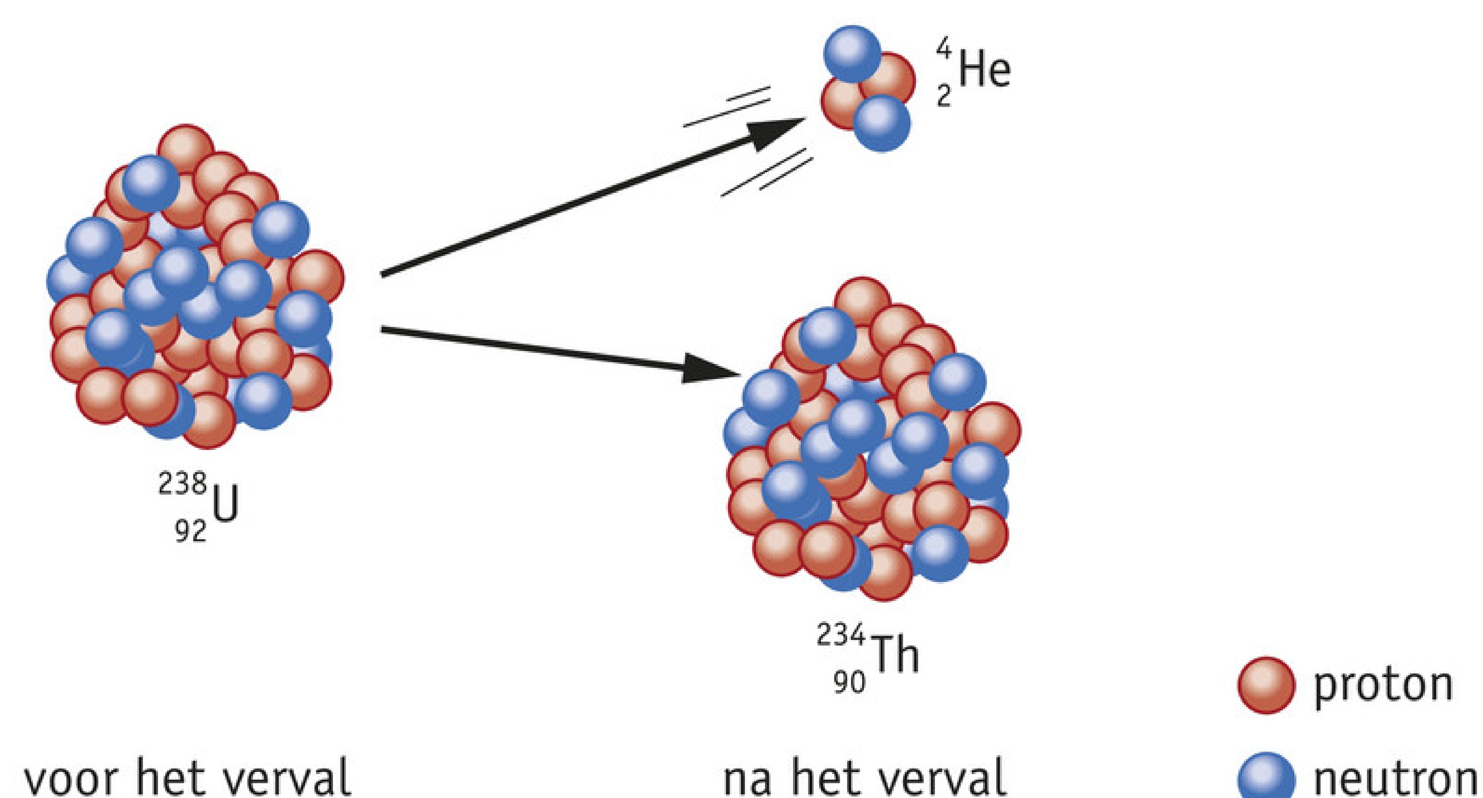


$$^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

In een vervalvergelijking moeten het massagetal en het atoomnummer links en rechts van de pijl even groot zijn. Je kunt dat voor bovenstaande vervalvergelijking controleren. In het algemeen kun je α-verval noteren als:

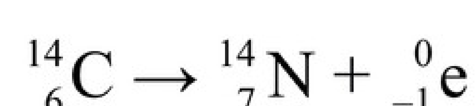


$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \quad \text{of} \quad {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + \alpha$$



▲ **figuur 8** alfastraling

2 **β⁻-verval**
Een neutron vervalt waarbij een proton en een elektron ontstaan (figuur 9). Het elektron wordt daarbij uit de kern geschoten. Het massagetal verandert daarbij niet, maar het atoomnummer neemt met 1 toe. Een voorbeeld is koolstof-14 dat in stikstof-14 vervalt:

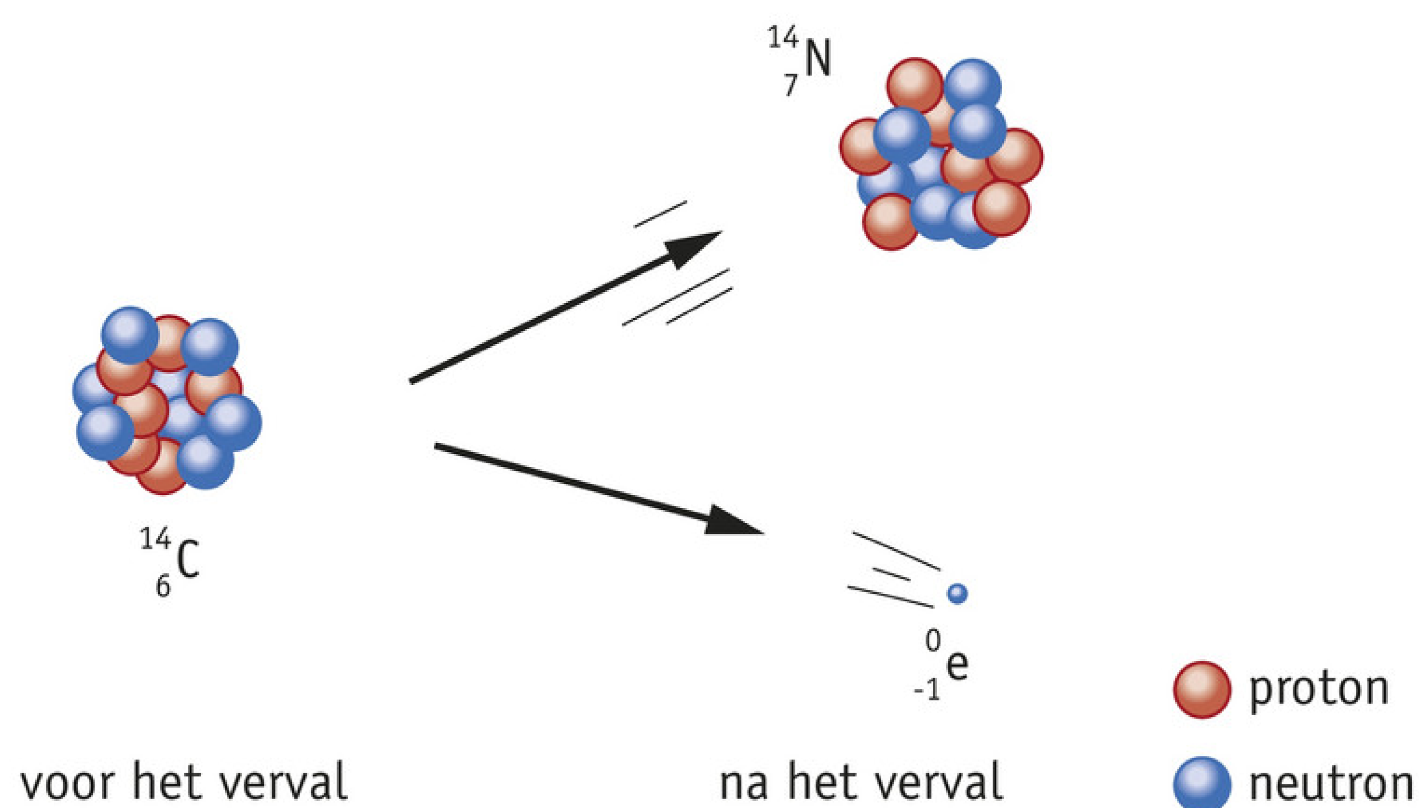


$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Meer algemeen kun je β⁻-verval noteren als:

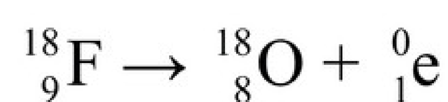


$$^{A}_{Z}X \rightarrow \, ^{A}_{Z+1}Y + \, ^{0}_{-1}e \qquad \text{of} \qquad ^{A}_{Z}X \rightarrow \, ^{A}_{Z+1}Y + \beta^{-}$$



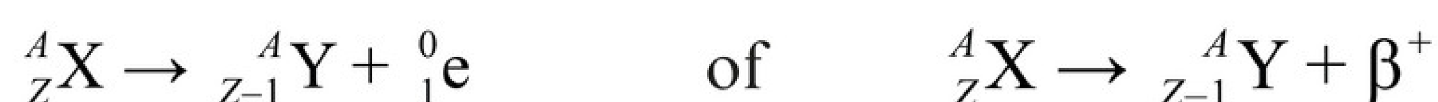
▲ **figuur 9** bètaminstraling

3 **β⁺-verval**
Een proton vervalt waarbij een neutron en een positron ontstaan (figuur 10). Een positron is een deeltje met dezelfde eigenschappen als een elektron, maar met een positieve lading. Het positron wordt uit de kern gezonden. Ook nu verandert het massagetal niet, maar neemt het atoomnummer met 1 *af*. Een voorbeeld is fluor-18 dat in zuurstof-18 vervalt:

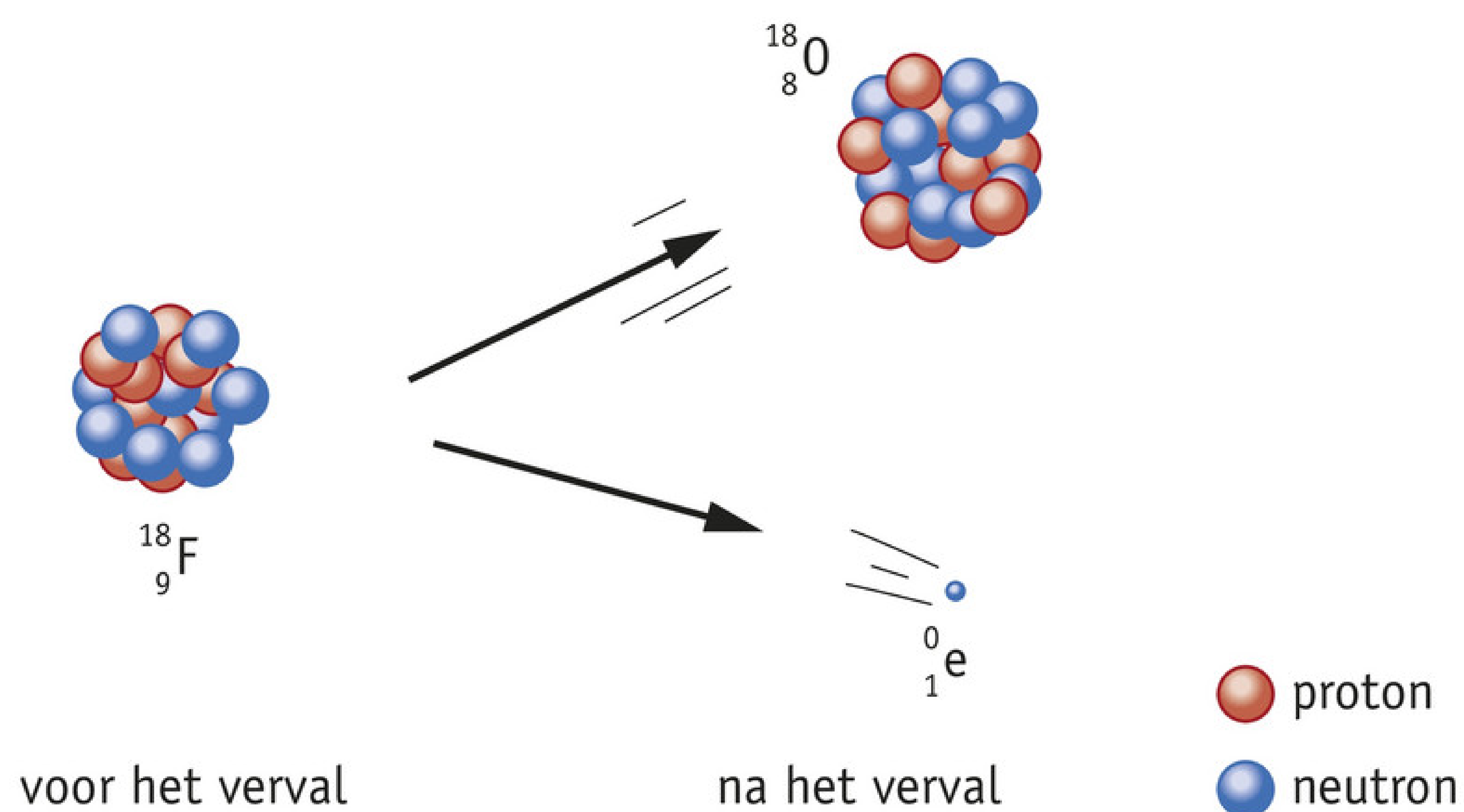


$$^{18}_{9}F \rightarrow \, ^{18}_{8}O + \, ^{0}_{1}e$$

Meer algemeen kun je β⁺-verval noteren als:



$$^{A}_{Z}X \rightarrow \, ^{A}_{Z-1}Y + \, ^{0}_{1}e \qquad \text{of} \qquad ^{A}_{Z}X \rightarrow \, ^{A}_{Z-1}Y + \beta^{+}$$



▲ **figuur 10** bètaplusstraling

4 **γ-verval**
De nieuwe kern kan zich na een kernreactie in een aangeslagen toestand bevinden. Dan wordt de kern een isomeer genoemd. Bij het terugvallen naar de grondtoestand zendt de kern een foton uit, vaak in de vorm van γ-straling. Bij dit proces ontstaat dus geen nieuwe kern. Dit is analoog aan een atoom dat zich in een aangeslagen toestand bevindt en terugvalt naar de grondtoestand onder uitzending van een foton (hoofdstuk 9, paragraaf 5). Een voorbeeld is de kernreactie waarin kobalt-60 via β⁻-verval overgaat in nikkel-60 dat vervolgens twee fotonen uitzendt met een energie van 1,17 MeV en 1,33 MeV.
Dit proces verloopt meestal vrij snel, in de orde van 10^{-12} s. In dit geval noteer je het gammadeeltje bij de vervalvergelijking: $^{60}_{27}Co \rightarrow \, ^{60}_{28}Ni + \, ^{0}_{-1}e + \gamma$
Een **metastabiele isomeer** vervalt relatief langzaam, in de orde van 10^{-9} s. Een voorbeeld daarvan is ^{99m}Tc, technetium-99m, een isomeer die onmisbaar is voor medische beeldvorming (paragraaf 6). Het verval van een isomeer geef je in een aparte vervalvergelijking weer: $^{99m}_{43}Tc \rightarrow \, ^{99}_{43}Tc + \gamma$

In Binas tabel 25A vind je van verschillende isotopen of ze stabiel zijn en welk verval mogelijk is als ze niet stabiel zijn. Hierbij wordt de energie van het stralingsdeeltje in MeV gegeven. Er zijn isotopen die meerdere vormen van verval vertonen. Bedenk dat er maar één verval tegelijk optreedt en dat elk verval met een bepaalde kans optreedt. Die kans vind je niet terug in Binas.

Voorbeeldopgave 2

Rubidium is een element uit de groep metalen waar ook kalium en natrium bij horen. Het is een vrij zacht zilverkleurig metaal dat snel oxideert aan de lucht en onder olie bewaard moet worden.

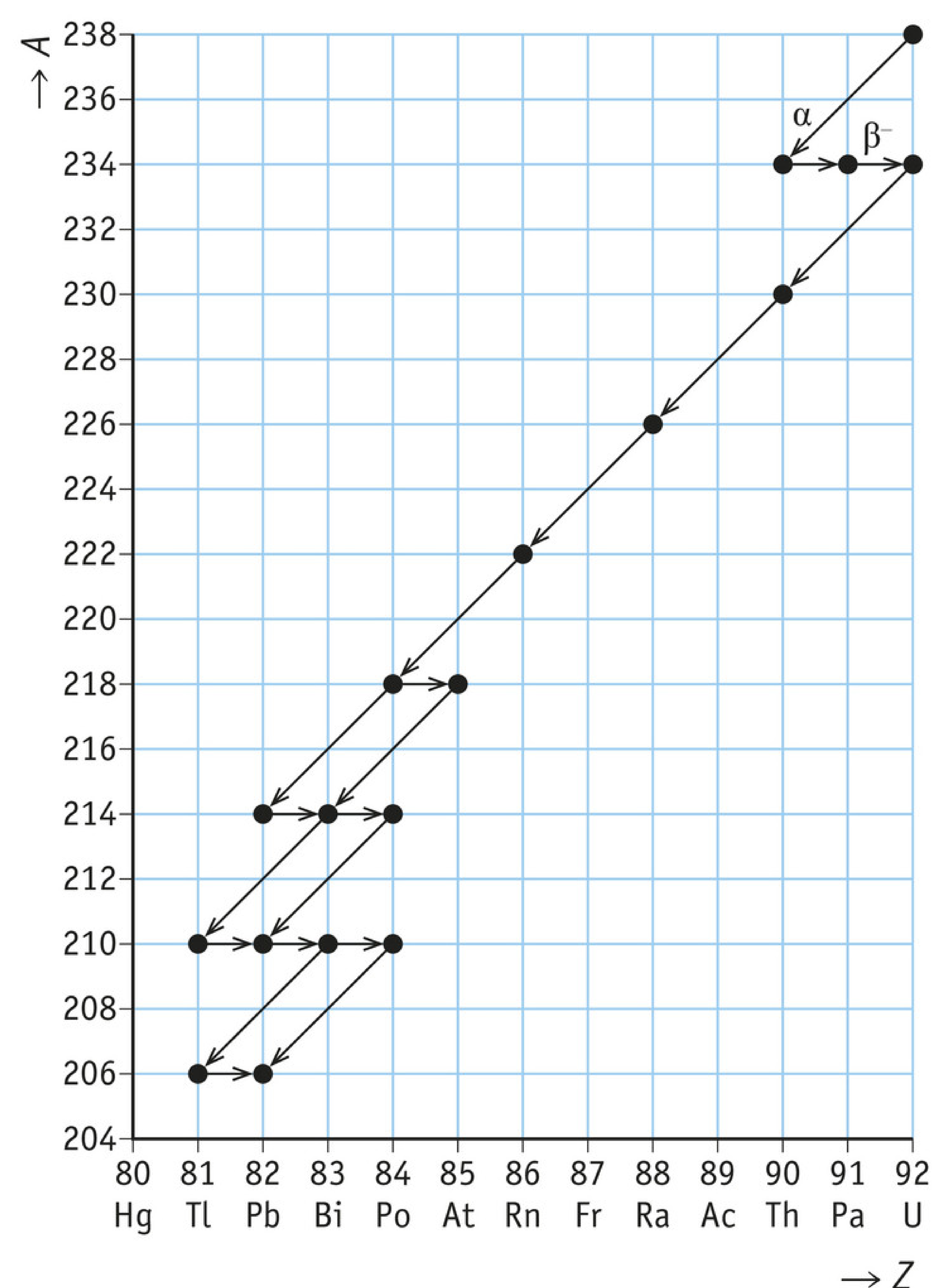
a Welke isotopen van rubidium komen in de aardkorst voor?
b Geef voor elke isotoop aan of deze radioactief is en zo ja, wat de vervalvergelijking is.

Uitwerking

a Het symbool van rubidium is Rb en het heeft atoomnummer 37 (Binas tabel 40A). Volgens Binas tabel 25A komen in de aardkorst twee isotopen van Rb voor: Rb-85 (72,2%) en Rb-87 (27,8%).
b Rb-85 is stabiel. Rb-87 vervalt via bètaminverval: ${}^{87}_{37}\text{Rb} \rightarrow {}^{87}_{38}\text{Sr} + {}^{0}_{-1}\text{e}$

Vervalreeksen

Radioactieve isotopen van elementen lichter dan lood gaan meestal na één of twee kernreacties over in een stabiele kern. Bij elementen zwaarder dan lood, zoals uranium met $Z = 92$, volgt vaak een hele reeks kernreacties totdat er een stabiele kern ontstaat. Een dergelijke reeks wordt een **vervalreeks** genoemd. Zo vervalt uranium-238 uiteindelijk naar lood-206. Zo'n vervalreeks is grafisch weer te geven in een isotopenkaart (figuur 11).



▲ **figuur 11** de vervalreeks van het instabiele uranium-238 tot het stabiele lood-206 weergegeven in een isotopenkaart

Voorbeeldopgave 3

Uranium-238 vervalt via een reeks kernreacties (alfa- en bètaverval) tot lood-206.

a Bereken het aantal malen dat alfa- en bètaminverval in de vervalreeks van uranium-238 voorkomt.

b Tot welke loodisotoop die in de natuur voorkomt vervalt uranium-235?

Uitwerking

a Van uranium-238 naar lood-206 neemt het massagetal met 238 – 206 = 32 af. Alleen bij alfaverval neemt het massagetal af, bij bètaverval niet. Het massagetal van een alfadeeltje is 4, dus de reeks kent 8 keer alfaverval. Na 8 keer alfaverval is het atoomnummer met 16 afgenomen en komt dan uit op 92 – 16 = 76. Het atoomnummer van lood is 82, dus er is 6 keer bètaminverval nodig om het atoomnummer op te hogen tot 82.

b Er zijn vier loodisotopen die in de natuur voorkomen: lood-204, lood-206, lood-207 en lood-208. Ten opzichte van uranium-235 neemt het massagetal af met respectievelijk 31, 29, 28 en 27. Alleen lood-207 komt in aanmerking als eindproduct, omdat 28 = 7 × 4. Het eindproduct voor uranium-235 is dus lood-207 (7 keer alfaverval en 4 keer bètaverval).

De methode van voorbeeldopgave 3 is handig om snel te bepalen of een bepaalde vervalreeks mogelijk is. Vaak zijn er meerdere manieren waarop een bepaalde isotoop in een andere isotoop vervalt. Die verschillende manieren kun je alleen maar ontdekken door met behulp van Binas na te gaan welke tussenstappen er zijn in de vervalreeks.

Onthoud!

- Röntgenstraling ontstaat wanneer snelle elektronen worden afgeremd in materie waarbij een deel van hun energie wordt omgezet in fotonen.
- Bij verval van radioactieve isotopen kunnen vier soorten straling vrijkomen:
  - α-straling (heliumkernen $^{4}_{2}He$);
  - β^--straling (elektronen);
  - β^+-straling (positronen);
  - γ-straling (fotonen).
- Bij radioactief verval verandert een atoomkern afhankelijk van het soort verval. Zorg ervoor dat de vervalvergelijking kloppend is:
  - bij α-verval neemt het massagetal met 4 af en het atoomnummer met 2;
  - bij β^--verval blijft het massagetal gelijk en neemt het atoomnummer met 1 toe;
  - bij β^+-verval blijft het massagetal gelijk en neemt het atoomnummer met 1 af.
- Een isomeer is een atoomkern die na een vervalreactie nog niet stabiel is en vrijwel direct een of meer fotonen (gammastraling) uitzendt voordat hij stabiel is. Bij een metastabiele isomeer duurt het uitzenden van het foton aanzienlijk langer.
- Een vervalreeks bestaat uit achtereenvolgende vervalvergelijkingen totdat een stabiel eindproduct is bereikt.

Opdrachten

16 Bronnen van ioniserende straling

Er zijn verschillende bronnen van ioniserende straling.
Noem zo veel mogelijk verschillende bronnen van ioniserende straling die tot nu toe in dit hoofdstuk besproken zijn.

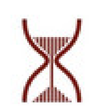
17 Veiligheid radioactieve bron

Röntgenbuizen en sommige radioactieve elementen zenden elektromagnetische straling uit. Vanuit het oogpunt van veiligheid is er een belangrijk verschil tussen beide soorten stralingsbronnen.
Leg uit welk verschil dit is en wat het belang ervan is voor de veiligheid.

18 Vervalreacties

Zoek met behulp van Binas uit of de volgende isotopen radioactief zijn en, zo ja, geef per isotoop alle mogelijke vervalreacties die in deze paragraaf aan bod zijn gekomen.

- **a** uranium-233
- **b** molybdeen-99
- **c** wolfraam-184
- **d** arseen-74
- **e** antimoon-122
- **f** cesium-137

 **19** Neutronbeschieting

De isotoop ${}^{10}_{5}B$ reageert met een neutron en vormt daardoor ${}^{7}_{3}Li$ en een ander deeltje.
Welk deeltje is dat?

- A een elektron
- B een alfadeeltje
- C een positron
- D een deuteriumkern (${}^{1}_{2}H$)

20 Metastabiele isomeer

Technetium-99m is een metastabiele isomeer van technetium-99.

- **a** Leg uit wat een metastabiele isomeer is en geef aan wat het verschil is met een radioactieve isotoop.
- **b** Zoek in Binas de twee andere metastabiele isomeren.
- **c** Geef de vervalvergelijking van technetium-99m.

21 Vervalreeks [1]

Thorium-232 vervalt net als uranium-238 via een reeks kernreacties (alfa- en bètaminverval) tot een isotoop van lood.

- **a** Bepaal het eindproduct van de vervalreeks van thorium-232.
- **b** Bereken het aantal malen dat alfa- en bètaminverval in de vervalreeks van thorium-232 voorkomt.

22 Vervalreeks [2]

Plutonium-238 is een alfastraler en werd in het verleden gebruikt om ruimtesondes van elektriciteit te voorzien. Tegenwoordig vindt men het lanceren van raketten met radioactief materiaal te gevaarlijk.

- **a** Bepaal met behulp van de isotopenkaart uit figuur 11 het stabiele eindproduct van plutonium-238.

Een andere isotoop die geschikt is voor het opwekken van elektriciteit is americium-241.

- **b** Bepaal met behulp van een isotopenkaart het stabiele eindproduct van deze isotoop. Wanneer een isotoop niet vermeld wordt in Binas: neem aan dat zowel alfa- als bètaminverval optreedt. Uranium-233 vertoont alleen alfaverval.

23 Linac
In ziekenhuizen wordt röntgenstraling opgewekt met behulp van een lineaire versneller (linac).
a Leg uit hoe de röntgenstraling wordt opgewekt.

Een röntgenapparaat zendt straling uit met een fotonenergie van 100 keV.
b Bereken met welke snelheid de elektronen het trefplaatje in het röntgenapparaat raken.

+24 Stabiliteit
Sommige isotopen zijn instabiel doordat er naar verhouding te veel neutronen zijn, andere juist doordat er te veel protonen zijn. Gebruik voor deze opdracht de isotopenkaart uit Binas (tabel 25B).
a Leg uit of er bij stabiele isotopen naar verhouding meer protonen, of juist meer neutronen zijn.
b Leg uit hoe de verhouding neutronen : protonen verandert voor elk van de verschillende soorten verval die in deze paragraaf besproken zijn.

In Binas tabel 25B wordt als mogelijk verval ook K-vangst genoemd.
c Voorspel op basis van je antwoord bij opdracht b welke verandering er in de kern optreedt door K-vangst. Betrek in je antwoord de ligging van isotopen die K-vangst vertonen zoals te vinden in Binas tabel 25B.

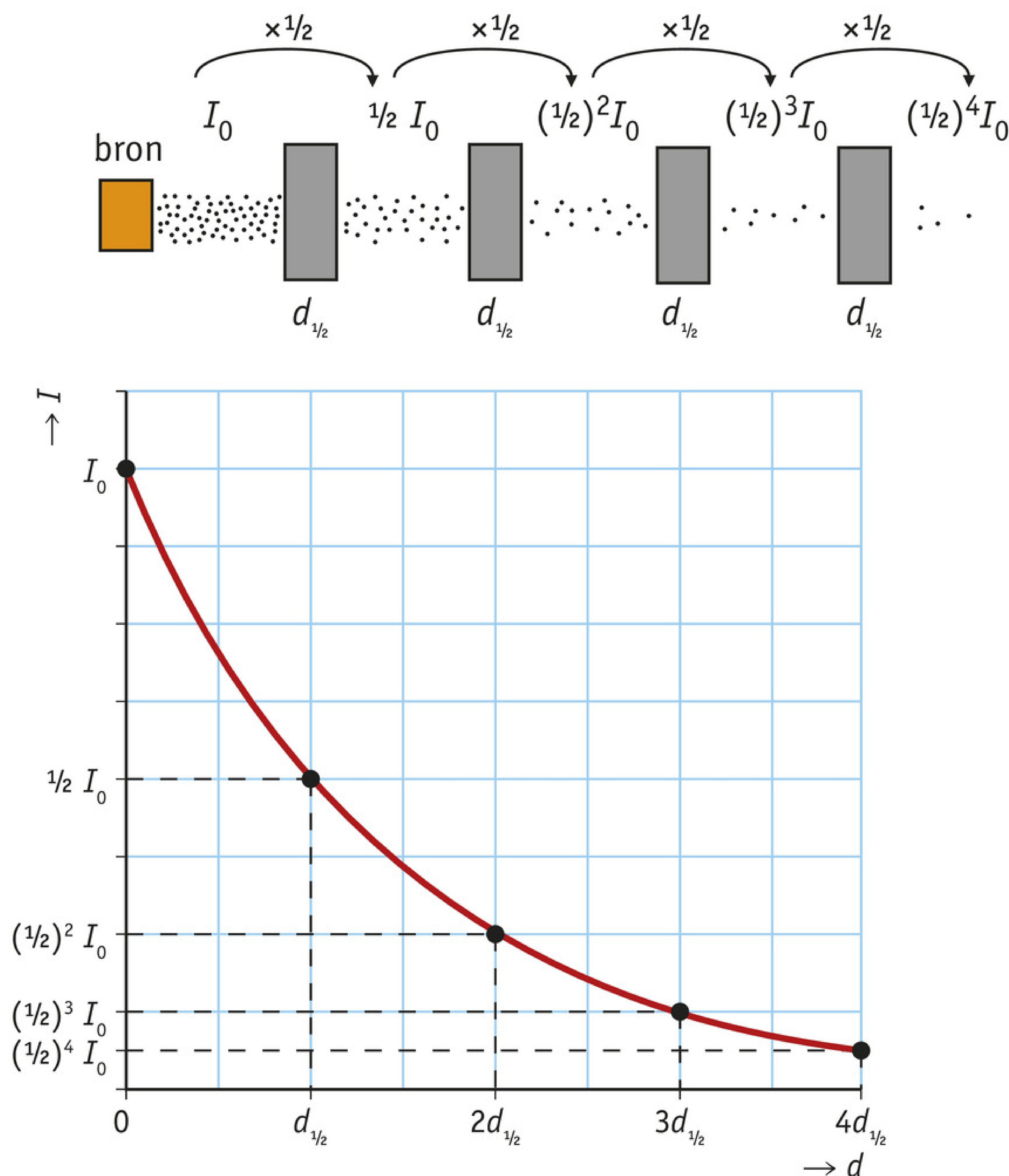
4 Straling en materie

In deze paragraaf leer je:
- een doorlaatkromme opstellen;
- uit een doorlaatkromme de halveringsdikte bepalen;
- uitleggen hoe verschillende halveringsdikten van menselijke weefsels gebruikt worden in medische beeldvorming;
- berekeningen maken met de halveringsdikte.

Elke vorm van ioniserende straling staat via ionisaties energie af aan materie. Bij alfa- en bètastraling is dat steeds een vaste hoeveelheid energie per interactie, zodat de maximale indringdiepte voor een bepaalde stof vastligt. Voor röntgenstraling en gammastraling geldt dit niet. Daardoor dringt altijd een bepaald gedeelte van de straling door de materie heen. Daarom kun je röntgenfoto's maken.

Halveringsdikte

Röntgen- en gammastraling hebben geen 'maximale indringdiepte' ofwel dracht. Een foton heeft bij het passeren van een hoeveelheid materiaal een bepaalde kans op interactie met een atoomkern of elektron. De grootte van deze kans wordt bepaald door de energie van het foton en het type atomen in het materiaal. Stel, je richt een bundel fotonen, allemaal met dezelfde energie, op een stuk materiaal. Na een bepaalde dikte van het materiaal zal het aantal fotonen en dus ook de intensiteit (in W m^{-2}) met de helft zijn afgenomen. Deze dikte wordt de **halveringsdikte $d_{½}$** genoemd. Wanneer de bundel daarna een even dik stuk materiaal passeert, dan neemt het aantal fotonen opnieuw met de helft af (figuur 12, boven). Je kunt dit beschrijven met de volgende exponentiële functie:



◀ **figuur 12** het verloop van de intensiteit

$$I(d) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{½}}}$$

Hierin is:

- $I(d)$ de intensiteit op diepte d, in watt (joule per seconde) per vierkante meter (W m^{-2});
- I_0 de intensiteit van de straling bij het invallen op een voorwerp, in watt per vierkante meter (W m^{-2});
- d de diepte in het voorwerp waarop de intensiteit berekend wordt, in meter (m);
- $d_{½}$ de halveringsdikte voor het betreffende materiaal en de soort straling, in meter (m).

Je kunt ook andere eenheden gebruiken dan die hierboven zijn genoemd. Als de halveringsdikte bijvoorbeeld gegeven is in cm, dan moet je de diepte d ook in cm uitdrukken. Zo kun je de intensiteiten $I(d)$ en I_0 ook uitdrukken in percentages, of het aantal fotonen dat in een bepaalde tijd op een bepaalde oppervlakte terechtkomt.
Als je de stralingsdosis I in een grafiek tegen de diepte d uitzet, krijg je een **doorlaatkromme** voor de betreffende röntgen- of gammastraling in een bepaald materiaal (figuur 12, onderin). De halveringsdikte hangt af van het type materiaal en van de energie van de fotonen. Hoe groter de energie, hoe groter de halveringsdikte. Voor verschillende materialen en fotonenergieën vind je de halveringsdikte in Binas tabel 28F. Achter in het boek is een uitgebreide tabel opgenomen met halveringsdikten.

Voorbeeldopgave 4

Bij de tandarts wordt een röntgenfoto gemaakt van het gebit van een patiënt. Om te voorkomen dat buiten het gebit ander weefsel wordt bestraald krijgt de patiënt een loodschort omgehangen van 1,0 mm dik. De intensiteit van de straling die op de schort terechtkomt bedraagt 13 mW m^{-2}. De röntgenbundel heeft een fotonenergie van 50 keV.
Bereken met hoeveel procent de intensiteit van de straling is afgenomen ten gevolge van de schort.

Uitwerking
Je hoeft nu niet te rekenen met de gegeven intensiteit, omdat gevraagd wordt naar de procentuele afname. Bereken daartoe eerst hoeveel procent *doorgelaten* wordt.
Gegevens:
E = 50 keV = 0,050 MeV
d = 1,0 mm
$d_{½}$ = 0,0079 cm = 0,079 mm (Binas tabel 28F)
Formule:

$$I(d) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{½}}}$$

Invullen:

$$I\,(1{,}0\text{ mm}) = 100\% \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1{,}0}{0{,}079}}$$

I (1,0 mm) = 0,015%
De afname van de intensiteit van de straling is dus 100% – 0,015% = 99,985%.
Vrijwel alle straling wordt dus door de schort tegengehouden.

In voorbeeldopgave 4 zie je dat je de eenheid van de dikte en halveringsdikte gelijk moet houden. Soms wil je een dikte of halveringsdikte berekenen. Hoe je dat doet zie je in voorbeeldopgave 5.

Voorbeeldopgave 5

In een ruimte bevindt zich een stralingsbron met een fotonenergie van 100 keV. De muren van die ruimte zijn gemaakt van beton en mogen maximaal 1‰ van de straling doorlaten.
Bereken de minimale dikte van de muren. Verwaarloos de verzwakking van de straling in de andere bouwmaterialen.

Uitwerking
Gegevens:
$I(d)$ = 1‰ = 0,1%
E = 100 keV = 0,100 MeV
$d_{½}$ = 1,66 cm (Binas tabel 28F)
Formule:

$$I(d) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{½}}}$$

Invullen:

$$0{,}1\% = 100\% \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{1{,}66}}$$

$$0{,}001 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{1{,}66}}$$

Je kunt de exponent berekenen door gebruik te maken van de volgende wiskundige regel:
$\log x^a = a \cdot \log x$

$$\text{Dus: } \log 0{,}001 = \log\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{1{,}66}}$$

$$\log 0{,}001 = \frac{d}{1{,}66} \times \log ½$$

$$d = 1{,}66 \times \frac{\log 0{,}001}{\log \frac{1}{2}} = 17 \text{ cm}$$

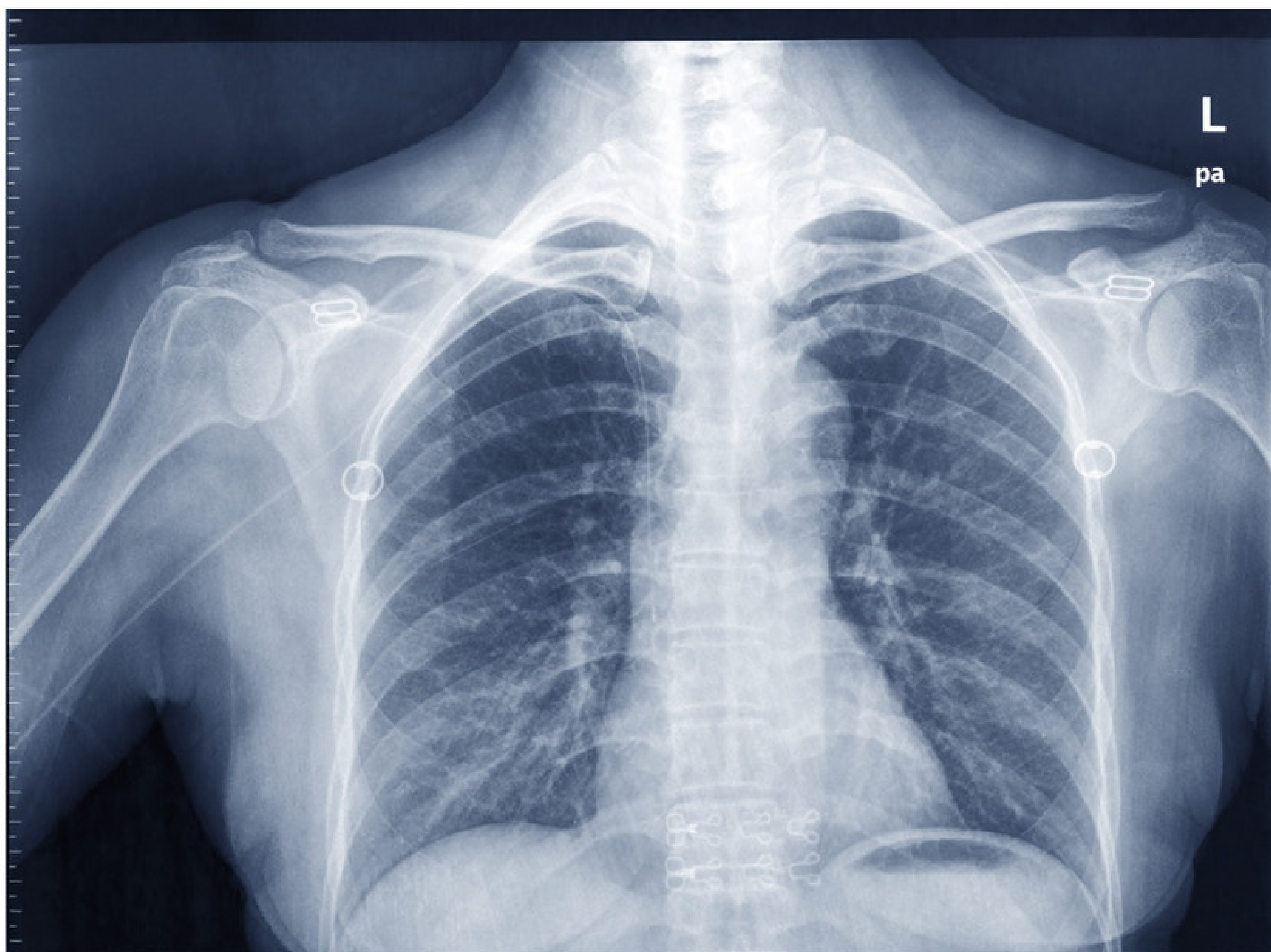
De minimale dikte van de betonnen muur bedraagt 17 cm.

Als je dus wilt bepalen hoe dik een afscherming moet zijn voor een röntgen- of gammabron kijk je naar de verhouding tussen de intensiteit van de invallende en doorgelaten straling. Bij alfa- en bètastraling werkt het anders. Daar maak je de afscherming iets dikker dan de *maximale indringdiepte* van de betreffende straling. Ongeacht wat de *intensiteit* van de straling is: alle straling wordt dan tegengehouden.

▶ **EXPERIMENT 1** Halveringsdikte (onderzoekspracticum)

Röntgenfoto's

Bij het maken van röntgenfoto's wordt gebruikgemaakt van de eigenschap dat de halveringsdikte afhangt van het soort materiaal. Bij een fotonenergie van 100 keV is de halveringsdikte in water bijvoorbeeld bijna twee keer zo groot als in bot. Dat betekent dat de intensiteit van de bundel straling nadat die door bot is gegaan een stuk lager zal zijn dan die van de bundel straling die door zacht weefsel (voornamelijk water) is gegaan. Op de röntgenfoto van figuur 13 is dat te zien doordat de botten lichter zijn en de zachte weefsels donkerder. Een röntgenfoto is dus eigenlijk een negatief: materialen die veel fotonen absorberen zien er lichter uit. In paragraaf 6 lees je meer over hoe röntgenfoto's worden gemaakt.



▲ **figuur 13** röntgenfoto van een borstkas

Soms is niet de intensiteit van de straling van belang, maar de stralingsdosis D. Stel dat een röntgenbron op een patiënt wordt gericht. Als de intensiteit van de straling op de patiënt 100% is en na de patiënt nog slechts 20%, dan is blijkbaar 80% van de straling door de patiënt geabsorbeerd. De stralingsdosis kun je dan berekenen aan de hand van de geabsorbeerde intensiteit. Tot nu toe ben je steeds uitgegaan van straling met één bepaalde fotonenergie: mono-energetische röntgenstraling. In de praktijk zijn maar weinig stralingsbronnen mono-energetisch en zenden ze een mengsel van röntgenstraling uit met verschillende energieën, elk met een andere halveringsdikte (Binas tabel 28F). Daardoor wijkt het spectrum van de doorgelaten straling af van dit ideale model. Bovendien treden bij een fotonenergie hoger dan E = 120 keV verschillende andere mechanismen in werking voor absorptie van röntgenstraling, waardoor de intensiteit niet meer voldoet aan een exponentiële functie als deze door materie heen gaat. Toch is de exponentiële functie een goede benadering voor de meeste vormen van röntgen- en gammastraling die je in dit hoofdstuk tegenkomt.

Onthoud!

- Bij röntgen- en gammastraling is er sprake van een halveringsdikte: de dikte van een materiaal dat voor een halvering van het aantal fotonen zorgt.
- De halveringsdikte hangt af van de energie van de fotonen en het soort materiaal. Algemeen geldt dat de halveringsdikte toeneemt met de fotonenergie.
- De intensiteit I van elektromagnetische straling kun je uitdrukken in aantallen fotonen of energie per seconde per vierkante meter. Je kunt de intensiteit op een bepaalde diepte ook in procenten uitdrukken.
- Voor de intensiteit I op een diepte d geldt: $I(d) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{½}}}$

Opdrachten

25 Halveringsdikte
Een bundel gammastraling komt terecht op een plaatje aluminium ter dikte van de halveringsdikte voor deze straling.
Noem welke eigenschappen (grootheden) van de gammastraling gehalveerd worden.

26 Absorptie van röntgenstraling
Een bundel röntgenstraling komt terecht op een plaatje lood met een dikte van $½d_{½}$.
Beredeneer met hoeveel procent de intensiteit van de straling afneemt:
A 25%
B 29%
C 50%
D 71%
E 75%

27 Röntgenfoto
Het menselijk lichaam bestaat uit verschillende soorten weefsel. Zacht weefsel heeft bij benadering dezelfde eigenschappen als water.
Leg uit hoe een röntgenfoto gebruikmaakt van de verschillende halveringsdikten van verschillende soorten weefsel in het menselijk lichaam.

28 Verzwakking röntgenstraling
De verzwakking $\frac{I(d)}{I_0}$ van een röntgenbron hangt af van de fotonenergie van de röntgenstraling en het soort materiaal.
Bereken voor de volgende situaties de verzwakking van de röntgenstraling. Ga steeds uit van een dikte van 5,0 cm. Zoek de halveringsdikten op in Binas.
a E_f = 100 keV, botweefsel
b E_f = 1,0 MeV, water
c E_f = 100 keV, beton
d E_f = 50 keV, lood
e E_f = 100 keV, aluminium

29 Afscherming
Om gammastraling met een factor 10 000 te verzwakken, is een zekere dikte van een materiaal nodig die afhangt van de fotonenergie van de straling en van het gekozen materiaal.
Bereken de dikte van de afscherming voor de volgende situaties (geef het antwoord in twee significante cijfers).
a 1,0 MeV straling met beton als afschermingsmateriaal
b 50 keV straling met aluminium als afschermingsmateriaal

c 50 keV straling in lucht
d 100 keV straling met water als afschermingsmateriaal

30 Filter
In röntgenbuizen wordt een filter gebruikt om röntgenstraling met een lage fotonenergie weg te filteren. Vaak wordt hiervoor een plaatje aluminium van een bepaalde dikte gebruikt.
a Verklaar met behulp van het begrip halveringsdikte de vorm van de grafiek tussen 0 en 40 keV in figuur 7 (paragraaf 3) ten gevolge van het filter.
b Geef een beredeneerde schatting van de dikte van het aluminium filter als de intensiteit van straling met een fotonenergie van 20 keV gehalveerd moet worden. Maak gebruik van Binas.

Stel dat een röntgenbron met filter wordt gebruikt voor het maken van een röntgenfoto van de borstkas.
c Leg het nut van het filter uit door in te gaan op de opgelopen stralingsdosis met en zonder filter en het effect dat het filter heeft op de kwaliteit van de röntgenfoto.

31 Halveringsdikte bepalen
Sander en Esther voeren een experiment uit om de halveringsdikte van aluminium te bepalen. Ze hebben plaatjes aluminium tot hun beschikking van verschillende dikte en een radioactieve bron die gammastraling uitzendt met een fotonenergie van 60 keV en alfastraling met een energie van 5,6 MeV. Ze meten het aantal stralingsdeeltjes per 30 s met steeds dikkere plaatjes aluminium tussen de bron en de stralingsmeter. Hun meetwaarden staan in onderstaande tabel.

d (mm)	N
0	167
1	158
2	154
5	122
10	97
15	74
20	52
25	39

De meting bij $d = 0$ mm hebben ze uitgevoerd met een stuk papier tussen bron en stralingsmeter.
a Leg uit waarom ze dit hebben gedaan.

Sander en Esther meten zonder bron in 2,0 min een intensiteit van $N = 60$.
b Zet de meetgegevens in een (N,d)-diagram. Houd daarbij rekening met de achtergrondstraling.
c Bepaal uit je diagram de halveringsdikte voor deze gammastraling voor aluminium.

32 Afscherming gammabron
Een bron zendt γ-straling uit met $E_1 = 1{,}0$ MeV en $E_2 = 2{,}0$ MeV. Deze bron wordt verpakt in een laag aluminium van 1,0 cm dikte. Deze ingekapselde bron wordt vervolgens omgeven met zoveel beton dat de stralingsintensiteit afneemt met 99%.
a Bereken de procentuele afname van de intensiteit van beide energieën direct buiten de laag aluminium.
b Bereken de dikte van de laag beton die nodig is om de intensiteit van fotonenergie E_1 met in totaal 99% te doen afnemen.
c Bereken voor de dikte van de laag beton uit opdracht b de totale afname van de intensiteit van energie E_2.

d Bereken de dikte van de laag beton zodat de intensiteit van fotonenergie E_2 met in totaal 99% is afgenomen.
e Bereken voor de dikte uit opdracht d de totale afname van de intensiteit van fotonenergie E_1.
f De intensiteit van de straling met fotonenergie E_1 is vier keer zo groot als de intensiteit van de straling met fotonenergie E_2. Beredeneer bij welk van de bij opdrachten b en d berekende dikten van de betonnen afscherming de totale intensiteit van de straling minstens met 99% is afgenomen. Bereken vervolgens voor deze dikte de intensiteit van de totale straling na de afscherming.

33 Afscherming bèta- en gammabron
Een ruimte moet afgeschermd worden voor zowel β-straling met E = 20 MeV als voor röntgenstraling met E = 100 keV. Neem aan dat de intensiteit van beide bronnen even groot is en dat lood gebruikt wordt als afschermingsmateriaal.
De dracht van β-straling kan berekend worden met:

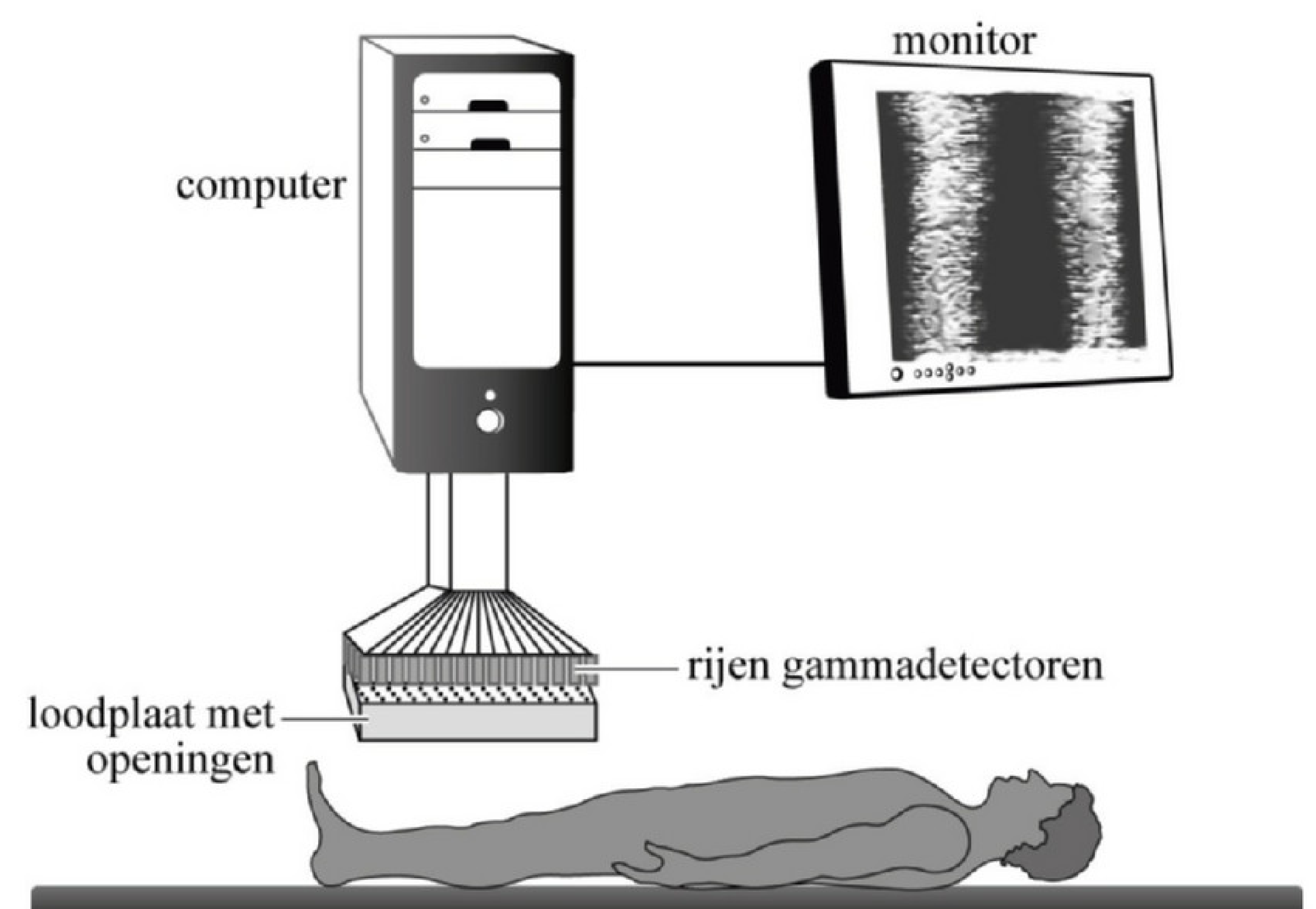
$$d = 10 \cdot \frac{E}{\rho}$$

Hierin is:
- d de dracht in meter (m);
- E de energie van de elektronen in mega-elektronvolt (MeV);
- ρ de dichtheid van de afscherming in kilogram per kubieke meter (kg m^{-3}).

a Laat door middel van een afleiding zien wat de eenheid is van het getal 10 in de formule.
b Bereken hoe dik het lood moet zijn om alle β-straling tegen te houden.
c Bereken hoeveel de intensiteit van de röntgenstraling afneemt bij gebruik van de afscherming voor de β-straling.
d Bereken de looddikte om de intensiteit van de röntgenstraling met een factor 1000 te verminderen.
e Welke dikte, die voor de β-straling of die voor de röntgenstraling, is bepalend voor de dikte van de afscherming? Licht je antwoord toe.

34 Onderzoek van bot met calcium-47
Voor onderzoek aan de botten krijgt een patiënt een hoeveelheid van de instabiele isotoop calcium-47 toegediend. Calcium-47 zendt gammastraling en nog een ander soort straling uit.
a Schrijf de vervalvergelijking op voor calcium-47 en bepaal zo welk ander stralingsdeeltje er nog meer vrijkomt.

De gammastraling kan buiten het lichaam gedetecteerd worden. De arts kan zo zien of er met de botten iets bijzonders aan de hand is. De benen van de patiënt worden onder een apparaat gelegd dat gammastraling meet (figuur 14).



▶ **figuur 14** meetopstelling

In het apparaat zijn honderden gammadetectoren in rijen naast elkaar geplaatst. Onder de gammadetectoren bevindt zich een dikke loden plaat. Onder elke gammadetector zit in de plaat een smal gat. Elke gammadetector registreert alleen de straling die uit het deel van het been *recht onder* de detector komt.

b Waarom is het gewenst dat die straling alleen van recht onder komt?

Voor het maken van het beeld van het bot worden de gegevens door de computer verwerkt. Voor verschillende delen van de benen verschilt de absorptie van gammastraling in het spierweefsel en in de lucht tussen de detector en het been. Om de metingen van het been te kunnen vergelijken, moet voor die absorptie gecorrigeerd worden. Daarvoor vermenigvuldigt de computer de meetwaarde van elke detector met een correctiefactor. Zonder absorptie is de correctiefactor 1.
Neem aan dat zich tussen een gammadetector en het bot 10 cm lucht en 4,5 cm spierweefsel bevindt. De absorptie in spierweefsel is gelijk aan die in water. Ga uit van een gammafoton met een energie van 1,0 MeV.

c Bereken de grootte van de correctiefactor voor die detector.

naar: examen 2016-I

5 Straling en tijd

In deze paragraaf leer je:
- een vervalkromme, of (N,t)-diagram opstellen;
- de activiteit op een bepaald moment berekenen en bepalen uit een (N,t)-diagram;
- hoe verschillende halveringstijden van isotopen gebruikt worden in medische diagnostiek;
- berekeningen maken met de halveringstijd.

Elke keer als een radioactieve bron straling uitzendt, vermindert het aantal radioactieve kernen in de bron. Hierdoor zendt de bron steeds minder straling uit. Het tijdstip waarop een radioactieve kern vervalt is puur gebaseerd op toeval en niet te voorspellen. Voor een bron als geheel, bestaande uit zeer veel deeltjes, is er toch een vast patroon.

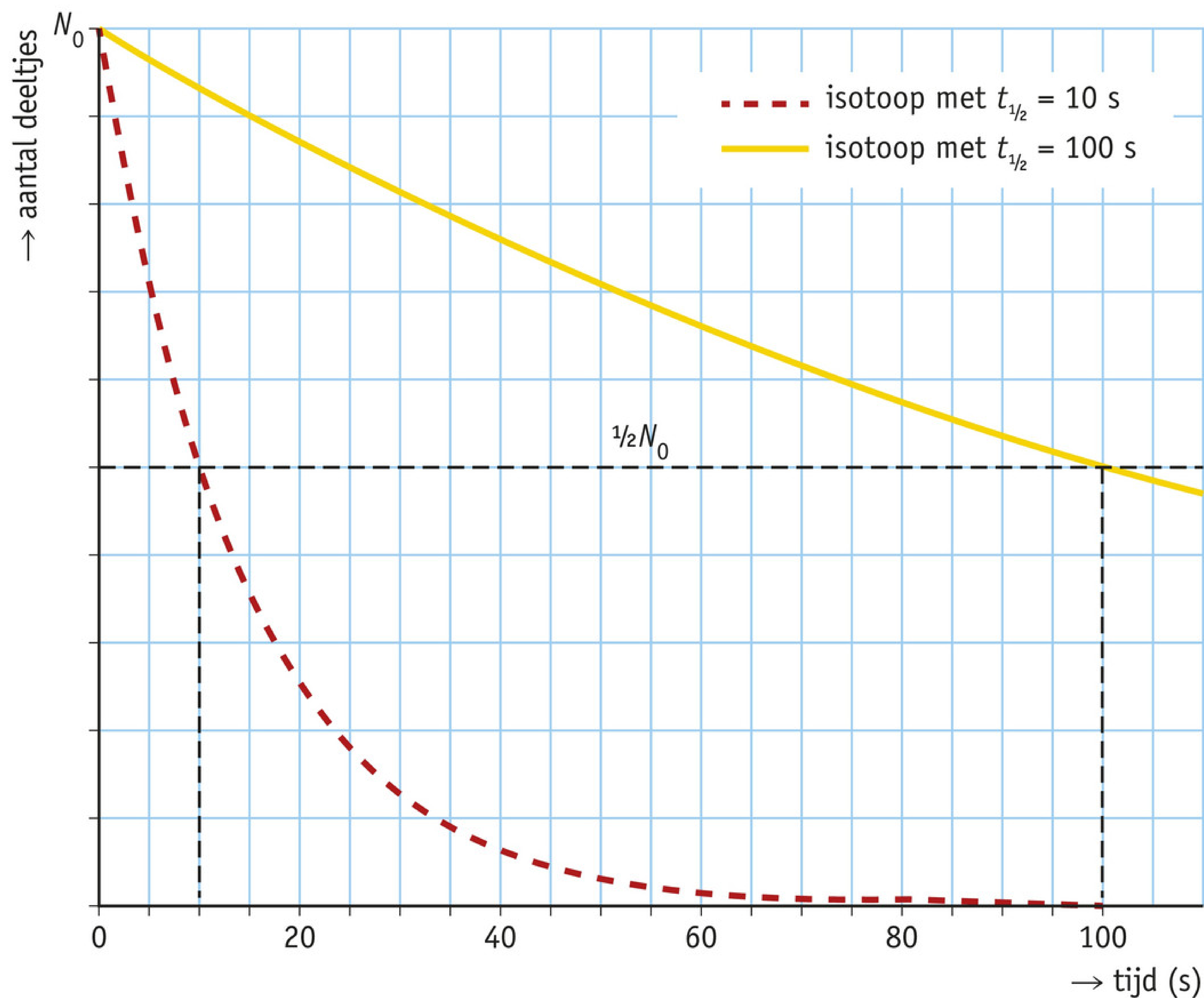
Radioactief verval

In een gram stof bevinden zich al snel in de orde van 10^{23} kernen. Daardoor kun je voor een bron als geheel voorspellen dat na een bepaalde tijd de helft van de kernen vervallen is. Deze tijd wordt de **halveringstijd $t_{½}$** genoemd en hangt niet af van de hoeveelheid radioactieve stof. In Binas tabel 25A vind je halveringstijden van verschillende isotopen. Dit lijkt op wat je in paragraaf 4 hebt gelezen over halveringsdikte. Daar kon je de intensiteit van de straling beschrijven als een exponentiële functie van de diepte. Eenzelfde soort verband geldt voor het aantal radioactieve atoomkernen als functie van de tijd:

$$N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{½}}}$$

Hierin is:
- $N(t)$ het aantal radioactieve atoomkernen na een periode t;
- N_0 het aantal radioactieve atoomkernen aan het begin van de meting;
- t de tijd sinds het begin van de meting;
- $t_{½}$ de halveringstijd van het radioactieve materiaal.

De eenheid van t en $t_{½}$ ligt niet vast, maar moet voor beide wel dezelfde zijn; het kan hier om seconde (s) gaan, maar ook over jaar (y). Als je het aantal atomen van een radioactieve isotoop uitzet tegen de tijd, krijg je een zogeheten **vervalkromme** (figuur 15).



▲ **figuur 15** vervalkrommen van een radioactieve element met een korte (rood) een lange halveringstijd (geel)

▶ **EXPERIMENT 2** Radioactief verval (begripspracticum)

Activiteit

De sterkte van een radioactieve bron wordt de **activiteit *A*** genoemd: het aantal vervallen kernen per seconde, gemeten in becquerel (Bq). Er geldt 1 Bq = 1 s^{-1}. Omdat de activiteit recht evenredig is met het aantal radioactieve kernen, neemt de activiteit in de tijd af volgens:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{t}{t_{½}}}$$

Hierin is:
- $A(t)$ de activiteit van de bron na een periode t in becquerel (Bq);
- A_0 de activiteit van de bron aan het begin van de meting in becquerel (Bq);
- t de tijd sinds het begin van de meting;
- $t_{½}$ de halveringstijd van het radioactieve materiaal.

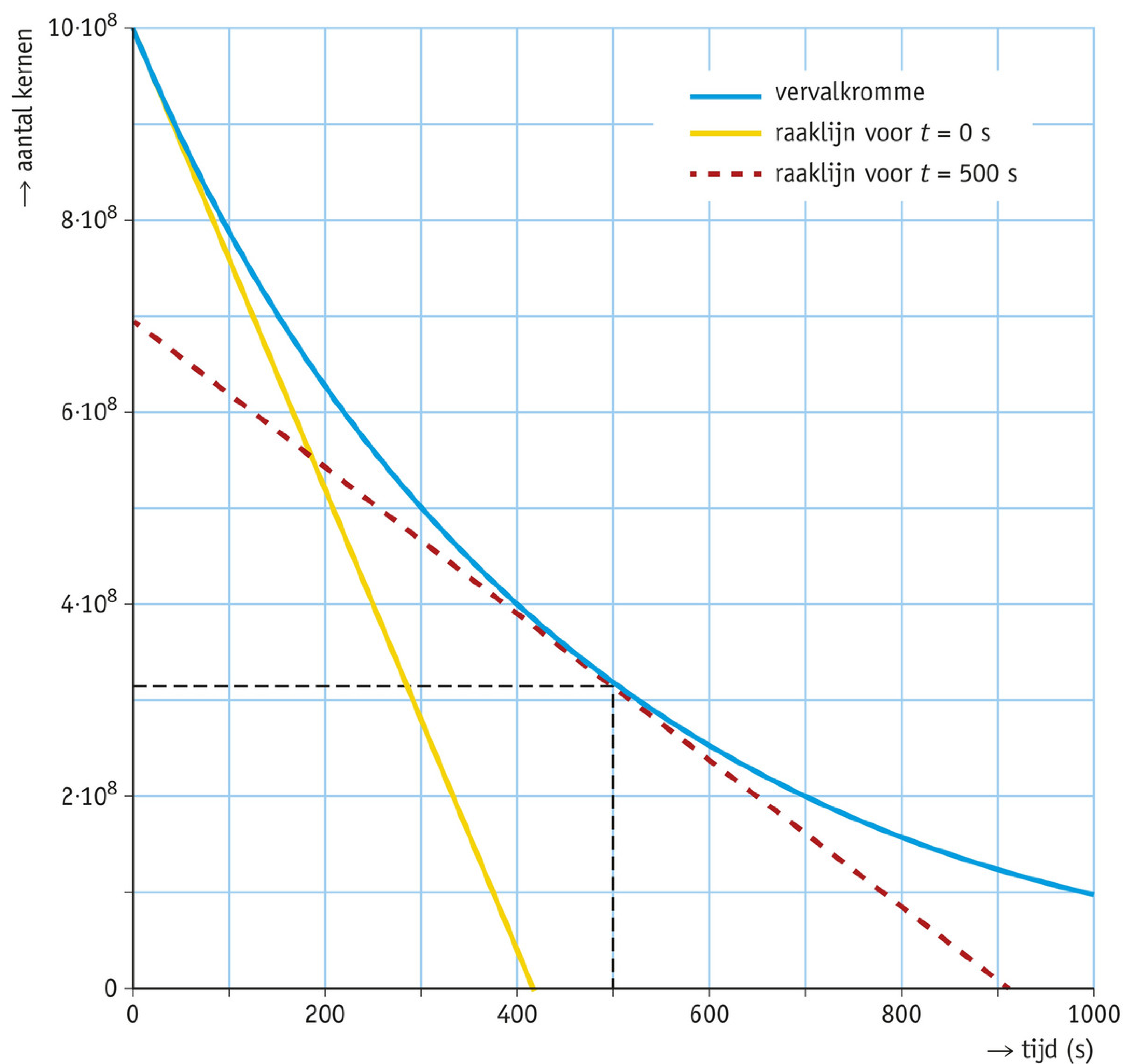
Opnieuw geldt dat voor t en $t_{½}$ elke tijdseenheid gebruikt mag worden mits deze voor beide gelijk is. Uit de definitie van de activiteit volgt:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \frac{\ln 2}{t_{½}} \cdot N$$

Hierin is:
- A de activiteit in becquerel (Bq);
- N het aantal radioactieve atoomkernen;
- $t_{½}$ de halveringstijd van het radioactieve materiaal in seconde (s).

Let op: de halveringstijd moet hier altijd in seconde gegeven worden. Je ziet dat uit deze formule volgt dat hoe korter de halveringstijd is en hoe meer radioactieve kernen er zijn, hoe actiever de bron is.

Je kunt de activiteit A op een zeker tijdstip t bepalen uit het (N,t)-diagram door de helling op dat tijdstip te bepalen (figuur 16 en voorbeeldopgave 6).



▲ **figuur 16** Zo bepaal je de activiteit A van een radioactieve isotoop uit het (N,t)-diagram.

Voorbeeldopgave 6

In een afgeschermde ruimte bevindt zich een stukje kobalt-60 met een massa van 1,000 g.

a Bereken de activiteit van het stukje kobalt.

In figuur 16 zie je het (N,t)-diagram van een bepaalde isotoop.

b Bepaal de activiteit op t = 500 s. Controleer je antwoord met behulp van de formule voor de activiteit.

Uitwerking

a Gegevens:

m_{Co} = 1,000 g

$t_{½}$ = 5,27 y = 5,27 × 365,25 × 24 × 3600 = $1{,}663 \cdot 10^8$ s (Binas tabel 25 en 31)

M_{co} = 59,933 82 u (Binas tabel 25)

Formule:

$$A = \frac{\ln 2}{t_{½}} \cdot N$$

Uitwerking:
De atoommassa uitgedrukt in atomaire massa-eenheid u is per definitie gelijk aan de molaire massa in gram per mol. Dus het aantal kobalt-60 atomen bedraagt:

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1{,}000}{59{,}933\ 82} \times 6{,}0221 \cdot 10^{23} = 1{,}0048 \cdot 10^{22}$$

De activiteit is dan:

$$A = \frac{\ln 2}{1{,}663 \cdot 10^8} \times 1{,}0048 \cdot 10^{22} = 41{,}9 \text{ TBq}$$

b De activiteit is gelijk aan min de helling in het (N,t)-diagram. Controleer dan wel of de tijd in seconden gegeven is en reken deze anders om.

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\frac{-6{,}9 \cdot 10^8}{910} = 7{,}6 \cdot 10^5 \text{ Bq}$$

Om de activiteit te berekenen gebruik je de formule:

$$A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N$$

Lees af op $t = 500$ s: $N = 3{,}1 \cdot 10^8$. Om de halveringstijd te bepalen lees je in de grafiek af op welk tijdstip het aantal deeltjes is gehalveerd. Op $t = 0$ zijn er $10 \cdot 10^8$ deeltjes, op $t = 300$ s zijn er nog maar $5 \cdot 10^8$ deeltjes, dus $t_{½} = 300$ s. Invullen geeft:

$$A = \frac{\ln 2}{300} \times 3{,}1 \cdot 10^8 = 7{,}2 \cdot 10^5 \text{ Bq}$$

Het antwoord wijkt iets af, maar dat komt doordat voor beide berekeningen een bepaling nodig was.

Bij sommige elementen is één van de natuurlijke isotopen radioactief. In dat geval is het mogelijk het gehalte van de radioactieve isotoop te bepalen.

Voorbeeldopgave 7

Een blokje natuurlijk rubidium heeft een activiteit van 435 kBq.
Bereken de massa van het blokje rubidium.

Uitwerking
Het gaat om natuurlijk rubidium, dus 72,2% van de deeltjes bestaat uit het niet-radioactieve rubidium-85 en de resterende 27,8% bestaat uit het radioactieve rubidium-87.
Overige gegevens:
$A = 435 \text{ kBq} = 435 \cdot 10^3 \text{ Bq}$
$t_{½} = 4{,}8 \cdot 10^{10} \text{ y} = 4{,}8 \cdot 10^{10} \times 365{,}25 \times 24 \times 3600 = 1{,}51 \cdot 10^{18} \text{ s}$
$M_{Rb\text{-}87} = 86{,}909\ 19 \text{ u}$
$M_{Rb\text{-}85} = 84{,}011\ 79 \text{ u}$

Formule:

$$A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N$$

Invullen:

$$N_{Rb\text{-}87} = \frac{t_{½}}{\ln 2} \cdot A = \frac{1{,}51 \cdot 10^{18}}{\ln 2} \times 435 \cdot 10^3 = 9{,}48 \cdot 10^{23} = 1{,}57 \text{ mol}$$

Dit staat gelijk aan 27,8% van 1 mol natuurlijk rubidium. De hoeveelheid rubidium-85 is dus:

$$N_{\text{Rb-85}} = \frac{72,2\%}{27,8\%} \times 1,57 = 4,09 \text{ mol}$$

De totale massa is dan:
$m_{\text{tot}} = M_{\text{Rb-85}} \cdot N_{\text{Rb-85}} + M_{\text{Rb-87}} \cdot N_{\text{Rb-87}} = 84,011\,79 \times 4,09 + 86,909\,19 \times 1,57 = 0,48$ kg
(Omdat de halveringstijd in twee significante cijfers bekend is, moet de massa voor het optellen afgerond worden op twee significante cijfers. Het eindresultaat komt dan ook uit op twee significante cijfers.)

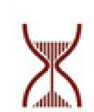
Onthoud!

- Radioactieve elementen kennen een halveringstijd $t_{½}$ waarin de helft van het aantal atomen vervalt.
- Het aantal atomen $N(t)$ na een periode t volgt uit $N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{t}{t_{½}}}$, waarbij N_0 het aantal radioactieve atomen is bij het begin van de meting.
- De activiteit A van een radioactieve stof wordt gegeven in het aantal vervallen kernen per seconde en uitgedrukt in de eenheid becquerel (Bq). Voor het verloop van de activiteit geldt dezelfde formule als voor het aantal atomen N.
- Het verband tussen het aantal radioactieve atomen N, de halveringstijd $t_{½}$ en de activiteit A wordt gegeven door $A = \frac{\ln 2}{t_{½}} \cdot N$. Let op dat je in deze formule $t_{½}$ invult in seconde.

Opdrachten

35 Een enkel atoom
In een afgesloten ruimte bevindt zich één atoom van een radioactieve stof met een halveringstijd $t_{½} = 100$ s.
Leg uit of de volgende uitspraken waar zijn.
a Na $t = 100$ s is het atoom vervallen.
b Het atoom vervalt direct aan het eind van de halveringstijd.
c Na een tijd $t = 10 \cdot t_{½}$ is de kans dat het atoom niet vervallen is, kleiner dan 1‰.

36 Twee isotopen
Een radioactieve isotoop A vervalt met een halveringstijd $t_{½} = 40$ s in een stabiele isotoop B. Op tijdstip $t = 0$ s zijn er 100 instabiele kernen van stof A aanwezig. Bereken de hoeveelheden van A en B na:
a $t = 40$ s
b $t = 120$ s
c $t = 20$ s


37 Achtergrondstraling
Een natuurkundestudent gebruikt een stralingsmeter om de straling in een laboratorium te meten. Eerst meet hij de achtergrondstraling: 5 deeltjes per minuut. Daarna houdt hij de stralingsmeter bij een radioactief preparaat dat op dat moment een activiteit heeft van 80 deeltjes per minuut. Het preparaat heeft een halveringstijd van 8 minuten.
Hoelang duurt het voordat de student met zijn stralingsmeter 10 deeltjes per minuut meet?
A 8 minuten
B 12 minuten
C 24 minuten
D 32 minuten

38 Stralingsbescherming
Bij stralingsbescherming wordt als vuistregel gebruikt dat radioactief materiaal na tien halveringstijden verdwenen is.
a Bereken hoeveel keer kleiner de stralingsactiviteit dan is geworden.
b Kan deze regel onder alle omstandigheden worden toegepast? Licht je antwoord toe.

Een isotoop met een korte halveringstijd is relatief korte tijd gevaarlijk. Een isotoop met een lange halveringstijd is minder gevaarlijk, maar vormt langere tijd een probleem.
c Leg dit uit aan de hand van een formule.

39 Kalium-40
Een deel van het natuurlijke kalium bestaat uit radioactief kalium-40 dat meestal vervalt via bètaminverval. Omdat deze isotoop in de natuur voorkomt, wordt hij opgenomen door levende organismen die daardoor zelf een zekere radioactiviteit hebben.
a Geef de reactievergelijking van het meest voorkomende verval van kalium-40.
b Bereken op basis van het gemiddelde kaliumgehalte van het menselijk lichaam (0,25 massaprocent) de activiteit in Bq van een doorsnee mens (m = 70 kg).
c Maak een schatting van de jaarlijkse equivalente dosis die een doorsnee mens ontvangt van dit kalium. Neem aan dat alle straling van het kalium-40 haar dosis afgeeft in het lichaam.

+40 Ouderdom van gesteente
Uranium-235 vervalt via een reeks tussenstappen naar lood-207. Door de verhouding tussen de atomen uranium-235 en lood-207 te meten, kan de ouderdom t van gesteente berekend worden volgens:

$$\frac{N_{Pb}}{N_U} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{t}{t_{½}}} - 1 = 2^{\frac{t}{t_{½}}} - 1$$

Hierin is $\frac{N_{Pb}}{N_U}$ de verhouding tussen het aantal uranium- en loodatomen en $t_{½}$ de halveringstijd van uranium-235.
a Leg uit dat de halveringstijden van de verschillende isotopen uit de vervalreeks van uranium-235 niet van invloed zijn op de berekening van de ouderdom.
b Leid het gegeven verband af met behulp van formules uit Binas.

Voor een nauwkeurige bepaling mag de verhouding $\frac{N_{Pb}}{N_U}$ niet kleiner zijn dan 0,001 en niet groter dan 10.
c Bereken de minimale en de maximale ouderdom die met deze methode bepaald kan worden.

Voor een bepaald gesteente geldt dat de massaverhouding $\frac{m_{Pb}}{m_U} = 0{,}533$.
d Bereken de ouderdom van het gesteente.

41 Jodiumpreparaat
Een jodiumpreparaat dat 10 g jodium bevat, geeft bèta- en gammastraling af, waarbij de activiteit in 4,0 h met 1,43% afneemt. Bij het begin van de meting heeft het preparaat een activiteit A = 4,6 GBq.
a Bereken de halveringstijd van het radioactieve jodium en bepaal om welke isotoop het gaat.
b Bereken hoeveel radioactieve kernen het preparaat bevatte bij het begin van de meting.
c Bereken het gehalte radioactieve jodiumkernen in het preparaat in procenten.

42 Kobalt-60

Een blok kobalt met een massa m = 1,00 kg is mogelijk verontreinigd met het radioactieve kobalt-60. Bij metingen blijkt dat een stukje van 1,00 g een activiteit A = 174 MBq heeft.

a Bereken de activiteit van het hele blok kobalt.

b Bereken de activiteit van het hele blok over 10 jaar en over 25 jaar.

c Bereken hoeveel radioactieve atomen kobalt-60 het hele blok bevat op het tijdstip van de metingen.

d Bereken het gehalte radioactieve atomen in het blok kobalt in procenten.

43 Molybdeenkoe

Technetium-99m is van groot belang voor bepaalde technieken in de medische beeldvorming. Omdat het een vrij korte halveringstijd heeft, wordt deze isotoop in een speciaal laboratorium in een ziekenhuis gewonnen uit een zogenoemde molybdeenkoe. In zo'n koe ontstaat technetium-99m als tussenstap bij het verval van molybdeen-99 naar technetium-99.

a Geef de totale reactie voor het verval van molybdeen-99 naar technetium-99 en geef bij elke stap de halveringstijd.

b Schets in een grafiek de percentages van de drie isotopen gedurende 24 uur waarbij op t = 0 h alleen molybdeen-99 aanwezig is. Licht toe hoe je op je antwoord bent gekomen.

c Geef een beredeneerde schatting van de hoeveelheden technetium-99m en technetium-99 na zes uur en na twaalf uur. Op t = 0 is alleen 10 g molybdeen-99 aanwezig.

d Beantwoord opdrachten b en c met behulp van een computermodel.
Hint: Uit de definitie van activiteit volgt: $\mathrm{d}N = -A \cdot \mathrm{d}t$. Verder is $A \sim N$. Gebruik de formule uit het kader: Onthoud!.

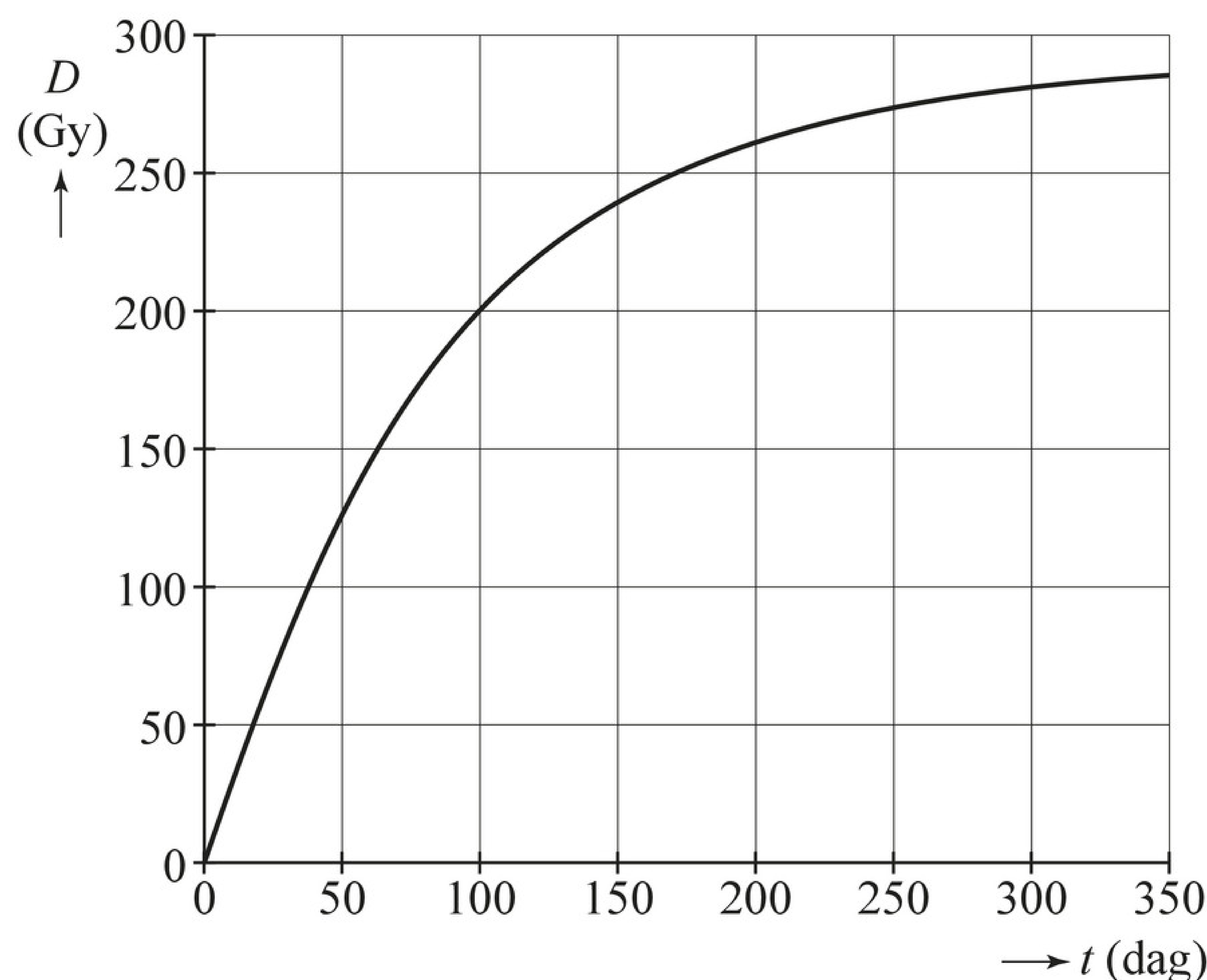
44 Inwendige bestraling

Inwendige bestraling met behulp van in de tumor aangebrachte radioactieve jodium-125-bronnen is een effectieve behandeling voor de genezing van een tumor. Het jodium-125 zit daarbij in kleine, 4,5 mm lange, holle titaniumnaaldjes die permanent in de tumor achterblijven.

a Hoe wordt dit type behandeling genoemd?

Voor de productie van I-125 beschiet men Xe-124 met neutronen. De isotoop die daarbij ontstaat, vervalt tot I-125.

b Geef de beide reactievergelijkingen die leiden tot de vorming van I-125.



▲ **figuur 17** dosis in de tumor als functie van de tijd

Bij het verval van I-125 worden γ-fotonen uitgezonden met een gemiddelde energie van 28 keV, die geabsorbeerd worden door de tumor. De naaldjes worden tijdens een operatie in de tumor geplaatst. Ze worden 10 dagen vóór de operatie door een bedrijf in de Verenigde Staten geproduceerd. Op het moment van de operatie moet de activiteit van het I-125 in één naaldje 17 MBq zijn.

c Bereken de massa I-125 in kg die daartoe tijdens de productie in één naaldje moet worden aangebracht.

In figuur 17 staat de opgebouwde dosis in de tumor uitgezet tegen de tijd. Theo en Loes bespreken figuur 17. Loes zegt dat de activiteit van de naaldjes na een jaar maximaal is, terwijl Theo stelt dat de naaldjes na een jaar juist hun activiteit hebben verloren.

d Leg op grond van figuur 17 uit wie er gelijk heeft.

Drie leerlingen doen een uitspraak over deze behandeling:
- Erik zegt dat de stralingsintensiteit van binnen naar buiten afneemt zowel vanwege de kwadratenwet als door absorptie in het weefsel.
- Myrthe stelt dat de niet-geabsorbeerde fotonen geen schade aan de tumor toebrengen.
- Frank zegt dat de tumor nog steeds radioactief is ten gevolge van I-125, ook als dat helemaal vervallen is.

e Leg voor elke leerling uit waarom deze gelijk heeft of niet.

naar: examen 2017-I

6 Medische beeldvorming

In deze paragraaf leer je:
- de werking uitleggen van verschillende beeldvormingstechnieken, gebaseerd op ioniserende straling: röntgenopname, CT-scan, PET-scan;
- de voor- en nadelen van medische beeldvormingstechnieken benoemen;
- op basis van de voor- en nadelen van medische beeldvormingstechnieken een keuze voor een techniek beargumenteren voor een gegeven situatie;
- uitleggen hoe tracers gebruikt worden in nucleaire diagnostiek.

Artsen beschikken over een breed scala van beeldvormende apparatuur voor het stellen van een medische diagnose. Sommige van deze apparatuur maakt gebruik van ioniserende straling en dus is er een gezondheidsrisico bij het gebruik ervan. Artsen moeten altijd het gezondheidsrisico afwegen tegen het nut te weten wat er met een patiënt aan de hand is. Bovendien heeft elk type apparaat zijn sterke en zwakke kanten en daarmee zijn specifieke toepassing.

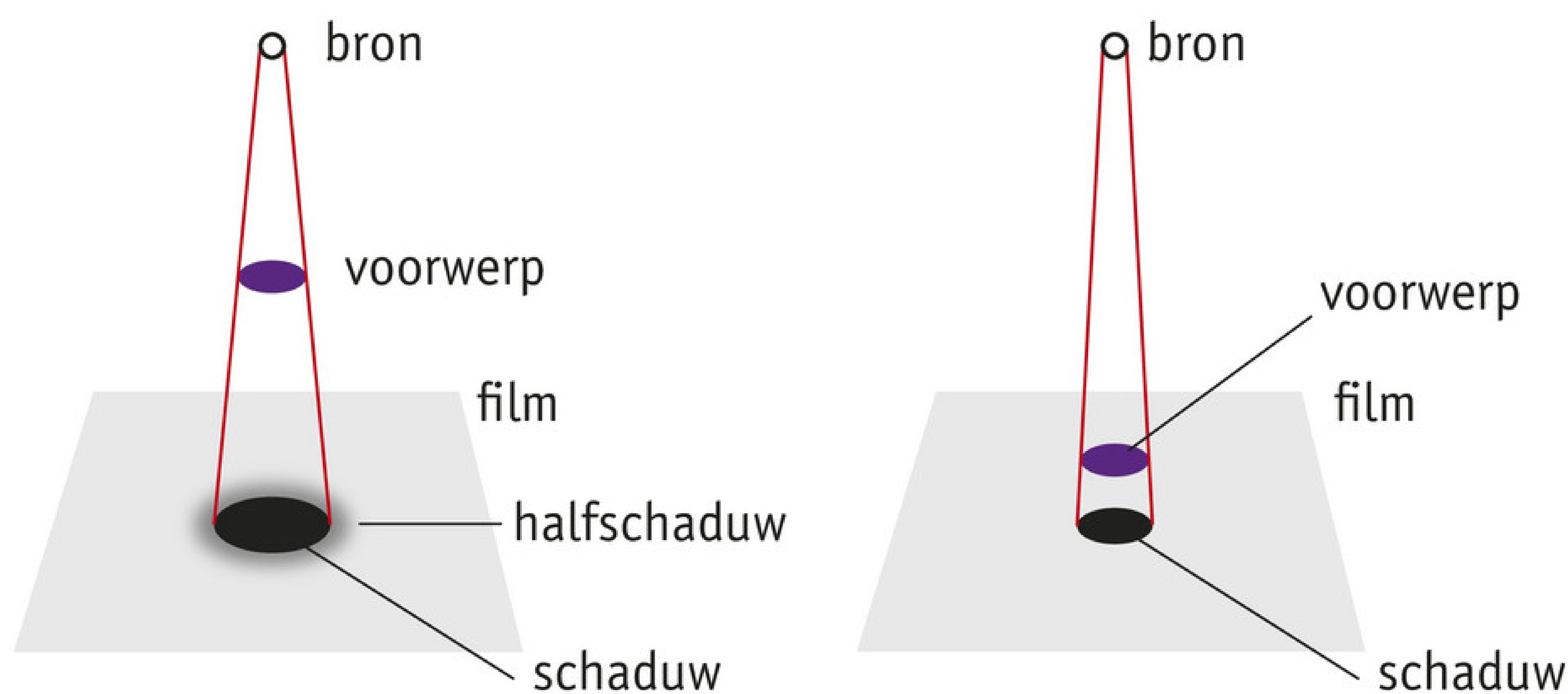
Echografie en MRI-scanner

In hoofdstuk 7 ben je al een medische beeldvormingstechniek tegengekomen: echografie. Het voordeel van deze techniek is dat er geen ioniserende straling wordt gebruikt, waardoor de stralingsdosis nul is. Datzelfde geld voor een MRI-scanner. Bij **echografie** zendt een geluidsbron ultrasone pulsen uit die in het lichaam bij een overgang van verschillende soorten weefsel weerkaatsen. Door de echo's op te vangen en de tijdverschillen te meten kan een beeld worden gevormd van bijvoorbeeld organen of een ongeboren kind.

Een **MRI-scanner** (*Magnetic Resonance Imaging*) maakt gebruik van een sterk magneetveld (0,05 – 2 T) om daarin de waterstofkernen (protonen) in het menselijk lichaam in één richting uit te lijnen. Vervolgens wordt een radiopuls uitgezonden met een frequentie tussen de 2 MHz en 85 MHz. Hierdoor komen de waterstofkernen in een hogere energietoestand terecht. Bij het terugvallen naar de grondtoestand zenden de kernen een radiosignaal uit dat door een detector wordt opgepikt en wordt vertaald naar een driedimensionaal beeld van de patiënt.

Röntgenfoto's

Röntgenfoto's worden meestal gemaakt voor eenvoudige situaties zoals het snel onderzoeken van een botbreuk, het opsporen van metaalsplinters en het doen van algemeen onderzoek aan borstkas en longen. De werking berust op het verschil in absorptie van röntgenstraling door verschillende soorten lichaamsweefsel, met name het verschil in absorptie door botweefsel. Omdat botten meer straling absorberen dan ander lichaamsweefsel, ontstaat een schaduwbeeld op een foto (figuur 18). In dit schaduwbeeld bevindt zich de informatie van het tussenliggende lichaam(sdeel). De structuren die zich het dichtst bij de röntgenfilm bevinden, worden het scherpst afgebeeld, terwijl structuren verder van de film minder scherp zijn. Tegenwoordig wordt het beeld met beeldversterkers direct omgezet in een digitaal beeld. Het voordeel is dat er een veel lagere stralingsdosis nodig is om een goed beeld te krijgen. Ook is het mogelijk bewegende beelden vast te leggen.



▲ **figuur 18** principe van een röntgenfoto

▶ **EXPERIMENT 3** Schaduwbeelden (begripspracticum)

In figuur 19 zie je een modern röntgenapparaat. De straling wordt opgewekt in een röntgenbuis (paragraaf 3). De kwaliteit van de foto hangt af van de versnelspanning van de buis (in kV), de buisstroom (in mA) en de belichtingstijd (in s). De versnelspanning bepaalt de fotonenergie en dus ook hoe diep de röntgenstraling doordringt.

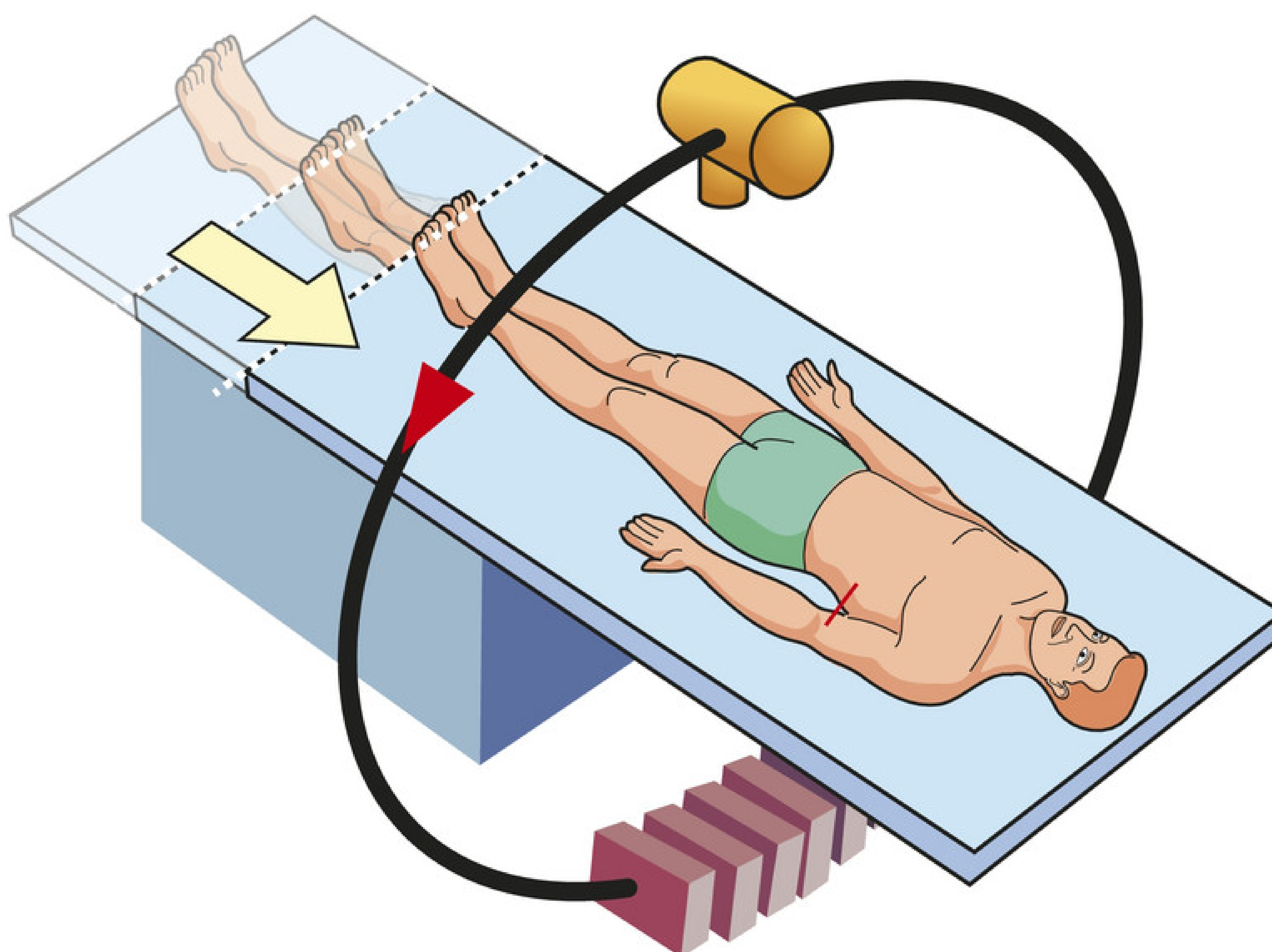


▶ **figuur 19** een modern röntgenapparaat

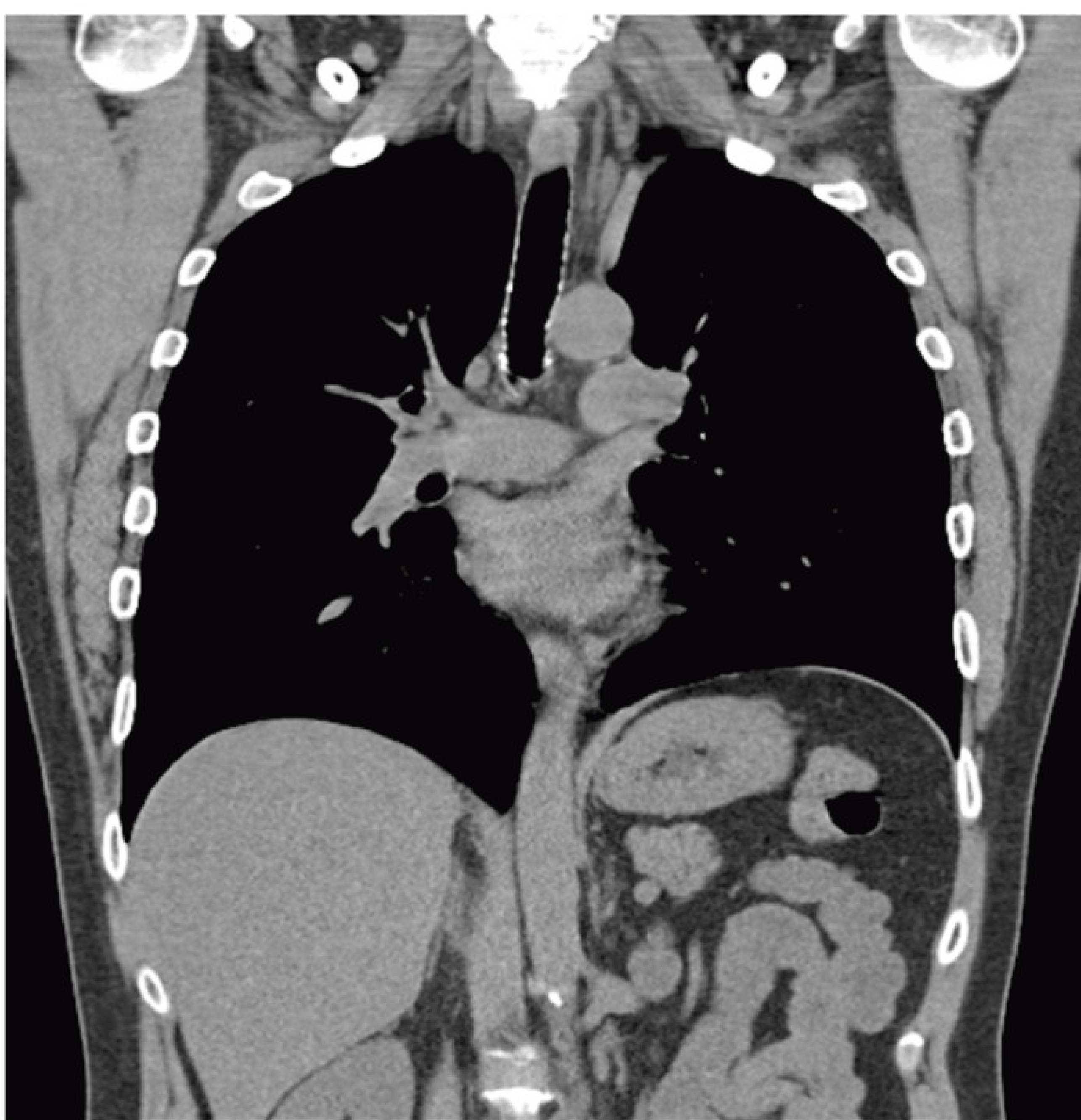
Met de buisstroom kan de intensiteit van de röntgenstraling aangepast worden: hoe hoger de buisstroom, hoe meer elektronen er op het trefplaatje botsen en hoe meer fotonen er per seconde vrijkomen. De totale hoeveelheid straling wordt gegeven door de buisstroom te vermenigvuldigen met de tijd (in seconde) dat de röntgenbuis aan staat. Dit product wordt het mAs-getal genoemd.
In de praktijk ligt voor een bepaalde röntgenfoto het mAs-getal vast. Voor een scherpe foto is een korte tijd gewenst, zodat de patiënt geen tijd heeft om te bewegen, maar dat betekent een hoge buisstroom. Omdat het elektrisch vermogen van de voeding van het röntgenapparaat beperkt is, is de buisstroom ook beperkt en de tijd is daardoor lang. Dit betekent dat je vrij lang stil moet liggen wanneer een röntgenfoto gemaakt wordt. Afhankelijk van de gekozen spanning, het mAs-getal en het soort röntgenopname ligt de dosis voor de patiënt vast.

CT-scanner

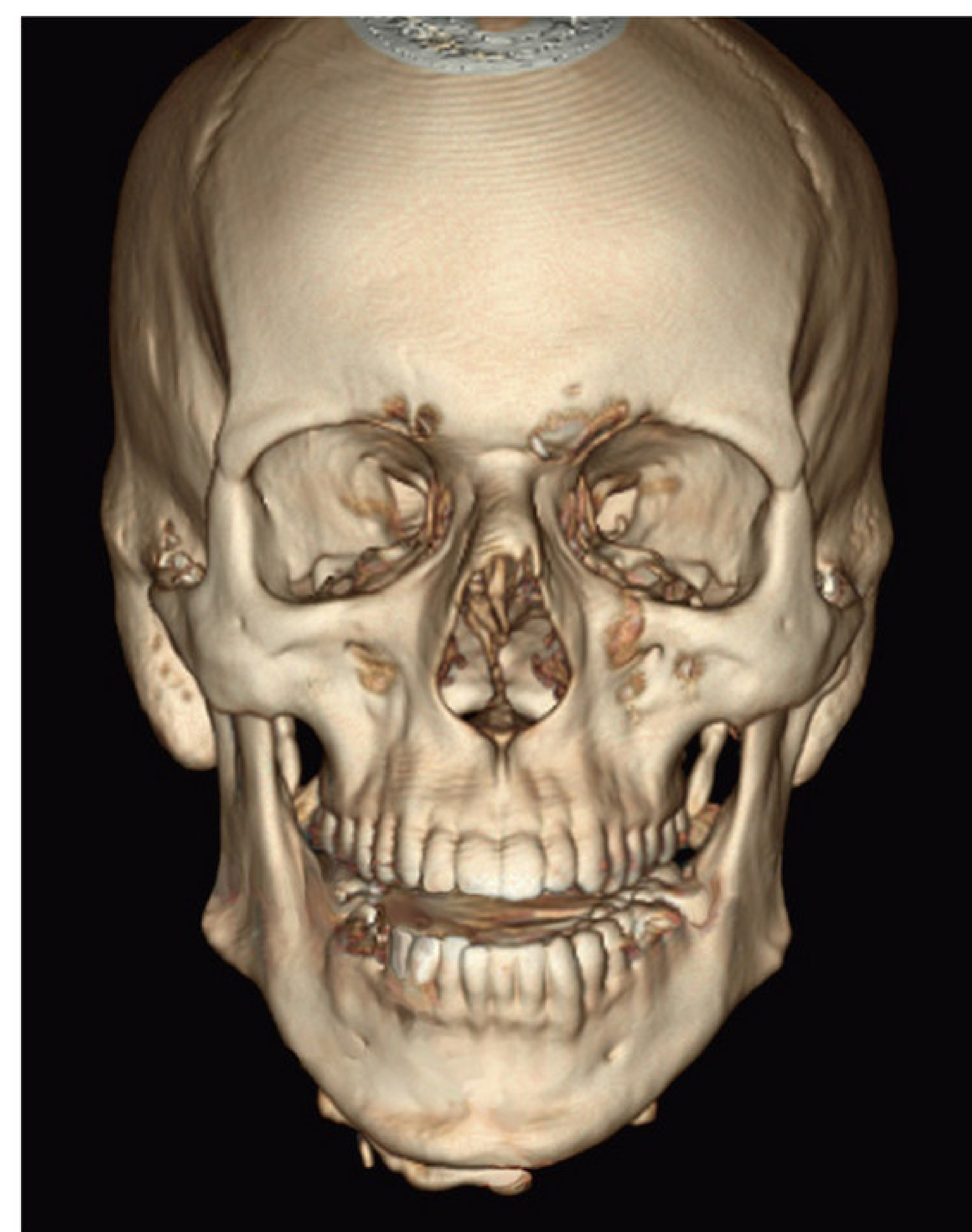
CT staat voor *computed tomography*, dat zoveel betekent als 'berekende dwarsdoorsneden'. In een CT-scanner draait een röntgenbuis rond de patiënt, terwijl deze door het apparaat wordt geschoven (figuur 20). Een ingebouwde computer creëert op basis van de opnamen een driedimensionaal beeld van het inwendige van het lichaam. Een arts kan elke gewenste doorsnede selecteren (figuur 21) en zelfs voor een driedimensionale weergave kiezen (figuur 22). Met een CT-scanner is het mogelijk verschillende organen duidelijker af te beelden dan met een gewone röntgenfoto mogelijk is, zoals duidelijk is uit figuur 21.



◀ **figuur 20** het principe van een CT-scanner, waarbij de röntgenbuis in een helix rond de patiënt beweegt



▲ **figuur 21** Doorsnede van een borstkas op basis van CT-beelden: de organen zijn duidelijk zichtbaar.



▲ **figuur 22** een 3D-beeld van een hoofd op basis van CT-opnamen

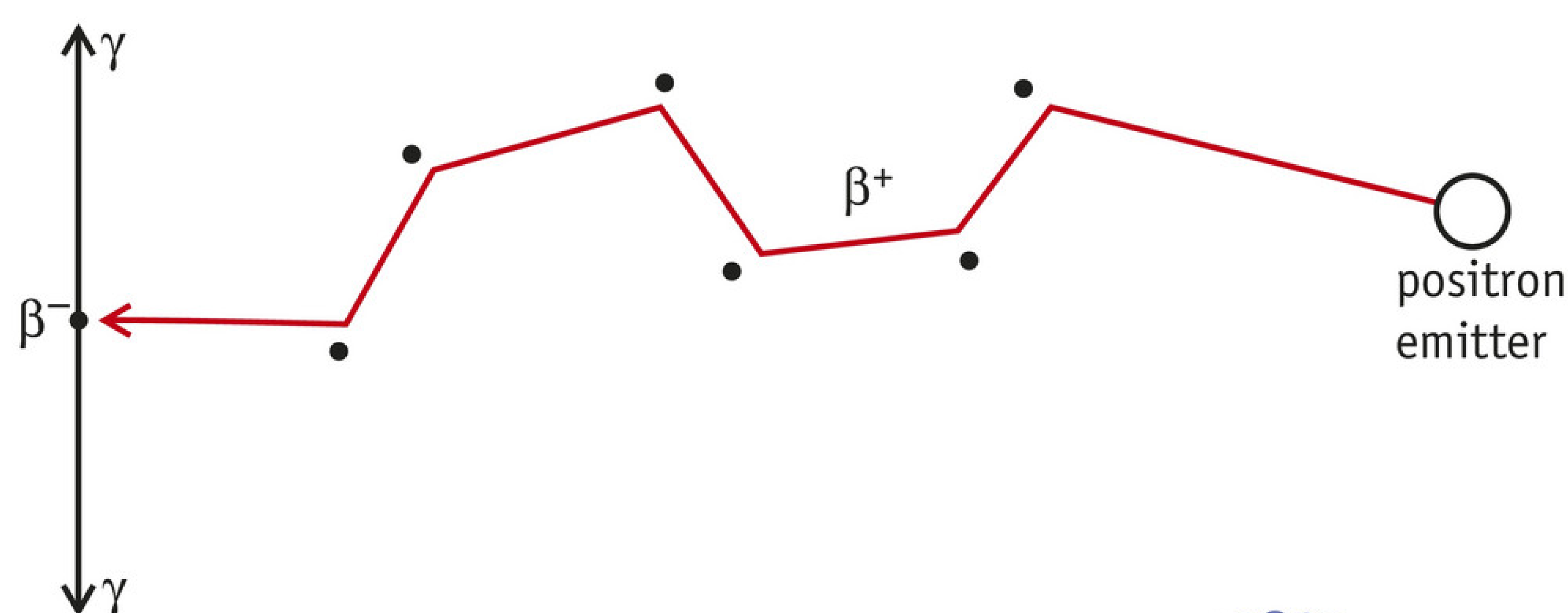
Vergeleken met röntgenfoto's laten CT-beelden veel meer informatie zien. De betere beeldkwaliteit wordt verkregen dankzij een (veel) hogere stralingsdosis. Een onderzoek met een CT-scanner kost meer tijd en is veel duurder dan een onderzoek met een gewoon röntgenapparaat.

Tracers

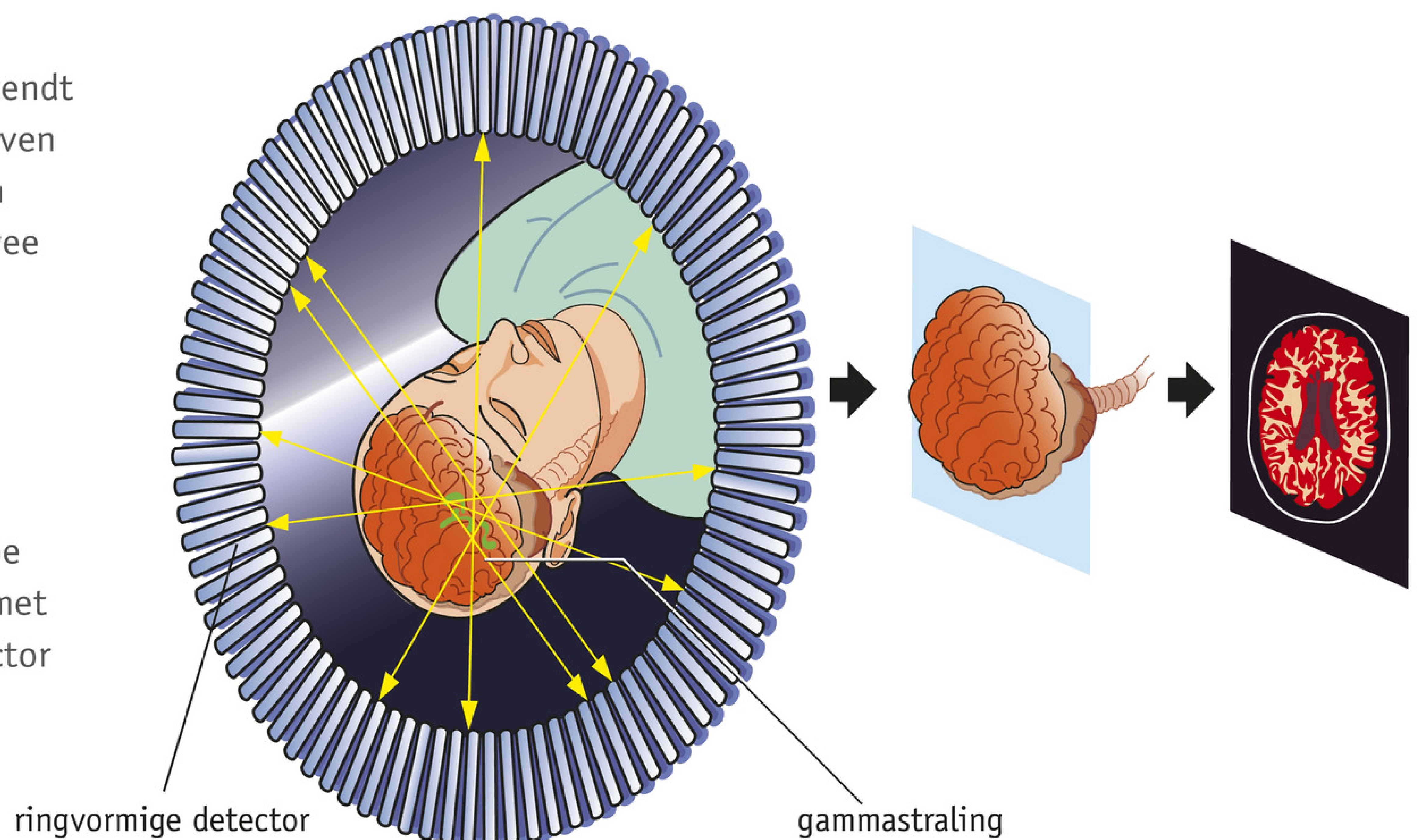
Bij röntgenopnamen en CT-scans bevindt de stralingsbron zich buiten het lichaam van de patiënt. Bij nucleaire diagnostiek wordt de stralingsbron in de patiënt gebracht in de vorm van radioactieve **tracers**: niet-radioactieve moleculen waar een radioactief atoom aan gebonden is. Het molecuul wordt door het lichaam opgenomen. Door de radioactiviteit te meten, zijn fysiologische processen te volgen.
De meest gebruikte radioactieve tracer in de nucleaire geneeskunde is technetium-99m. Technetium-99m heeft een halveringstijd van zes uur en de uitgezonden gammastraling heeft een fotonenergie van 140 keV. Deze straling kan buiten het lichaam goed waargenomen worden met gammacamera's om een beeld te vormen.

PET-scanner

De afkorting PET staat voor *positron emission tomography*, vrij vertaald: een apparaat dat dwarsdoorsneden maakt op basis van informatie van uitgezonden positronen. Bij een **PET-scanner** wordt dus een tracer gebruikt die bètaplusstraling uitzendt.
Elk uitgezonden positron komt uiteindelijk tot stilstand tegen een elektron, waarbij beide deeltjes opgaan in twee fotonen. Dit proces heet **annihilatie**. De fotonen hebben elk een karakteristieke energie van 511 keV en bewegen in tegengestelde richting (figuur 23). Door beide fotonen te detecteren, is te bepalen in welke richting de annihilatie heeft plaatsgevonden. Uit het tijdsverschil in aankomst bij een detector is de locatie te bepalen. Door een groot aantal van dit soort metingen te combineren, ontstaat een beeld van de verdeling van de tracer. Omdat van tevoren niet bekend is in welke richting de fotonen worden weggeschoten, werkt de PET-scanner met een ringvormige detector rond de patiënt. Op deze manier kan steeds één doorsnede bepaald worden (figuur 24).



▲ **figuur 23** De tracer zendt een positron uit dat even later met een elektron annihileert waarbij twee fotonen ontstaan.



▶ **figuur 24** het principe van een PET-scanner met een ringvormige detector

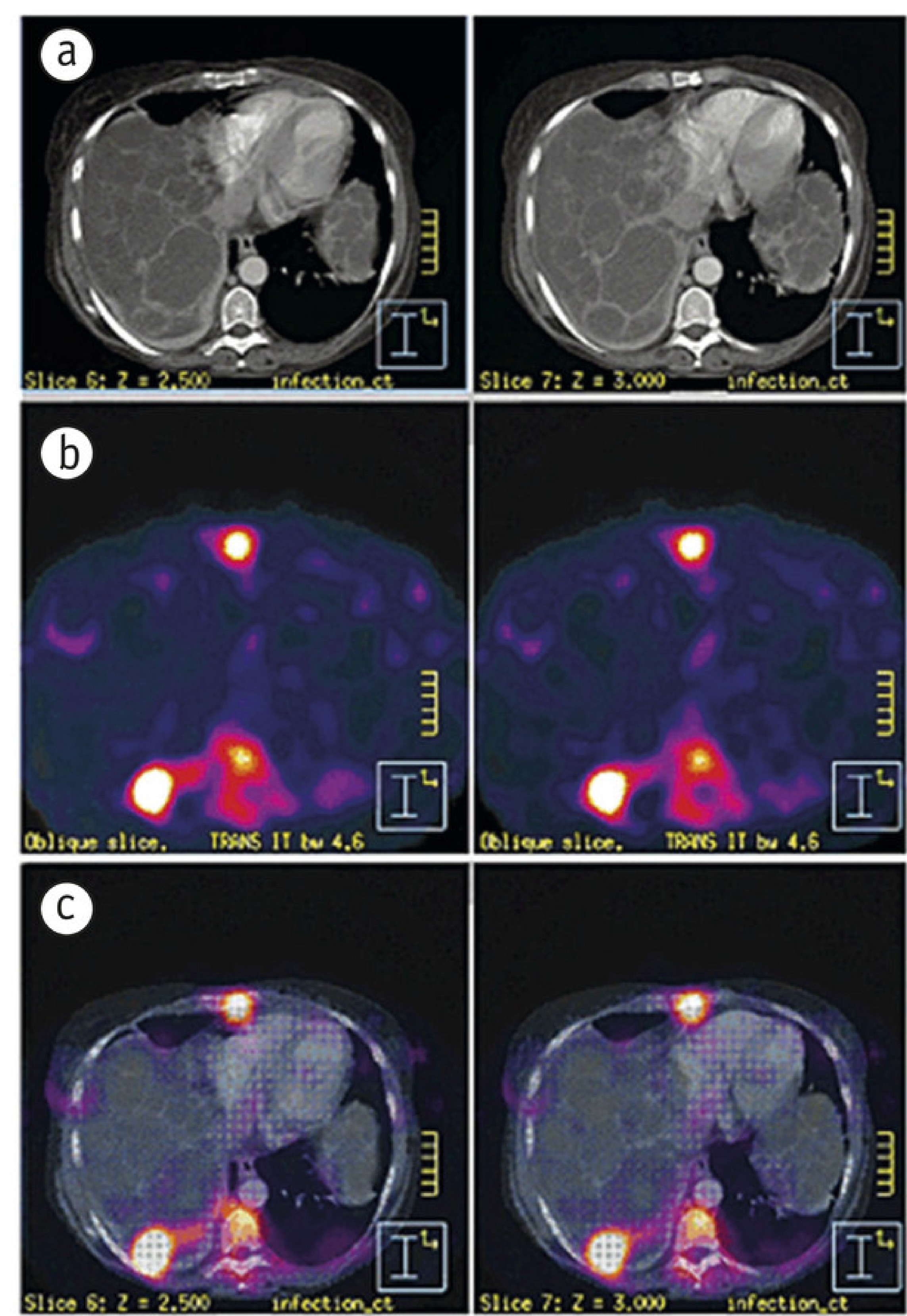
De meest gebruikte tracer voor PET is FDG (fluorodeoxyglucose). Dit is een glucose waarbij een hydroxylgroep (OH) is vervangen door radioactief fluor-18. FDG wordt net als gewone glucose door een cel opgenomen, maar zolang het fluoratoom nog niet vervallen is kan het niet worden uitgescheiden. Daardoor hoopt FDG zich op in cellen van organen met een hoog metabolisme. In principe zijn dit hart, hersenen en longen. Wanneer op een PET-scan op andere plaatsen in het lichaam ook hoge activiteit wordt gezien, dan is dat een aanwijzing voor tumorgroei. Zeker voor longtumoren is een PET-scan zo gevoelig dat het de voorkeursmethode is voor het opsporen van longkanker en het vaststellen van de uitbreiding ervan.

SPECT

SPECT staat voor *single photon emission computed tomography*. Hierbij wordt een tracer ingebracht die gammastraling uitzendt. Door met meerdere gammacamera's van verschillende kanten de verdeling van de tracer in de patiënt te meten, is er voldoende informatie beschikbaar om een 3D-beeld op te bouwen. SPECT wordt veel gebruikt om de doorbloeding van het hart te meten en om afwijkingen aan de schildklier op te sporen.
Een nadeel van elke vorm van nucleaire diagnostiek is dat er geen anatomische informatie over bijvoorbeeld botten en organen in het beeld aanwezig is. Het is dus lastig een locatie met een hoge concentratie van de tracer te koppelen aan een orgaan. Door een SPECT-camera te combineren met een (eenvoudige) CT-scanner in één apparaat kan de informatie van twee technieken in één beeld gecombineerd worden (figuur 25). Hetzelfde kan worden gedaan met een PET-scanner.

Medische stralingsbelasting

Elke vorm van medisch onderzoek met ioniserende straling veroorzaakt een stralingsdosis die potentieel gevaarlijk is voor de patiënt. De hoeveelheid straling die de patiënt ontvangt, hangt van veel factoren af. Omdat een van deze factoren de patiënt zelf is, zijn exacte waarden moeilijk vooraf te geven. Om die reden wordt gebruikgemaakt van richtgetallen die zijn afgeleid uit metingen gedurende een groot aantal medische onderzoeken (tabel 2).
Vergeleken met de achtergrondstraling van 2 mSv is de effectieve totale lichaamsdosis van de meeste onderzoeken hoog. De medische stralingsbelasting is ook al snel veel hoger dan de jaarlijkse stralingslimiet voor burgers (1 mSv bovenop de achtergrondstraling).



▲ **figuur 25** CT-beeld (a), SPECT-beeld (b) en gecombineerd beeld (c)

▼ **tabel 2** effectieve totale lichaamsdosis voor verschillende vormen van medische beeldvorming

onderzoek	effectieve totale lichaamsdosis (mSv)
röntgenfoto	
hoofd	0,07
borst	0,02
buik	1,0
bekken	0,7
CT-onderzoek	
hoofd	2
borst	6-8
buik	10-20
bekken	10-20
nucleaire diagnostiek	
SPECT	6-9
PET-scan	5-7
PET/CT-onderzoek	20-26

Voorbeeldopgave 8

Bij een medisch onderzoek aan het hoofd worden beelden gemaakt met een CT-scanner en met een PET-scanner. De effectieve totale lichaamsdosis van de PET-scan is circa drie keer zo hoog als van de CT-scan (6 mSv tegen 2 mSv; zie tabel 2).
Leg uit in welk geval de opgelopen *stralingsdosis* (in gray) het hoogst is.

Uitwerking
Bij een PET-scan wordt een tracer in het lichaam ingespoten zodat vrijwel het hele lichaam wordt bestraald. Het gaat hier om bètaplusstraling en gammastraling. Bij de CT-scan wordt alleen het hoofd bestraald met röntgenstraling. In beide gevallen geldt de stralingsweegfactor $w_R = 1$, maar bij de PET-scan hoeft er geen weefselweegfactor gebruikt te worden (het hele lichaam wordt bestraald), dus is de stralingsdosis gelijk aan 6 mGy. Bij de CT-scan moet de effectieve totale lichaamsdosis omgerekend worden naar een stralingsdosis van een deel van het lichaam (het hoofd en hersenen) die een stuk hoger zal zijn dan de lichaamsdosis. Dit betekent dat de stralingsdosis bij de CT-scan een stuk hoger is dan 2 mGy en ook hoger dan 6 mGy.

ALARA

Bij elke medische toepassing van ioniserende straling moeten de voor- en nadelen worden afgewogen. Hierbij wordt gebruikgemaakt van het **ALARA**-principe: *as low as reasonably achievable*. Een arts zal per individueel geval nagaan of gebruik van straling in het voordeel van de patiënt is. Zo is een röntgenfoto van een hand bij het vermoeden van een gebroken middenhandsbeentje gerechtvaardigd. Als dezelfde foto wordt gemaakt puur uit nieuwsgierigheid, dan is dat niet gerechtvaardigd en daarmee verboden. ALARA dwingt de gebruiker van ioniserende straling tot het minimaliseren van de dosis in de gegeven omstandigheden.

Vergelijking medische beeldvormingstechnieken

In tabel 3 staat een samenvatting van de eigenschappen van de verschillende beeldvormingstechnieken met de medische (on)mogelijkheden. Een arts zal bij het kiezen van een beeldvormingstechniek hier rekening mee moeten houden. Zie ook Binas tabel 29 voor een overzicht van medische beeldvormingstechnieken.

▼ **tabel 3** vergelijking van verschillende methoden voor medische beeldvorming

techniek	soort beeld	plaatsnauwkeurigheid	dosis	tonen van bewegingen	resolutie (mm)	bot zichtbaar	zacht weefsel zichtbaar	stofwisselingsprocessen zichtbaar
röntgen	2D	+	laag	– –	< 1	++	–	– –
röntgen met beeldversterker	2D	+	middel	+	< 1	++	–	– –
CT	3D	++	hoog	++	< 1	++	+	– –
MRI	3D	+	niet	++	2	–	++	++
echoscopie	2D	– –	niet	++	2	–	++	– –
SPECT	3D	+	hoog	++	5	– –	– –	++
SPECT-CT	3D	++	hoog	–	5	++	+	++
PET	3D	+	hoog	++	2 - 5	– –	– –	++
PET-CT	3D	++	hoog	–	2 - 5	++	+	++
++ zeer goed; + redelijk; – matig; – – helemaal niet								

Onthoud!

- MRI en echografie zijn medische beeldvormingstechnieken die geen gebruikmaken van ioniserende straling.
- Röntgenfoto's zijn schaduwbeelden van het inwendige van een lichaam.
- Een CT-scanner maakt gebruik van meerdere röntgenfoto's om een driedimensionaal beeld van het inwendige van een lichaam te maken. Naast botten zijn ook inwendige structuren redelijk zichtbaar. De beelden worden meestal als een serie doorsneden getoond.
- PET en SPECT laten de verdeling in het lichaam zien van een radioactieve tracer die positronen (PET) of gammafotonen (SPECT) uitzendt. Met deze technieken worden de celstofwisseling en lichaamsprocessen in beeld gebracht.
- Het ALARA-principe houdt in dat de stralingsbelasting door medisch onderzoek zo laag mogelijk moet worden gehouden.

Opdrachten

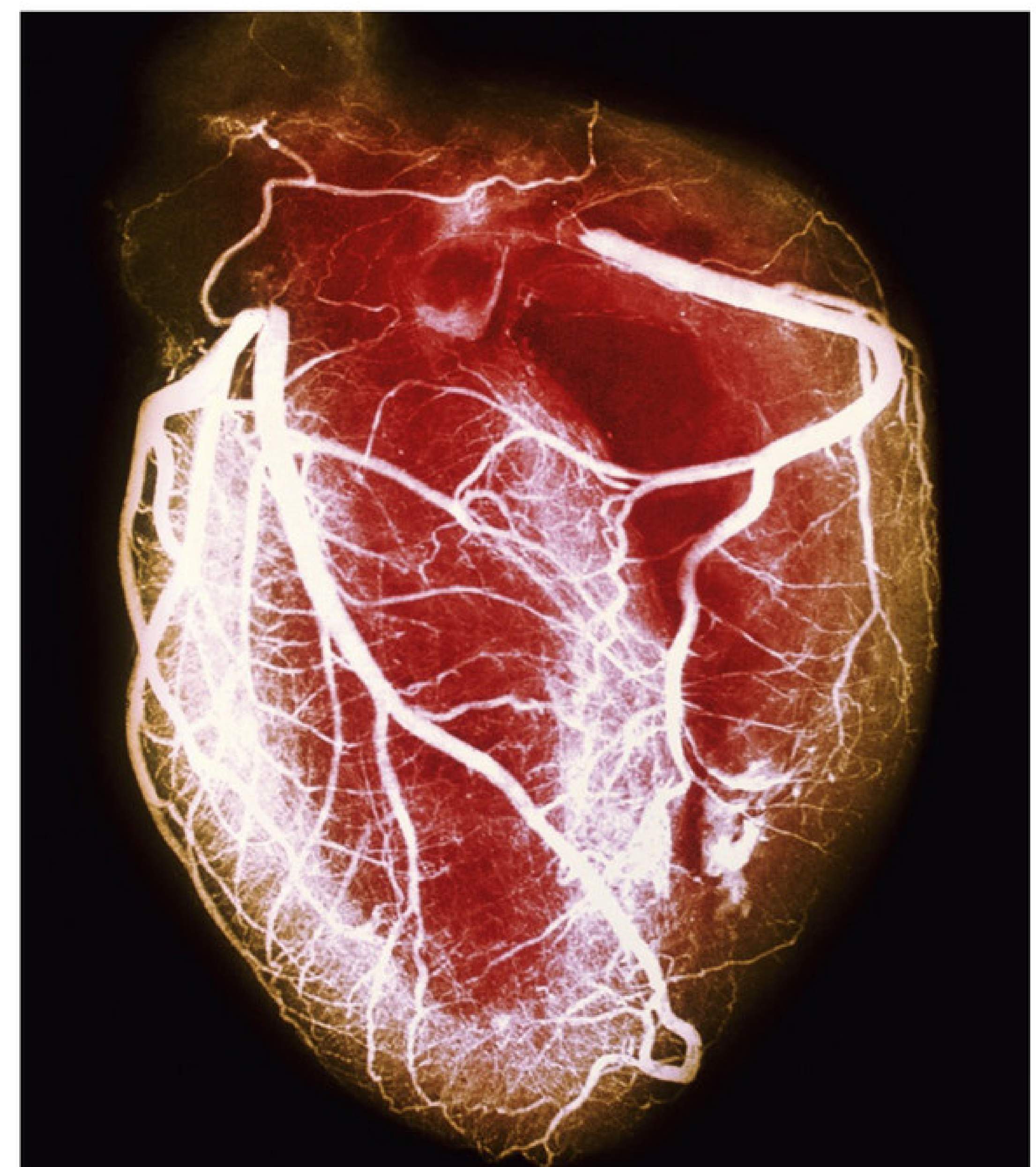
45 Driedimensionale beeldvorming
In deze paragraaf zijn vier technieken genoemd die beschikbaar zijn voor driedimensionale beeldvorming.
- **a** Noem deze vier technieken.
- **b** Bij welke van deze vier technieken wordt voor de beeldvorming gebruikgemaakt van ioniserende straling?
- **c** Bij welke van deze vier technieken wordt gebruikgemaakt van tracers?
- **d** Geef voor elke techniek aan welke informatie het beeld over het lichaam bevat.

46 Combinatietechniek
SPECT en PET worden vaak in combinatie met een CT gebruikt, waarbij beide technieken vaak in één apparaat gecombineerd zijn.
- **a** Leg uit waarom SPECT en PET vaak in combinatie met CT gebruikt worden.
- **b** Waarom wordt de combinatie met CT vaak in één apparaat gerealiseerd?

Naast een PET-CT bestaat er ook een PET-MRI, een combinatie tussen een PET-scanner en een MRI-scanner.
- **c** Bespreek de voor- en nadelen van een PET-MRI in vergelijking met een PET-CT.

47 MRI
MRI maakt geen gebruik van ioniserende straling. Leg dit uit op basis van het principe van MRI.

48 Angiogram
Een angiogram is een röntgenopname van hart en vaten waarbij eerst een contrastvloeistof in de bloedbaan wordt ingespoten, vaak een jodiumhoudende vloeistof (figuur 26).
Leg uit waarom bij een angiogram gebruik wordt gemaakt van een contrastvloeistof en noem twee redenen waarom jodium hiervoor geschikt is.



▶ **figuur 26** angiogram van het hart (de kleuren zijn kunstmatig)

49 Keuze uit beeldvormende techniek
De keuze voor een bepaalde beeldvormende techniek wordt voor een groot gedeelte bepaald door de situatie en de gewenste informatie. Geef voor de volgende onderzoeken aan welke beeldvormende techniek het meest geschikt is en waarom. Maak gebruik van tabel 3 en Binas tabel 29.
a mogelijke beenbreuk onderzoeken
b verkeersslachtoffer met inwendig letsel onderzoeken
c opsporen van uitzaaiingen van een tumor in het skelet
d schade vaststellen na een hartinfarct
e schade vaststellen na een herseninfarct
f wervelkolom met een mogelijke hernia onderzoeken
g een pijnlijke knie onderzoeken

50 CT en SPECT
Om een driedimensionale figuur te maken van de borstkas van een patiënt, heeft een arts de beschikking over een CT-scanner en een SPECT-camera.
a Zet de verschillen en overeenkomsten van een CT-scanner en een SPECT-camera naast elkaar.
b Maak ook een overzicht van de verschillen en overeenkomsten van de *beelden* van een CT-scanner en een SPECT-camera.
c Voor welke onderzoeken wordt de voorkeur gegeven aan een CT-scanner en voor welke onderzoeken aan een SPECT-camera?
d Geef de voor- en nadelen van het combineren van de beelden van beide apparaten.

51 Röntgenfoto of CT-scan
Van verschillende delen van het lichaam wordt de ene keer een röntgenfoto gemaakt en een andere keer een volledige CT-scan, ondanks de vaak honderdmaal hogere stralingsbelasting van de laatste techniek.
Geef voor elk van de vier in tabel 2 genoemde delen van het lichaam (hoofd, borst, buik, bekken) situaties waarin een gewone röntgenfoto voldoende is en situaties waarin een volledige CT-scan verantwoord is.

52 PET-scan
Een PET-scanner maakt gebruik van de straling die vrijkomt bij een botsing tussen een positron en een elektron. Het positron wordt hierbij geleverd door een positronemitter, zoals ^{18}F, ^{15}O, ^{13}N en ^{11}C.
a Geef van elk van de genoemde emitters (nucliden) het vervalschema, het eindproduct en de energie (in MeV) van het ontsnappende positron. Niet alle isotopen zijn in Binas te vinden, zoek dan de benodigde gegeven op internet.

Voor de gemiddelde dracht geldt $d_{gem} \approx \frac{1}{3} d_{max}$ (figuur 23). Deze afstand is gelijk aan de gemiddelde afstand tussen de tracer en het punt van annihilatie. Hiermee is de ruimtelijke nauwkeurigheid van de metingen met het betreffende nuclide te bepalen. Neem aan dat een positron 2 MeV aan energie verliest per centimeter weefsel.
b Leg uit met welk van de genoemde nucliden de meest nauwkeurige afbeelding te maken is. Bereken voor deze nuclide de ruimtelijke nauwkeurigheid.
c Hoe verhoudt deze ruimtelijke nauwkeurigheid zich tot die van een CT-scanner?

53 MRI-linac
De MRI-linac gebruikt MRI voor medische beeldvorming en een linac voor de bestraling van de tumor. Met een röntgenfoto zijn tumoren *niet* te zien.
a Noem de verschillende beeldvormingstechnieken die in dit hoofdstuk besproken zijn waarmee tumoren wel in beeld kunnen worden gebracht. Leg bij elke techniek uit waardoor de tumor zichtbaar wordt gemaakt.

b Noteer voor elk van de methoden genoemd bij opdracht a waarom deze wel of niet geschikt is voor de combinatie met een linac voor de therapie. Ga in op zowel de medische als technische voor- en nadelen.

De linac draait tijdens de behandeling rond de patiënt.

c Leg uit wat het voordeel is in vergelijking met het bestralen van de patiënt vanuit één richting.

De bundel gammastraling uit de linac wordt door een zogenoemde *multi leaf collimator* geleid om de bundel een bepaalde vorm te geven zodat alleen de tumor bestraald wordt en niet het omliggende gezonde weefsel. De collimator bestaat uit beweegbare bladen (*leaves*) gemaakt van wolfraam, elk 7,0 cm dik.

d Bereken hoeveel procent van de gammastraling (fotonenergie 5,0 MeV) door de bladen wordt geabsorbeerd. De halveringsdikte van wolfraam staat niet in Binas: kies een waarde uit Binas die het dichtstbij komt.

e Bereken hoeveel procent van de totale door de patiënt opgelopen stralingsdosis door een tumor wordt geabsorbeerd. De tumor en het omliggende weefsel gedragen zich als water. Beschouw de patiënt als een cilinder met een diameter van 30 cm. De tumor heeft een dikte van 6,0 cm en ligt midden in de patiënt.

In plaats van een linac kan ook gebruikgemaakt worden van een kobalt-60 bron. Kobalt-60 is een bètaminstraler die ook gammastraling uitzendt met een gemiddelde fotonenergie van 1,2 MeV.

f Geef de vervalvergelijking van kobalt-60.

g De bètastraling is niet nuttig voor de therapie. Leg uit hoe deze het beste kan worden tegengehouden.

Voor een behandeling is een kobalt-60 bron nodig met een activiteit van $15 \cdot 10^3$ Ci. De Ci (curie) is een eenheid voor activiteit die in de medische wereld geregeld gebruikt wordt.

h Bereken de massa van de kobalt-60 bron. Reken hiertoe met behulp van Binas de curie eerst om naar becquerel.

i Noem twee nadelen van het gebruik van kobalt-60 in vergelijking met een linac.

54 Thalliumscintigrafie

Thalliumscintigrafie is een techniek die gebruikt wordt om de doorbloeding van de hartspier te onderzoeken.

In het onderzoek wordt thallium-201 gebruikt. Deze isotoop ontstaat via twee reacties. Eerst wordt thallium-203 beschoten met een proton. Bij deze reactie ontstaat de isotoop lood-201 en er komen ook andere deeltjes vrij. Uit het radioactieve verval van lood-201 ontstaat vervolgens thallium-201.

a Geef van beide kernreacties de reactievergelijking.

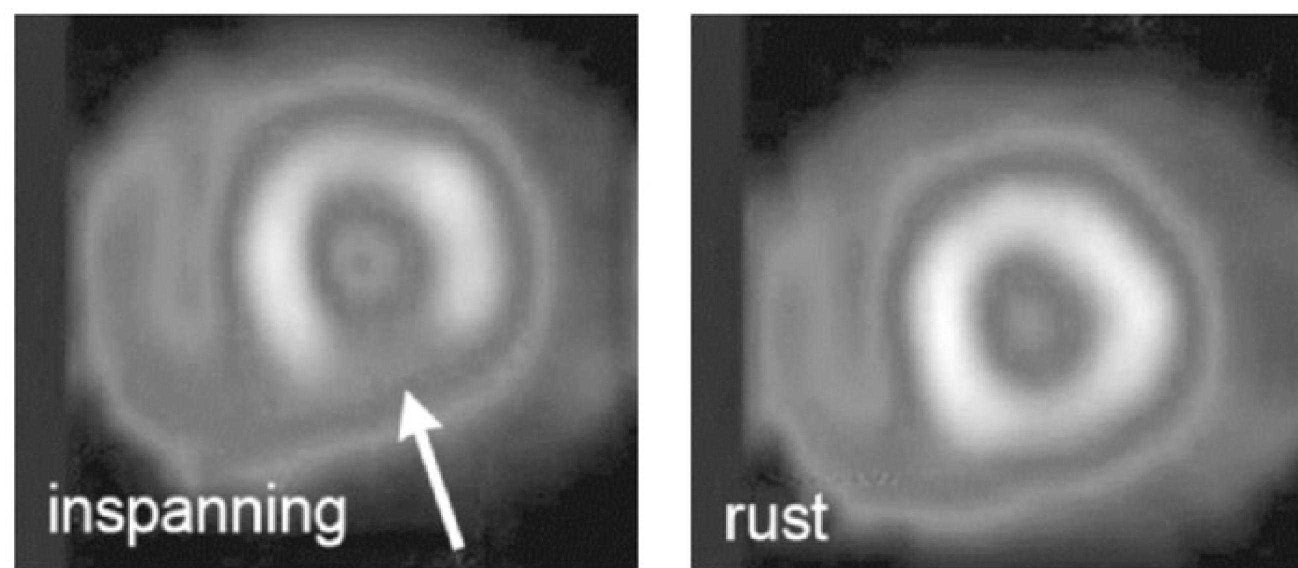
De isotoop thallium-201 is radioactief en vervalt via een proces dat K-vangst heet. Bij dit proces komt alleen γ-straling vrij. Ook bij andere radioactieve stoffen die vervallen onder uitzending van α-straling of β-straling kan γ-straling vrijkomen. Toch wordt er in dit onderzoek gekozen voor een radioactieve stof die vervalt via K-vangst.

b Leg uit waarom.

De hoeveelheid radioactieve stof die in het onderzoek gebruikt wordt, heeft een activiteit van 56 MBq. Thallium-201 heeft een halveringstijd van 3,04 dag.

c Bereken de massa van deze hoeveelheid thallium-201.

Bij het onderzoek wordt thallium-201 ingespoten bij de patiënt. Het thallium-201 wordt vervolgens opgenomen door het hartspierweefsel: de opname is een maat voor de doorbloeding van de hartspier en de stofwisseling van de cellen in de hartspier. Van de uitgezonden γ-straling wordt met een γ-camera een afbeelding gemaakt. Daarmee wordt een beeld gevormd dat een doorsnede geeft van een deel van het hart (figuur 27).



◀ **figuur 27** doorsnedes van de hartspier bij inspanning en bij rust

Een lichtere kleur betekent een hogere concentratie γ-straling. De afbeeldingen in figuur 27 kunnen inzicht geven in wat er met de hartspier mis is: een tijdelijke vernauwing of een permanente afsluiting (infarct) in de bloedvaten van het hart.

Er zijn vier diagnoses die een arts zou kunnen stellen:
1 Er is geen sprake van een vernauwing en geen sprake van een infarct.
2 Er is sprake van een vernauwing, maar geen sprake van een infarct.
3 Er is geen sprake van een vernauwing, maar wel van een infarct.
4 Er is sprake van zowel een vernauwing als een infarct.

d Leg uit welke diagnose het best door de informatie van figuur 27 wordt ondersteund.

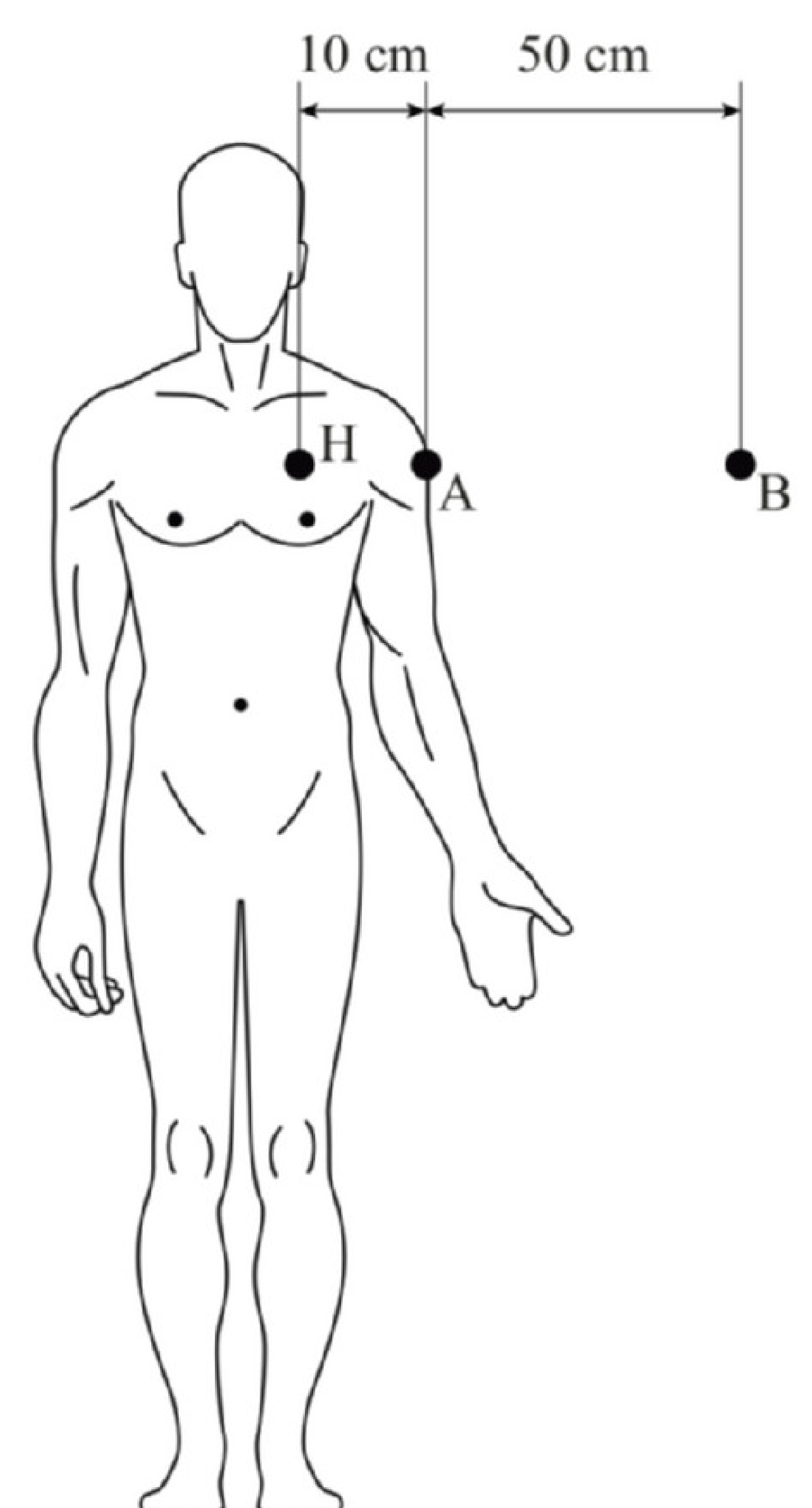
In de patiënten-informatie over thalliumscintigrafie staat:

> Na afloop van het onderzoek blijft de radioactieve stof nog enige tijd in uw lichaam, waardoor u een minimale hoeveelheid straling uitzendt. Om personen in uw omgeving niet onnodig aan straling bloot te stellen, is het belangrijk dat u op de dag van het onderzoek een armlengte afstand tot andere mensen bewaart.

De stralingsintensiteit neemt af vanwege absorptie in het lichaam en vanwege de afstand tot de stralingsbron. In figuur 28 zijn drie punten aangegeven: het hart H, punt A en punt B. Het radioactieve hart H is te beschouwen als een puntbron. De fotonen die bij het verval van thallium-201 vrijkomen hebben een energie van 0,10 MeV.

e Voer de volgende opdrachten uit:
- Toon met een berekening aan dat de absorptie van γ-straling tussen de punten A en B in de lucht verwaarloosbaar is.
- Bereken met welke factor de stralingsintensiteit in punt B is afgenomen in vergelijking met punt A.

bron: examen 2016-II



▶ **figuur 28** drie punten: het hart H en punt A en B

Eindopdracht

55 *Banana equivalent dose*

Om de effecten van radioactiviteit in voedsel inzichtelijk te maken en aan te geven dat radioactiviteit overal aanwezig is, werd rond 1995 het begrip *banana equivalent dose* (BED, figuur 29) geïntroduceerd.

Deze BED kwam overeen met de stralingsdosis die iemand ontving door het eten van een banaan. De belangrijkste bron van straling is dan kalium-40 dat in de hele aardkorst voorkomt en dus ook in alle plantaardige producten. Met name bananen hebben een hoog kaliumgehalte: gemiddeld bevat een banaan 0,5 g kalium.

a Geef de vervalvergelijking voor kalium-40.

b Bereken de gemiddelde activiteit van een banaan.



▲ **figuur 29** *banana equivalent dose*

Als je aanneemt dat al het kalium uit een banaan wordt opgenomen en gedurende vijftig jaar in het lichaam (massa 70 kg) blijft, dan blijkt de equivalente dosis van één banaan gelijk te zijn aan $H = 0{,}05$ mSv.

c Toon dit aan.

In de praktijk is de opgelopen effectieve lichaamsdosis ten gevolge van het eten van een banaan ongeveer een factor 1000 lager. Dat komt doordat het lichaam de hoeveelheid kalium min of meer constant houdt. Een teveel aan kalium in de voeding wordt via de nieren weer uitgescheiden. Dit betekent dat de hoeveelheid kalium in het lichaam alleen tijdens de opname van voedingsstoffen hoger is. Gemiddeld heeft het lichaam vijf uur nodig om de extra hoeveelheid kalium via de nieren te verwijderen. Neem voor het vervolg aan dat de darmen de helft van het kalium in de banaan opnemen. Verder geldt dat de rest van de banaan 24 uur na eten wordt uitgescheiden. Om de dosis van één banaan gedurende vijftig jaar te berekenen, wordt gesteld dat kalium-40 een dosis geeft van 5,0 nSv/Bq.

d Maak een schatting van de equivalente dosis van één banaan op de darmen.

De effectieve totale lichaamsdosis kun je berekenen met: $H_{eff} = w_{org} \cdot H_{org}$. Hierin is w_{org} de weegfactor voor het betreffende orgaan (zie Binas tabel 27D3).

e Maak een schatting van de effectieve lichaamsdosis H_{eff} van één banaan.

f Hoeveel bananen mag je gemiddeld per dag eten als je uitgaat van de maximale effectieve lichaamsdosis? Welke conclusie kun je hieruit trekken?

De dosis van een banaan heeft niet alleen gevolgen voor het lichaam, maar ook voor het transport. Ondanks het feit dat kalium-40 alleen β-straling afgeeft, kan een lading bananen in een (stalen) container een stralingsalarm in een haven laten afgaan. Dit stralingsalarm is echter alleen gevoelig voor röntgenstraling.

g Leg uit hoe een stralingsalarm dat alleen gevoelig is voor röntgenstraling, toch afgaat door een lading bananen.

Uit metingen blijkt dat de röntgenstraling uit bananen een gemiddelde fotonenergie van 400 keV heeft en dat de dosis ter plaatse van het stralingsalarm een factor 0,50 hoger is dan de achtergrond. De detectiegrens van het stralingsalarm is 1,20 keer het achtergrondniveau.

h Maak een schatting van de afscherming voor de stalen container, wil het signaal van de bananen voldoende verzwakt worden.

i Leg uit dat het extra afschermen van een bananencontainer geen praktische oplossing is.

7 Practicum

EXPERIMENT 1 Halveringsdikte (onderzoekspracticum)

Inleiding
Wanneer tussen een bron van röntgenstraling en een stralingsdetector bijvoorbeeld een plaatje aluminium wordt geplaatst, neemt de gemeten hoeveelheid straling af. Door dit principe is het ook mogelijk een röntgenfoto te maken. Wat voor röntgenstraling geldt, geldt ook voor zichtbaar licht. Zonlicht dringt bijvoorbeeld bij toenemende diepte steeds minder door in de oceaan. De afname van de intensiteit hangt ook af van de kleur licht. Rood licht wordt het sterkst geabsorbeerd door (zee)water. Toch zijn er nog enkele meters water nodig om de intensiteit van rood licht te halveren. In dit experiment onderzoek je daarom de halveringsdikte van zichtbaar licht in plastic.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is de halveringsdikte $d_{½}$ van zichtbaar licht in transparant plastic?

Benodigdheden
mat zwart papier; lichtsensor; lichtbron; transparant plastic (kaft van een werkstuk)

Uitvoering
- Rol van het mat zwart papier een kokertje: aan het ene eind plaats je de lichtsensor, op het andere eind plaats je de stukken plastic en de lichtbron. Zorg dat er zo min mogelijk omgevingslicht op de lichtsensor valt.
- Meet de lichtintensiteit van de lichtbron zonder dat er plastic tussen de bron en de sensor zit. Noteer je resultaat in een tabel.
- Knip meerdere stukken uit het plastic die het kokertje volledig afdekken.
- Plaats één voor één een stuk plastic op het kokertje, tussen bron en sensor, en meet telkens de lichtintensiteit. Noteer de resultaten in je tabel. Zorg dat de stukken plastic goed op elkaar liggen, zonder tussenruimte. Herhaal deze stap tot de lichtintensiteit goed meetbaar is afgenomen.

Verwerking

1 Maak een doorlaatkromme voor het plastic.
2 Bepaal uit je doorlaatkromme de halveringsdikte van het plastic.
3 Hoe betrouwbaar zijn de gegevens? Ga in op het soort lichtbron en op het gebruik van losse stukken plastic.
4 Ontwerp een experiment om de halveringsdikte van water voor zichtbaar licht te bepalen.

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Radioactief verval (begripspracticum)

Inleiding
Radioactief verval is een kansproces: voor elke radioactieve kern is de kans 0,5 dat deze vervalt in een bepaalde tijd; de halveringstijd $t_{½}$. In deze tijd is gemiddeld de helft van de radioactieve kernen vervallen. Hoe zo'n kansproces verloopt ontdek je in dit experiment. De radioactieve kernen simuleer je met behulp van punaises. Dit experiment kan het beste klassikaal worden gedaan.

Onderzoeksvragen
1 Hoe groot is de halveringstijd van een punaise?
2 Neemt het aantal 'instabiele' punaises exponentieel af in de tijd?
3 Hoe hangt de vervalkromme af van het aantal punaises?

Benodigdheden
per groepje leerlingen een doosje punaises (circa 100 stuks)

Uitvoering
- Maak een tabel met twee kolommen: tijdstap en aantal radioactieve kernen (punaises).
- Tel het aantal radioactieve kernen op $t = 0$, de nulde tijdstap.

- Een tijdstap bestaat uit de volgende handelingen:
  – gooi alle nog niet vervallen punaises;
  – alle punaises die op hun kop liggen zijn vervallen: neem deze uit het spel;
  – tel het aantal nog niet vervallen (nog radioactieve) punaises: noteer dit aantal en de tijdstap in je tabel.
- Ga hiermee door totdat alle punaises vervallen zijn.
- Deel je gegevens met de rest van de klas. Maak zo één tabel voor de hele klas.

Verwerking

1 Maak een vervalkromme van de punaises: aantal nog niet vervallen punaises als functie van de tijd.
2 Bepaal uit je vervalkromme de halveringstijd van een punaise.
3 Herhaal stappen 1 en 2 voor de data van de hele klas.
4 Vergelijk je resultaten van je groepje met die van de hele klas. Beschrijf wat opvalt.

Conclusie

5 Beantwoord de onderzoeksvragen.

EXPERIMENT 3 Schaduwbeelden (begripspracticum)

Inleiding

Röntgenfoto's laten schaduwbeelden zien van bijvoorbeeld interne organen. Niet altijd zijn deze schaduwbeelden qua grootte eenvoudig te vertalen naar de oorspronkelijke maten. Ook is de driedimensionale structuur er moeilijk uit af te leiden. Doordat een CT-scan van meerdere kanten een röntgenopname maakt, is het wel mogelijk een driedimensionale structuur te herleiden. Met dit experiment simuleer je hoe röntgenfoto's en CT-scans worden gemaakt.

Onderzoeksvragen

1 Wat bepaalt de kwaliteit van het schaduwbeeld (röntgenbeeld)?
2 Hoe is met behulp van een röntgenopname en met een CT-scan de driedimensionale structuur te herleiden?

Benodigdheden

puntvormige, dimbare lichtbron; scherm (groot vel papier); verschillende voorwerpen; verhoging (optioneel)

Uitvoering

- Eén leerling plaatst achtereenvolgens de voorwerpen achter het scherm. Belicht het voorwerp met de lamp zodat de schaduw van het voorwerp op het scherm valt en de andere leerlingen aan de andere kant van het scherm de schaduw kunnen bekijken. Houd geheim welk voorwerp er is geplaatst.
- Laat de leerlingen raden welk voorwerp er is geplaatst.
- Varieer de afstand tussen lamp en voorwerp en vervolgens tussen voorwerp en scherm.
- Varieer de intensiteit van de lichtbron.
- Om een CT-scan te simuleren draai je het voorwerp. Laat de leerlingen zo opnieuw raden welk voorwerp er is geplaatst.

Verwerking

1 Op welke manier konden de leerlingen het best raden welk voorwerp er geplaatst was?
2 Welke invloed had het variëren van de afstand tussen lamp en voorwerp en tussen voorwerp en scherm op de kwaliteit van het schaduwbeeld?
3 Hoe helpt het draaien van het voorwerp om te bepalen welk voorwerp er is geplaatst?

Conclusie

4 Beantwoord de onderzoeksvragen.

ONDERZOEK Radioactieve bouwmaterialen

Inleiding

Vergeleken met huizen van vijftig jaar geleden zijn moderne huizen uitstekend geïsoleerd. De lekkage van warmte naar de buitenlucht is bijzonder laag en dat betaalt zich uit in lage stookkosten en een geringe milieubelasting. Keerzijde van deze medaille is dat de ventilatie vaak minder goed is. Veel mensen ventileren minimaal om juist zo voordelig mogelijk te stoken. Dit heeft tot gevolg dat het binnenklimaat van veel huizen ongezond is. Een van de belangrijkste oorzaken voor dit ongezonde binnenklimaat is een te hoge concentratie radioactief radongas. Dit gas komt vrij uit veelgebruikte bouwmaterialen zoals gipsplaat en gasbetonblokken. Door niet te ventileren, kan dit radioactieve gas zich ophopen in huis en daardoor bijdragen aan een ongezond binnenklimaat.

Onderzoeksvraag

Hoe groot is de stralingsbelasting die bewoners oplopen ten gevolge van het niet of slecht ventileren van hun huis?

Opdracht

Beantwoord de onderzoeksvraag.

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 11

Stof- en materiaal-eigenschappen

Gassen, vloeistoffen en vaste stoffen hebben heel verschillende eigenschappen. Ook tussen verschillende vaste stoffen zijn er grote verschillen: sommige geleiden warmte of elektriciteit goed, andere juist slecht. Die verschillende eigenschappen kun je benutten bij het ontwerpen en bouwen van huizen, vliegtuigen, auto's en elektronica. Met microscopische modellen kunnen natuur- en scheikundigen de stof- en materiaaleigenschappen verklaren. Bovendien kun je met behulp van deze kennis de eigenschappen veranderen zodat speciale materialen voor bijzondere toepassingen ontworpen kunnen worden.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

De zandmotor
Aardgas en CO_2 in de grond

Maak de online Voorkennistoets voordat je aan dit hoofdstuk begint.

Praktijk

Duurzame architectuur

Een architect kan het verschil maken tussen een duur uitziend, maar onbruikbaar en waardeloos huis, of een huis waarin je je thuis voelt, dat goed verkoopbaar is en bovendien voor hetzelfde geld wordt gebouwd. Met bestaande technieken kunnen nu al huizen gebouwd worden die zo goed geïsoleerd zijn dat ze met een haardroger warm te houden zijn. In 2030 wil Nederland ten minste 49% minder CO_2 uitstoten dan in 1990. Voor het halen van die doelstelling is duurzaam bouwen onontbeerlijk.



Vaarwel aardgas

Een gemiddeld Nederlands gezin gebruikt per jaar 3500 kWh elektriciteit en 1250 m^3 aardgas (2015, CBS). Het grootste deel van dat gas wordt gebruikt om huizen te verwarmen. In Nederland werd in 2017 slechts rond 6% van de energie duurzaam opgewekt. Het doel voor 2020 is 14%. Het verschil lijkt klein, maar het betekent meer dan een verdubbeling. Nu kan er natuurlijk nog veel meer duurzame energie opgewekt worden door het plaatsen van zonnecellen en windmolens. Belangrijk is ook om juist minder energie te gebruiken: hoe minder energie er nodig is, hoe minder er opgewekt moet worden en hoe makkelijker de energie duurzaam te produceren is.

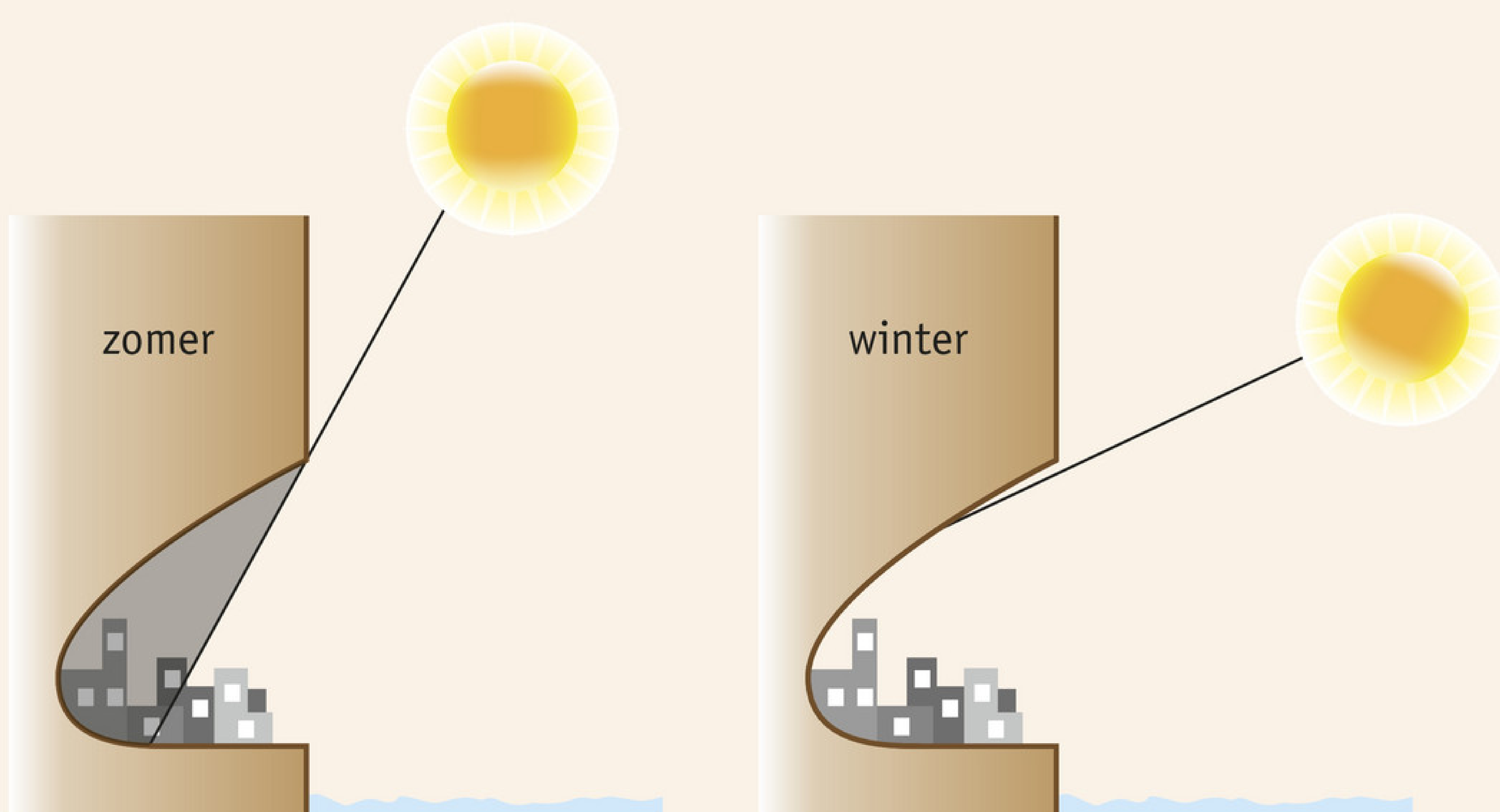
Duurzaam opgewekte elektriciteit kan over het bestaande netwerk getransporteerd worden. Bij aardgas ligt het anders: aardgas is zelf een van de fossiele brandstoffen die vervangen moeten worden. Er zijn eigenlijk geen duurzame alternatieven die door gasbuizen getransporteerd kunnen worden. We zullen dus af moeten stappen van het gebruik van aardgas in onze huizen. De overheid wil daarom dat nieuwbouwprojecten op korte termijn zonder gasaansluiting worden aangelegd. Dan moet er wel een goed alternatief zijn om de huizen te verwarmen.

Passief verwarmen en koelen

We zijn in Nederland zo verwend met ons aardgas dat we er niet meer bij stilstaan dat je een huis ook kunt verwarmen met alleen de zon. De Navajo-indianen hadden dat in de dertiende eeuw al begrepen. Ze bouwden hun huizen in de rotsen met de opening naar het zuiden gericht



▲ **figuur 1** Navajo National Monument in het noorden van Arizona, VS



▲ **figuur 2** in de zomer beschut tegen de zon, in de winter juist veel zon

(figuur 1). In de zomer zijn de huizen beschut tegen de zon en in de winter, wanneer de zon laag staat, maken ze optimaal gebruik van het weinige zonlicht (figuur 2). Deze techniek wordt passief verwarmen genoemd: er wordt slim gebruikgemaakt van de energie die er al is. Architecten maken hier gebruik van bij het ontwerpen van energiezuinige huizen. Op bewolkte dagen heb je niet veel aan passief verwarmen en op zonnige dagen kan een huis juist te warm worden. Ook daar hebben architecten slimme oplossingen voor. In de ruimten met veel zonlicht wordt gebruikgemaakt van materialen met een grote thermische massa, zoals natuursteen of beton (figuur 3). Deze materialen kunnen veel warmte opslaan: het duurt lang om ze op te warmen en ze koelen langzaam weer af. Op een warme dag loopt de temperatuur daardoor niet te veel op. Wanneer het buiten koud en bewolkt is, staan deze materialen hun warmte weer af, zodat het langer aangenaam blijft en er geen verwarming aan hoeft.

Duurzaam bouwen

Met passieve technieken is een huis al vrij eenvoudig duurzamer te maken. Maar om echt zonder aardgas te kunnen is er meer nodig. In de Rotterdamse Rijnhaven is in 2010 het Drijvend Paviljoen geopend (zie de openingsfoto van dit P-deel). Hierin zijn vele verschillende technieken gecombineerd om een zo duurzaam mogelijk gebouw te ontwerpen. De koepels zijn gemaakt van een licht frame bedekt met kussens van folie, gevuld met lucht. Door de lichte constructie is voor de drijvende bak relatief weinig materiaal nodig. Aangezien bij de productie en het transport van bouwmaterialen, zoals staal en beton, veel CO_2 vrijkomt, betekent minder materiaal ook minder CO_2-uitstoot.

Een deel van het zonlicht dat door de koepels wordt binnengelaten verwarmt de vloer, op eenzelfde manier als de thermische massa in figuur 3. Omdat het Drijvend Paviljoen niet te zwaar mocht worden is daarnaast gebruikgemaakt van zogenoemde faseovergangsmaterialen: zouten die bij verwarmen smelten. Dat smelten kost veel energie die weer vrijkomt bij het stollen. Deze materialen kunnen daardoor per kilogram meer energie opslaan dan water of beton. Toch zou het paviljoen door de grote koepels in de zomer oververhit kunnen raken. Een grote plantenwand zorgt door verdamping van water voor verkoeling. Het Drijvend Paviljoen is ook in andere opzichten duurzaam: afvalwater wordt gezuiverd en hergebruikt voor het doorspoelen van toiletten en de irrigatie van de plantenwand.

Bewoonster over haar duurzaam verbouwde herenhuis: “De radiator slaat bijna nooit aan en het is altijd comfortabel in huis. We betalen natuurlijk drie keer niks aan energie.”



▲ **figuur 3** een serre met een grote thermische massa

Isolatie

Passief verwarmen met zonlicht is in Nederland helaas niet voldoende. De zon schijnt simpelweg niet genoeg. Daarom is het ook belangrijk huizen goed te isoleren. Metalen geleiden warmte heel goed, hout, wol en plastics juist heel slecht. Door verschillende isolerende materialen op een slimme manier te combineren kan de geleiding van warmte door de muren sterk teruggebracht worden (figuur 4). Doordat ramen veel dunner zijn dan muren laten ze relatief veel warmte door. In nieuwe huizen wordt daarom uitsluitend dubbelglas gebruikt.
De tussenruimte is gevuld met gas dat warmte slecht geleidt (figuur 5, rechts). Voor energiezuinige huizen is er zelfs driedubbel glas. Er bestaat ook dubbelglas waarbij de tussenruimte vacuüm is (figuur 5, links). Dit glas is erg dun en geschikt voor bijvoorbeeld historische panden waar de houten kozijnen vaak te krap zijn voor traditioneel dubbel glas. Verschillende bedrijven en onderzoeksinstituten proberen dit vacuümglas net zo goed te laten isoleren als een gemiddelde muur.

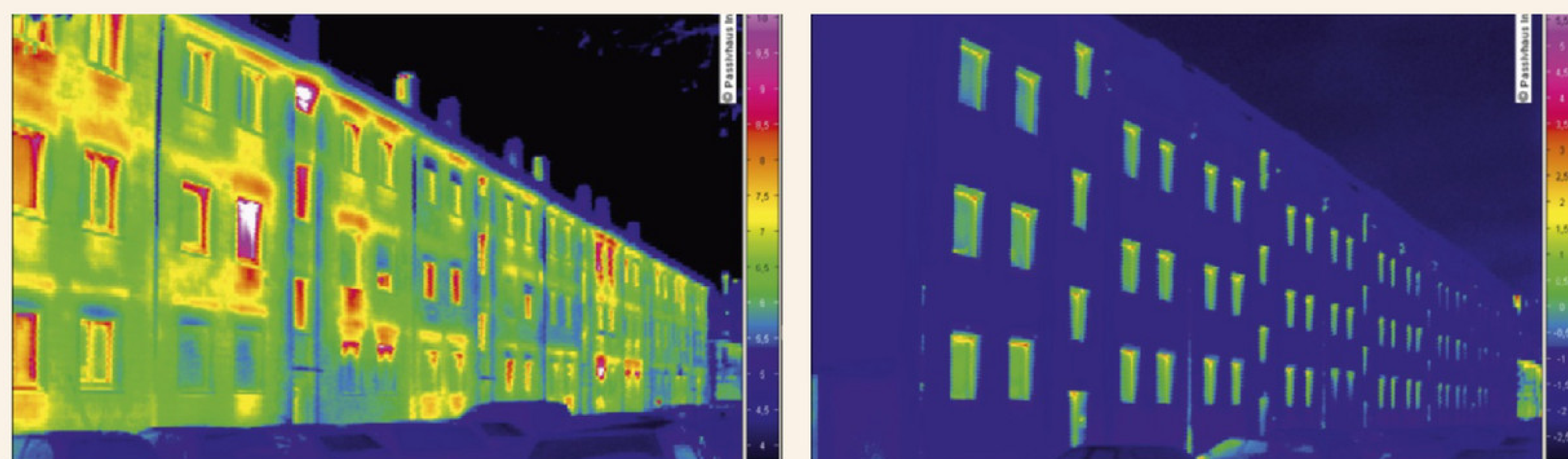
Om een huis goed te isoleren is het belangrijk dat warme lucht niet door kieren en andere openingen naar buiten stroomt. Een goed geïsoleerd huis is daarom zo luchtdicht mogelijk. Best een benauwd idee. In het Drijvend Paviljoen wordt de lucht mechanisch geventileerd: de warme, ‘vieze’ binnenlucht wordt via een warmtewisselaar langs koude, verse buitenlucht geleid, die hierdoor opwarmt voordat deze het huis in stroomt. In de warmtewisselaar worden juist materialen gebruikt die warmte goed geleiden.

Omgekeerde koelkast

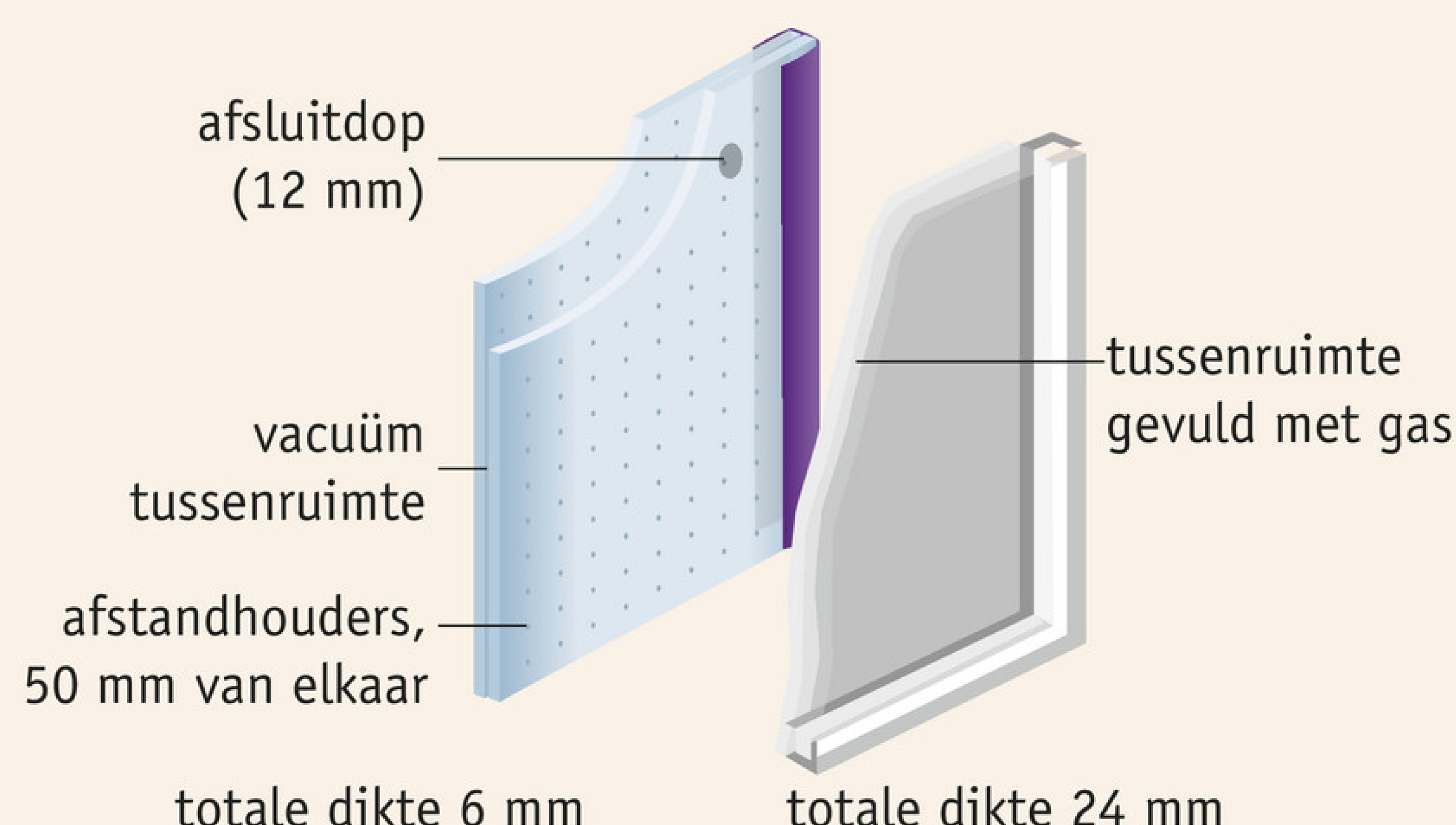
Passief verwarmen en koelen, isoleren en mechanische ventilatie: het is niet altijd genoeg. Vooral in de wintermaanden is het nodig een huis extra te verwarmen. In traditionele huizen wordt daarvoor in de wintermaanden ruim vijf kubieke meter aardgas per dag gebruikt. Zonder aardgas zou hiervoor elke dag ongeveer 50 kWh elektrische energie nodig zijn. In plaats van het direct omzetten van elektrische energie in warmte is het slimmer de elektrische energie te gebruiken om warmte van buiten naar binnen te pompen: een omgekeerde koelkast. Zo’n systeem wordt een warmtepomp genoemd. Afhankelijk van het temperatuurverschil tussen buiten en binnen kunnen warmtepompen een rendement halen van zo’n 500%. Dus om 50 kWh aan warmte te genereren is nog maar 10 kWh elektrische energie nodig! Omdat een passief verwarmd, goed geïsoleerd huis in de wintermaanden warm te houden is met slechts 15 kWh, is het energieverbruik voor verwarming terug te brengen tot 3 kWh elektrische energie per dag.

De grote uitdaging

Met slim bouwen zijn er dus nu al zeer energiezuinige huizen mogelijk. Maar toch, wanneer alle nieuwe huizen volgens de meest moderne technieken worden gebouwd, blijft de besparing beperkt. Jaarlijks worden er ongeveer vijftigduizend nieuwe huizen



▲ **figuur 4** Infraroodopname van een appartementencomplex voor (links) en na (rechts) een renovatie waarbij de huizen geïsoleerd werden: hoe roder hoe hoger de temperatuur.



▶ **figuur 5** vacuümglas (links) en traditioneel dubbelglas (rechts)

opgeleverd: dat is nog geen procent van de totale woningvoorraad (zeven miljoen). Om echt een verschil te maken moeten ook bestaande huizen duurzamer gemaakt worden. En niet alleen huizen, ook kantoren, scholen en andere gebouwen zullen aangepakt moeten worden. Een reductie van 49% CO2-uitstoot in 2030 is nog ver weg, maar niet onmogelijk.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Thermische massa
De vloer van de serre in figuur 3 bestaat uit graniet. Op een zonnige zomerse dag wordt de vloer een klein beetje opgewarmd.

- **a** Maak een beredeneerde schatting van de temperatuurstijging van de vloer. De dikte van de vloer is 5 cm. Houd in je schatting rekening met de stand van de zon en de reflectie van zonlicht door de glazen pui.
- **b** Geef mogelijke redenen waarom de temperatuurstijging van de vloer in de praktijk lager zal zijn dan je bij opgave a hebt berekend.

Gesmolten zout is een faseovergangsmateriaal dat uit een mengsel van water en verschillende zouten bestaat. Bij kamertemperatuur en standaarddruk is het een vaste stof, bij hogere temperaturen wordt het een vloeistof.

- **c** Leg met een microscopisch model uit dat er voor de overgang van een vaste stof naar een vloeistof warmte nodig is.
- **d** Zoek in Binas op hoeveel energie er per kg water nodig is voor de faseovergang van de vaste naar de vloeistoffase. Zoek ook op hoeveel energie er per kg water nodig is voor de vloeistof- naar de gasfase. Geef een verklaring voor het grote verschil.

Een bepaalde soort gesmolten zout wordt vloeibaar bij 120 °C. De smeltwarmte is $160 \cdot 10^3$ J kg^{-1} en de soortelijke warmte is $1{,}5 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}.

- **e** Vergelijk deze thermische eigenschappen van het gesmolten zout met water en leg uit waarom het gesmolten zout toch praktischer is om warmte in op te slaan.

Stel dat een passief verwarmd huis gedurende de vier koudste maanden per dag 15 kWh energie nodig heeft om op temperatuur te blijven. Gedurende de warmste vier maanden wordt met behulp van een zonnecollector op het dak warmte opgeslagen in een gesmolten zout onder het huis. De dichtheid van het gesmolten zout is $1{,}5 \cdot 10^3$ kg m^{-3}.

- **f** Bereken de maximale massa van het gesmolten zout die nodig is voor het opslaan van de energie. Laat door middel van een berekening zien of deze hoeveelheid redelijkerwijs onder het huis te plaatsen is.

2 Licht en warm
De koepels van het Drijvend Paviljoen zijn gemaakt van een plastic met daartussen lucht. Een pomp houdt de plastic ‘kussens’ op een overdruk van 500 Pa. Na een heldere avond is de temperatuur in de kussens gedaald tot 10 °C. Gedurende de dag loopt de temperatuur in de kussens op tot 40 °C.

- **a** Bereken hoe groot de overdruk in de kussens overdag wordt wanneer de pomp niet aanstaat. Neem aan dat er geen lucht uit de kussens ontsnapt en dat het volume niet verandert.
- **b** Bereken hoeveel procent van de lucht uit de kussens moet worden gelaten om de overdruk weer op 500 Pa te brengen.

Modern dubbelglas heeft een isolatiewaarde van 1 W m^{-2} K^{-1}. Dat betekent dat er per graad temperatuurverschil tussen binnen en buiten door elke vierkante meter glas 1 J energie per seconde stroomt. Tweelaags folie, zoals gebruikt in de koepels, heeft een isolatiewaarde van 2,9 W m^{-2} K^{-1}. De kussens isoleren dus bijna drie keer zo slecht, terwijl de kussens dikker zijn dan dubbelglas.

- **c** Geef hiervoor twee verklaringen.
- **d** Leg uit of de isolerende eigenschappen van de plastic kussens veranderen wanneer de druk van de lucht in de kussens toeneemt.

De tussenruimte bij vacuümglas is slechts 0,2 mm. De tussenruimte is niet luchtledig: er heerst een druk in de orde van 10^{-3} mbar. Om de druk van de buitenlucht te kunnen weerstaan zijn er om de 50 mm cilindervormige afstandshouders geplaatst met een diameter van 0,5 mm (figuur 5).

- **e** Bereken de druk op elk van deze afstandshouders.

1 Eigenschappen van gassen

In deze paragraaf leer je:
- berekeningen maken met het verband tussen druk, kracht en oppervlakte;
- redeneren en berekeningen maken met de verbanden tussen grootheden voor gassen;
- uitleggen hoe de verschillende gaswetten samengevat worden met de algemene gaswet.

Veel gassen zijn geur- en kleurloos en daardoor moeilijk waar te nemen. Dat gassen werkelijk bestaan, merk je doordat een gas een kracht kan uitoefenen: bijvoorbeeld op de fiets bij flink wat mee- of juist tegenwind. Ook een gas dat zich niet verplaatst, zoals lucht in een ballon, oefent een kracht uit.

Druk

Er is een kracht nodig om een opgeblazen ballon in te drukken, die groter wordt naarmate je een groter oppervlak indrukt. De kracht per vierkante meter ballon, de **druk**, is zo ongeveer gelijk. Druk bereken je met:

$$p = \frac{F}{A}$$

Hierin is:
- p de druk in pascal (Pa);
- F de kracht in newton (N);
- A de oppervlakte in vierkante meter (m^2).

Deze formule geldt ook voor de druk die door een voorwerp wordt uitgeoefend, zoals de wielen van een vrachtwagen op het wegdek. Het bijzondere van een gas is dat het in alle richtingen een gelijke druk uitoefent. Als dat niet zo zou zijn, dan zou het gas stromen in de richting van lage druk net zo lang tot de druk weer overal gelijk is.
De druk van een gas meet je met een manometer. Je komt manometers bijvoorbeeld tegen op cv-installaties en bij bloeddrukmeters (figuur 1). Vaak staan hier andere eenheden op dan de pascal.



▲ **figuur 1** bloeddrukmeter

Druk en volume

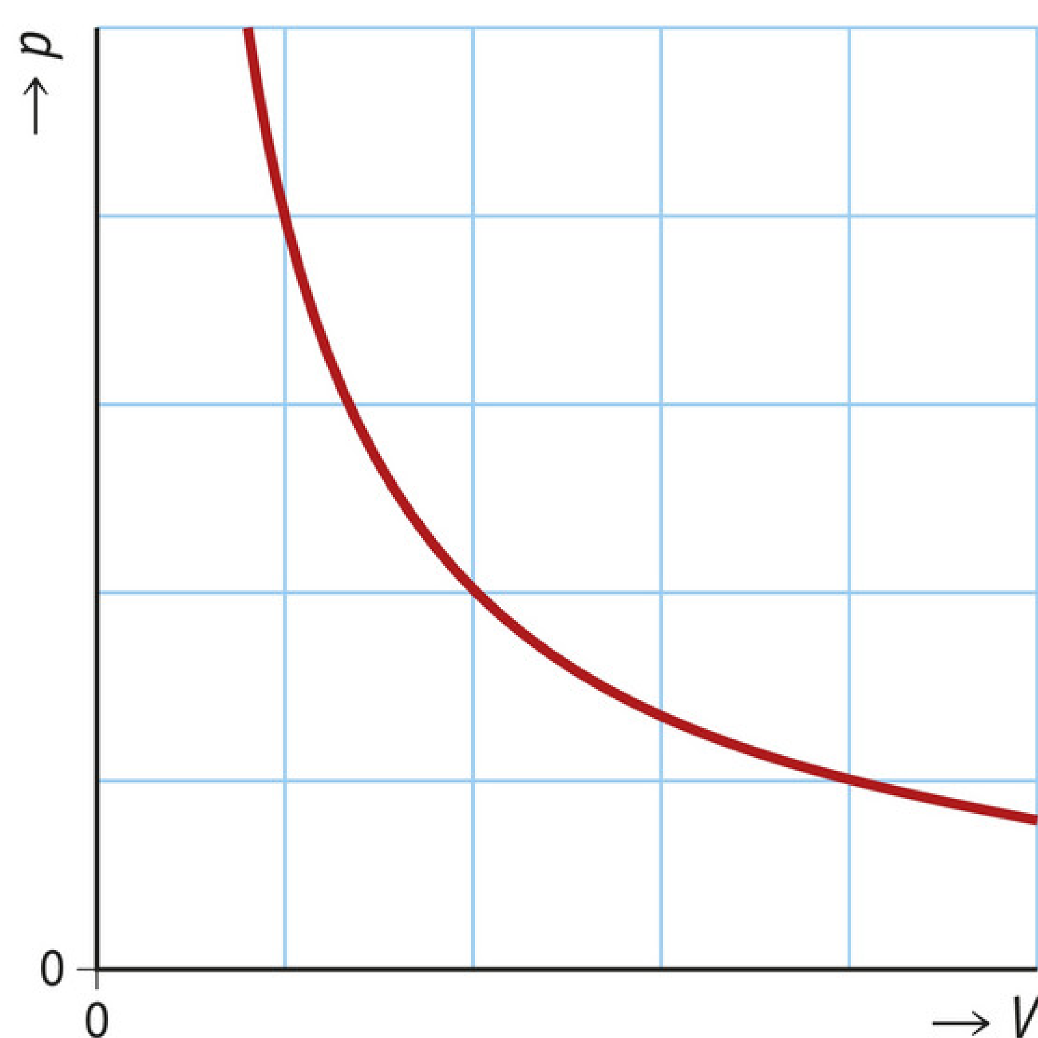
De druk van een gas hangt af van het volume, de temperatuur en de hoeveelheid van het gas. Om het precieze verband tussen deze grootheden te onderzoeken is het belangrijk steeds maar één grootheid tegelijk te variëren. Bij constante temperatuur en hoeveelheid gas neemt de druk van het gas toe als het volume kleiner wordt. Dit is de **wet van Boyle**:

$p \cdot V =$ constant

Hierin is:

- p de druk van het gas in pascal (Pa);
- V het volume van het gas in kubieke meter (m^3).

De constante hangt af van de temperatuur en de hoeveelheid gas. Druk en volume zijn omgekeerd evenredig: wanneer het volume twee keer zo klein wordt, wordt de druk twee keer zo groot (figuur 2).



▲ **figuur 2** (p,V)-diagram bij constante temperatuur en hoeveelheid gas

▶ **EXPERIMENT 1** Verband tussen druk en volume van een gas (onderzoekspracticum)

Voorbeeldopgave 1

Een fietspomp heeft een volume van 0,80 L, het volume van de slang is 200 mL. Je sluit de slang van de fietspomp op een fietsventiel aan. De lucht in de fietspomp heeft dan een druk van $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Je drukt de zuiger van de fietspomp in. Wanneer het volume van de fietspomp 0,30 L is, begint de lucht de band in te stromen.
Bereken de druk van de lucht in de fietsband. Er ontsnapt geen lucht en de temperatuur van de lucht blijft constant.

Uitwerking
Er stroomt lucht in de fietsband wanneer de druk in de pomp (iets) groter is dan de druk in de band. Er zijn twee manieren om die druk te berekenen:

1 Volume en druk zijn omgekeerd evenredig: de factor waarmee het volume kleiner wordt is gelijk aan de factor waarmee de druk hoger wordt.
Het totale volume voordat de pomp wordt indrukt is: $V_1 = 0{,}80 + 0{,}200 = 1{,}00$ L. Na het indrukken is het volume: $V_2 = 0{,}30 + 0{,}200 = 0{,}50$ L. Het volume wordt twee keer zo klein, dus de druk wordt twee keer zo groot. Er stroomt dus lucht in de band bij een druk van $2 \times 1{,}0 \cdot 10^5 = 2{,}0 \cdot 10^5$ Pa.

2 Uit de wet van Boyle volgt: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$
Gegevens:
$p_1 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa
$V_1 = 0{,}80 + 0{,}200 = 1{,}00$ L
$V_2 = 0{,}30 + 0{,}200 = 0{,}50$ L
Invullen geeft:
$1{,}0 \cdot 10^5 \times 1{,}00 = p_2 \times 0{,}50$

$$p_2 = 1{,}0 \cdot 10^5 \times \frac{1{,}00}{0{,}50} = 2{,}0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Merk op dat je de eenheden niet om hoeft te rekenen naar SI-eenheden, omdat je in beide situaties dezelfde eenheid voor volume gebruikt.

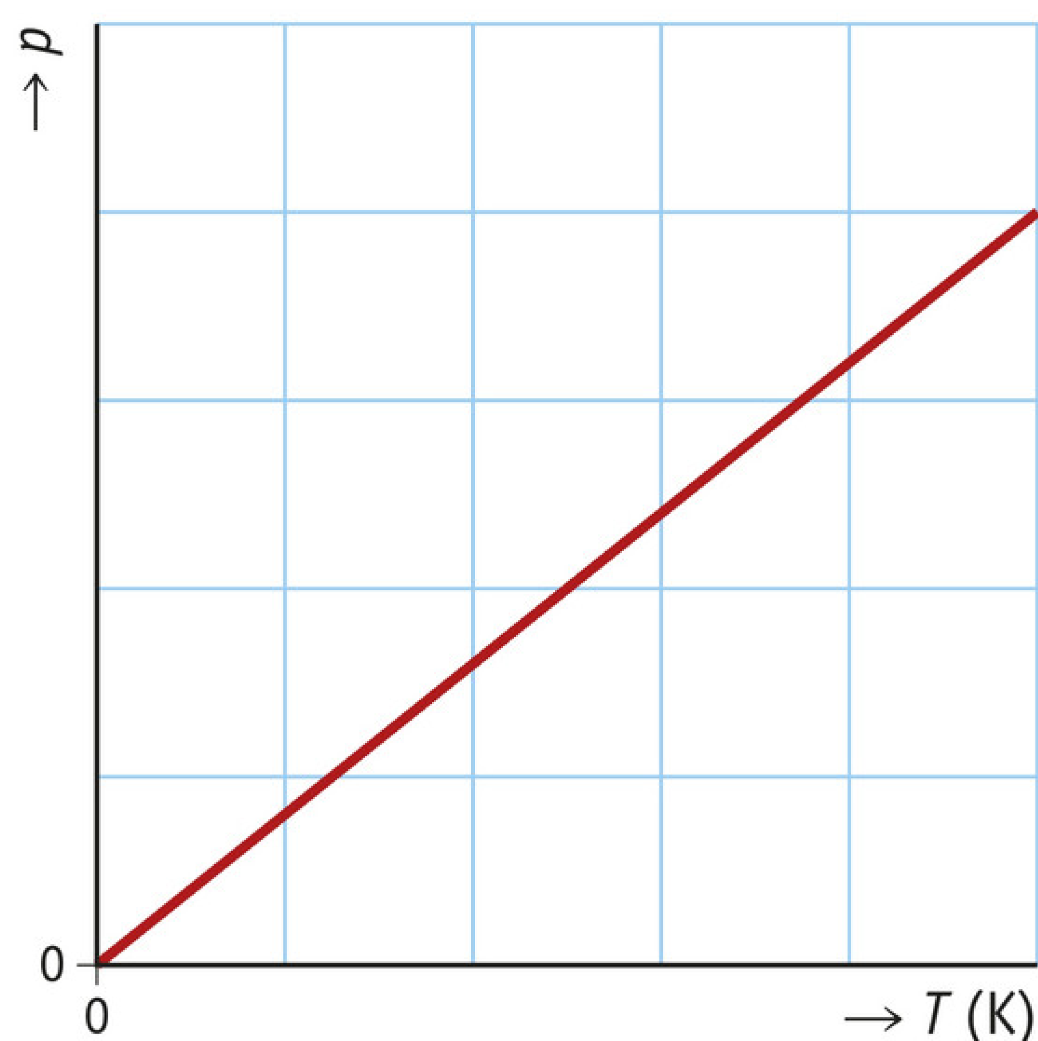
Druk en temperatuur

Wanneer de temperatuur toeneemt van een afgesloten hoeveelheid gas – en het volume blijft constant – neemt de druk van het gas toe. Het verband hierbij wordt gegeven door de **wet van Gay-Lussac**:

$$\frac{p}{T} = \text{constant}$$

Hierin is:
- p de druk van het gas in pascal (Pa);
- T de absolute temperatuur van het gas in kelvin (K).

Dit verband geldt alleen wanneer je de **absolute temperatuur** gebruikt in kelvin. Voorwerpen kunnen niet een lagere temperatuur hebben dan 0 K, het **absolute nulpunt**. Het absolute nulpunt komt overeen met –273,15 °C. Bij deze temperatuur is de druk van een gas gelijk aan nul. Druk en temperatuur zijn recht evenredig: als de temperatuur twee keer zo hoog wordt, wordt de druk ook twee keer zo groot (figuur 3).



▲ **figuur 3** (p,T)-diagram voor een afgesloten hoeveelheid gas

Voorbeeldopgave 2

In een hogedrukpan kun je groenten op een hogere temperatuur dan 100 °C koken. Zo'n hogedrukpan wordt op het vuur gezet en luchtdicht afgesloten. De druk van de lucht in de pan is $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, de temperatuur 20 °C. Na enige tijd is de temperatuur van de lucht in de pan gestegen tot 115 °C. Bereken de nieuwe druk van de lucht in de pan.

Uitwerking
Uit de wet van Gay-Lussac volgt:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \text{ dus } p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

Gegevens:
$p_1 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa
$T_1 = 273{,}15 + 20 = 293$ K
$T_2 = 273{,}15 + 115 = 388$ K

$$p_2 = 1{,}0 \cdot 10^5 \times \frac{388}{293} = 1{,}3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Druk en hoeveelheid gas

Bij het opblazen van een ballon neemt de hoeveelheid lucht in de ballon toe, waardoor de luchtdruk in de ballon toeneemt. Bij constante temperatuur en constant volume is de druk van een gas recht evenredig met de hoeveelheid gas (figuur 4):

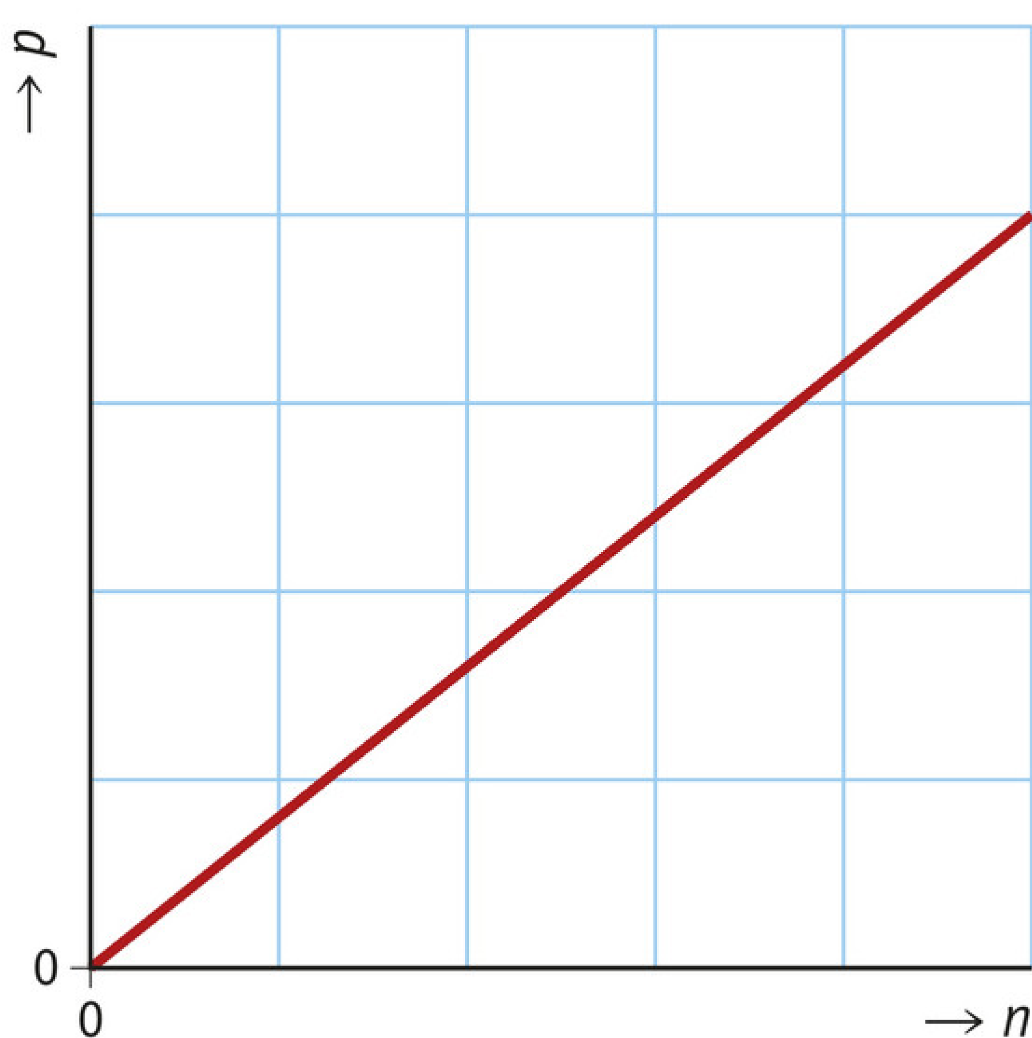
$$\frac{p}{n} = \text{constant}$$

Hierin is:
- p de druk van het gas in pascal (Pa);
- n de hoeveelheid gas in mol (mol).

De constante hangt af van de temperatuur en het volume. De eenheid mol drukt de hoeveelheid deeltjes van een bepaalde stof uit. Het aantal deeltjes per mol wordt gegeven door het **getal van Avogadro N_A**.

$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}

Zie Binas tabel 7 voor een meer nauwkeurige waarde. Per definitie is één **mol** gelijk aan het aantal atomen in twaalf gram van het isotoop koolstof-12.



▲ **figuur 4** (p,n)-diagram van een gas bij constant volume en temperatuur

Voorbeeldopgave 3

Een glazen fles met een volume van 1,0 L bevat droge lucht bij *standaarddruk* (luchtdruk onder standaardomstandigheden op zeeniveau). De lucht wordt deels uit de fles gepompt, tot de druk is gedaald tot 120 hPa. De temperatuur van de lucht blijft hierbij constant.
Bereken de massa van de lucht die dan nog in de fles aanwezig is.

Uitwerking
Formules:

$$\frac{p_1}{n_1} = \frac{p_2}{n_2} \text{ en } m = \rho \cdot V$$

Omdat het aantal mol n evenredig is met de massa van de stof geldt:

$$\frac{p_1}{m_1} = \frac{p_2}{m_2}, \text{ dus } m_2 = m_1 \cdot \frac{p_2}{p_1}$$

Gegevens:
$p_1 = p_0 = 1{,}013\ 25 \cdot 10^5$ Pa (Binas tabel 7)
$p_2 = 120 \cdot 10^2$ Pa
$V = 1{,}0$ L
$\rho = 1{,}293$ kg m^{-3} (Binas tabel 12)

$m_1 = 1{,}293 \times 1{,}0 \cdot 10^{-3} = 1{,}293 \cdot 10^{-3}$ kg = 1,293 g

$$m_2 = 1{,}293 \times \frac{120 \cdot 10^2}{1{,}013 \cdot 10^5} = 0{,}15 \text{ g}$$

De algemene gaswet

De drie gaswetten zijn samen te vatten tot de **algemene gaswet**:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Hierin is:
- p de druk van het gas in pascal (Pa);
- V het volume van het gas in kubieke meter (m^3);
- n de hoeveelheid gas in mol (mol);
- R de gasconstante in joule per mol en per kelvin (J mol^{-1} K^{-1});
- T de absolute temperatuur van het gas in kelvin (K).

De gasconstante R is onafhankelijk van het soort gas en heeft een waarde van 8,3 J mol^{-1} K^{-1} (Binas tabel 7).

De algemene gaswet is nuttig wanneer er meer dan één grootheid verandert. Stel dat je een halfvolle plastic frisdrankfles in de koelkast legt. Omdat de dop stevig op de fles is gedraaid en er geen lucht in of uit kan, is n constant. De temperatuur wordt kleiner, dus moet het product $p \cdot V$ ook kleiner worden. Dat kan op allerlei manieren. Stel dat aanvankelijk het volume constant zou blijven, dan wordt de druk in de fles kleiner dan de druk van de lucht in de koelkast. De plastic fles wordt daardoor een beetje in elkaar gedrukt. Beide grootheden p en V zullen dus kleiner worden.

Onthoud!

- Druk is de kracht die per vierkante meter wordt uitgeoefend: $p = \frac{F}{A}$
- Bij constante temperatuur en hoeveelheid gas geldt de wet van Boyle: $p \cdot V$ = constant
- Bij constant volume en constante hoeveelheid gas geldt de wet van Gay-Lussac: $\frac{p}{T}$ = constant
- Bij constante temperatuur en constant volume geldt tussen de druk en het aantal mol gas het verband: $\frac{p}{n}$ = constant
- De drie gaswetten zijn samen te vatten met de algemene gaswet: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$. De gasconstante R heeft een waarde die niet afhangt van het soort gas.

Opdrachten

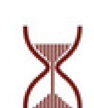
1 Recht of omgekeerd evenredig
In de tekst zijn drie afzonderlijke gaswetten besproken.
a Noem welk(e) van deze wetten een recht evenredig verband is (zijn) tussen de grootheden.
b Noem welk(e) van deze wetten een omgekeerd evenredig verband is (zijn) tussen de grootheden.

2 Constanten
De drie gaswetten zijn alleen geldig als bepaalde grootheden constant worden gehouden.
a Noem voor elk van de gaswetten welke grootheden constant zijn.

Bekijk de volgende drie situaties:
I Een gesloten glazen flesje wordt in de koelkast gelegd.
II De banden van een auto die steeds zwaarder beladen wordt.
III Een cabine van het internationale ruimtestation heeft een klein lek naar buiten.
b Geef voor elk van de situaties aan welke gaswet van toepassing is.

3 Eenheden voor druk
De SI-eenheid voor druk is de pascal (Pa). Er zijn echter andere eenheden die nog steeds vaak worden gebruikt.
Zoek met behulp van Binas voor elk van de volgende eenheden op hoeveel pascal ze zijn, welk symbool ervoor wordt gebruikt en of ze binnen het SI nog gebruikt mogen worden.
a atmosfeer
b bar
c millimeter kwik

De bloeddrukmeter in figuur 1 geeft de druk weer in mm Hg (millimeter kwik): 125 mm Hg.
d Bepaal de druk in pascal.

 **4** Engelse maat voor druk
De druk van de lucht in een autoband wordt vaak gemeten in de eenheid psi (*pound force per square inch*). Er geldt dat 1 inch = 2,54 cm en 1 pound force = 4,45 N.
Bereken hoeveel pascal 1 psi is. Controleer je antwoord met behulp van Binas.

5 Gasconstante
In de algemene gaswet komt maar één constante voor: de gasconstante R.
Leid de eenheid van R af, uitgedrukt in SI-basiseenheden.

6 Ordenen

Orden de volgende situaties van lage naar hoge druk.

A Druk van de lucht op een ruit met een oppervlak van 1,25 m^2.

B Druk op de grond van de tien wielen van een vrachtwagen met een massa van $20 \cdot 10^3$ kg. Het contactoppervlak van elk van de banden met de grond is $50 \cdot 10^{-3}$ m^2.

C Druk op de grond van de naaldhakken van een vrouw van 70 kg. Zij staat alleen op de hakken en deze hebben elk een oppervlak van 1 cm^2.

D Druk op de grond van de poten van een kat met een massa van 4,5 kg. Elk van de poten heeft een contactoppervlak van 2 cm^2.

7 Wet van Boyle

Een cilinder gevuld met lucht heeft een volume van 2,00 L. De luchtdruk is $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Met een zuiger kun je het volume van de cilinder aanpassen. Je meet bij verschillende volumes de druk in de cilinder. De hoeveelheid lucht en de temperatuur blijven constant.

a Vul de tabel in.

V (L)	p (10^5 Pa)
0,80	
1,20	
1,60	
2,00	1,0
2,40	
2,80	
3,20	

b Zet de waarden van opdracht a in een (p,V)-diagram. Trek een vloeiende kromme door de punten.

c Voeg een kolom aan je tabel toe met daarin V^{-1}. Zet de juiste eenheid boven de kolom.

d Zet de waarden van opdracht c in een (p,V^{-1})-diagram. Trek weer een vloeiende lijn door de punten.

Je hebt bij opdracht d een coördinatentransformatie toegepast.

e Leg op basis van je grafiek van opdracht d uit hoe het verband tussen p en V^{-1} heet.

f Noem een voordeel van het toepassen van deze coördinatentransformatie.

8 Constanten

In elk van de drie gaswetten komt een constante voor.

a Leid voor elk van de drie wetten de eenheid van deze constante af.

b Beredeneer dat deze drie constanten nooit aan elkaar gelijk kunnen zijn.

c Toon met een voorbeeld aan dat voor één gaswet de constante meestal niet dezelfde waarde heeft als je verschillende situaties bekijkt.

d Leg uit waarom het dan toch constanten worden genoemd.

9 Dubbelglas

Dubbelglas bestaat uit twee panelen glas gescheiden door een tussenruimte gevuld met een gas. Het is belangrijk dat deze tussenruimte luchtdicht afgesloten wordt. Door vervorming van het glas kan op den duur de afsluiting lek raken, waardoor er vocht tussen de panelen komt en het glas minder goed isoleert.

a Bereken met hoeveel procent de druk in de tussenruimte van dubbelglas toeneemt wanneer de temperatuur stijgt van 10 °C ('s nachts) naar 30 °C (overdag).

Door de hogere druk in de tussenruimte vervormt het glas een klein beetje.

b Bereken hoeveel procent het volume van de tussenruimte toeneemt wanneer deze druk gelijk zou worden aan de buitendruk. Neem aan dat de temperatuur niet verandert.

Het raam heeft een afmeting van 1,5 m bij 1,5 m en de tussenruimte is 1 cm.

c Geef op basis van je antwoord bij opdracht b een schatting hoeveel het midden van de twee panelen naar buiten en binnen uitzet.

d Analyseer op basis van je antwoord bij opdracht c of schade aan de afsluiting het gevolg kan zijn van de druktoename in de tussenruimte.

10 Algemene gaswet

Alle drie de afzonderlijke gaswetten kun je afleiden uit de algemene gaswet. Zo zijn voor een afgesloten hoeveelheid gas bij constante temperatuur n, T en natuurlijk R constant. Volgens de algemene gaswet geldt dan: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T =$ constant. Dit is de wet van Boyle. Laat zien hoe je ook de wet van Gay-Lussac kunt afleiden uit de algemene gaswet.

11 Fietsbanden

De banden van een fiets zijn behoorlijk hard opgepompt. Als de fiets zonder berijder ergens staat, rust alleen de massa van de fiets op de banden. Als de fietser opstapt, komt zijn massa daarbij.

a Beredeneer welke van de grootheden p, V, n en T die horen bij de lucht in de band, constant blijven en welke veranderen als de fietser opstapt.

De kracht die de banden leveren om te voorkomen dat de velgen van de fietswielen de grond gaan raken, wordt wel 8 of 10 keer zo groot als er iemand op de fiets gaat zitten. De overdruk in de banden, het drukverschil binnen en buiten de band, wordt echter niet 8 tot 10 keer zo groot.

b Leg met behulp van de algemene gaswet uit dat de druk in een fietsband niet vele malen zo groot kan worden als iemand op de fiets gaat zitten.

c Leg met behulp van een formule uit hoe het kan dat de draagkracht met een veel grotere factor toeneemt dan de druk.

2 Microscopisch model van een gas

In deze paragraaf leer je:

- de gaswetten verklaren met behulp van een microscopisch deeltjesmodel van een gas;
- uitleggen dat de temperatuur van een stof evenredig is met de gemiddelde kinetische energie van de deeltjes;
- benoemen welke eigenschappen een ideaal gas heeft.

Het is opmerkelijk dat de algemene gaswet geldt voor welk gas dan ook. Het maakt niet uit of het een mengsel is, of een gas bestaande uit ingewikkelde moleculen. Anders gezegd: bij een gelijke temperatuur, druk en volume bestaat elk gas uit eenzelfde hoeveelheid deeltjes. De eigenschappen van een gas zijn te verklaren door een eenvoudig microscopisch model.

Microscopisch model

De grootheden in de algemene gaswet zijn eigenschappen van een gas als geheel. De algemene gaswet is daarom een **macroscopische beschrijving** van een gas en verklaart niet *waarom* een gas zich zo gedraagt.

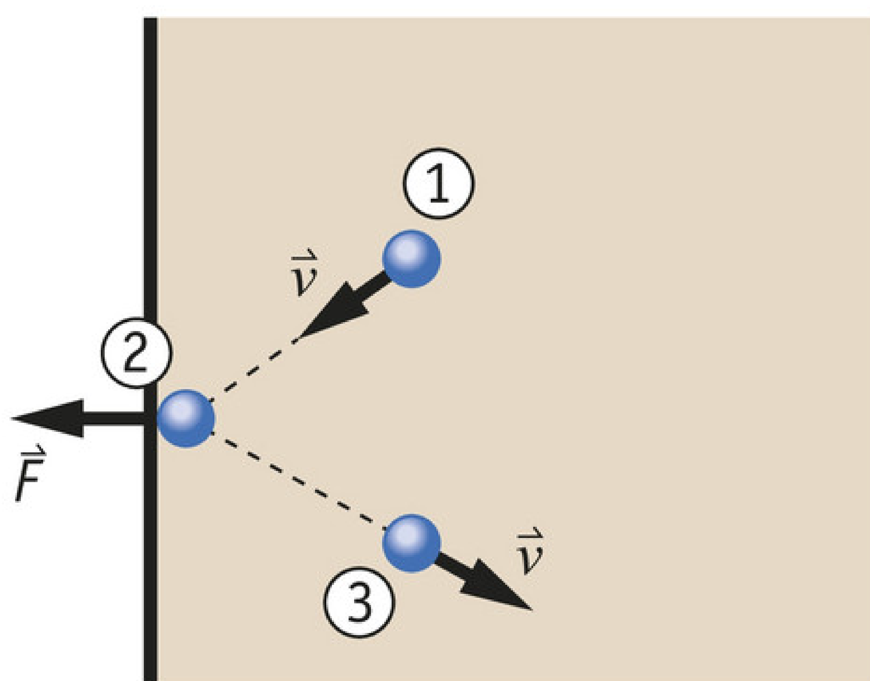
Een model in termen van moleculen geeft een meer fundamentele beschrijving van wat er in een gas gebeurt. Omdat de moleculen veel kleiner zijn dan wat je kunt zien, noem je dit een **microscopisch model**, ook wel deeltjesmodel. De posities en de snelheden van de individuele moleculen kun je niet waarnemen. Je gebruikt het model om te beredeneren wat de meetbare macroscopische gevolgen van die bewegingen zijn.
Het microscopische model van een gas wordt kinetische gastheorie genoemd. Deze theorie gaat uit van de volgende aannamen:

- Een gas bestaat uit zeer veel, zeer kleine deeltjes (atomen of moleculen) met een verwaarloosbare grootte.
- Er is een bepaalde kans dat een deeltje met een bepaalde snelheid in een bepaalde richting beweegt.
- Als de deeltjes tegen de wand botsen, dan verliezen ze geen energie.
- De deeltjes oefenen alleen een kracht op elkaar uit als ze botsen. Verder bewegen ze vrij.

Een gas dat aan deze aannamen voldoet wordt een **ideaal gas** genoemd.

Druk van een gas

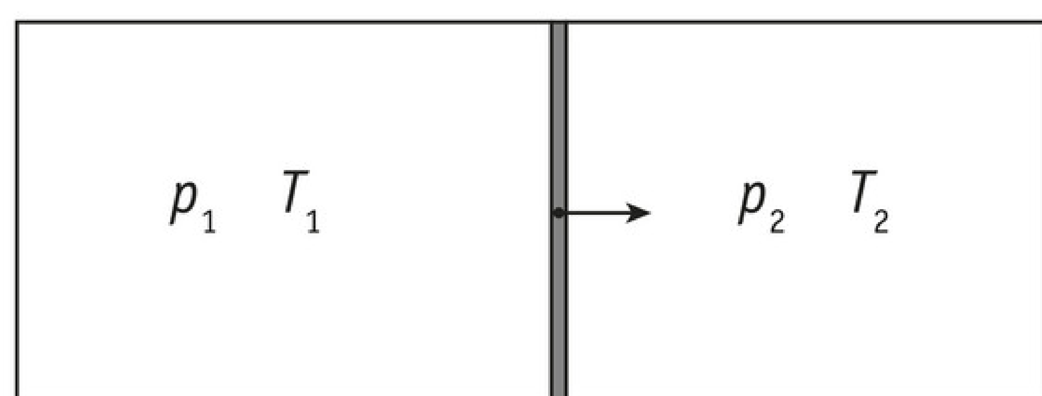
Met het microscopische model kun je verklaren hoe het kan dat een gas druk uitoefent. Een deeltje dat tegen de wand botst verandert daardoor van richting en oefent daarbij een heel kleine kracht uit op de wand (figuur 5). Omdat het gas uit heel veel deeltjes bestaat, zijn er per seconde heel veel botsingen. Macroscopisch gezien ervaar je dat als een druk. Omdat de deeltjes wanordelijk door elkaar heen bewegen, botsen ze tegen alle wanden en oefent het gas in alle richtingen een druk uit.



▲ **figuur 5** Een deeltje beweegt richting wand (1), botst (2) en verandert van richting (3).

Temperatuur van een gas

Er is ook een verband tussen de temperatuur van een gas en de beweging van de deeltjes in het gas. Stel, je hebt een container met twee ruimten, gescheiden door een dunne wand die vrij heen en weer kan bewegen (figuur 6). In elk van de ruimten bevindt zich een gas met een verschillende temperatuur en druk. Wanneer de druk in de ene ruimte groter is dan in de andere, zal de wand richting de lagere druk bewegen, totdat de druk gelijk is. Omdat de wand dun is zal uiteindelijk ook de temperatuur in beide ruimten gelijk zijn. In deze situatie is ook de gemiddelde kinetische energie van de deeltjes van beide gassen gelijk. Daarom wordt de temperatuur van een gas gedefinieerd op basis van de gemiddelde kinetische energie (en dus de gemiddelde snelheid) van de deeltjes in het gas: $E_k = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T$, met k_B de constante van Boltzmann.

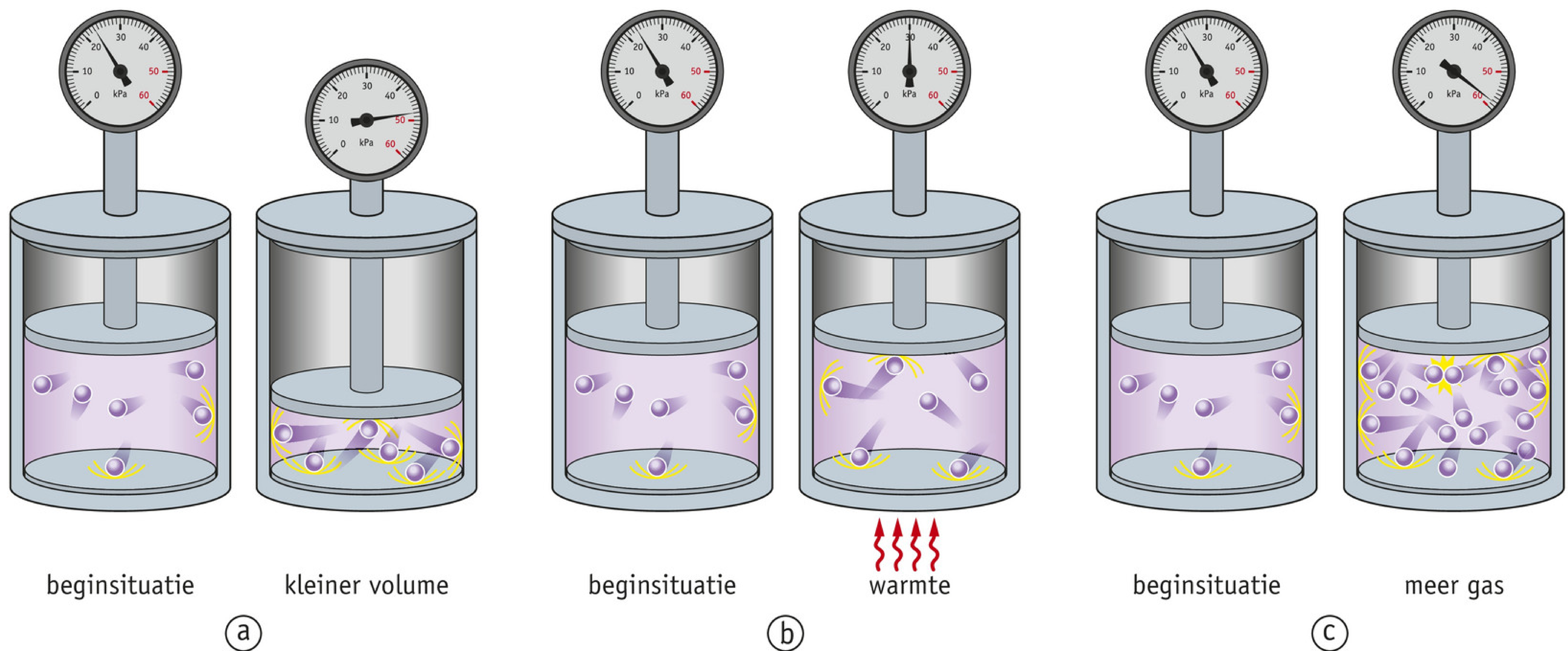


▲ **figuur 6** twee ruimten gescheiden door een beweegbare wand

Gaswetten verklaard

Nu weet je genoeg om alle evenredigheden uit de algemene gaswet met het microscopische model te verklaren:

- Als het volume kleiner wordt gemaakt, bevinden zich meer moleculen in een volume-eenheid waardoor er vaker moleculen botsen op elk stukje van het oppervlak van de container (figuur 7a). Ook de druk wordt nu hoger.
- Als de temperatuur wordt verhoogd, bewegen de moleculen sneller waardoor ze vaker en harder botsen tegen de wand, wat weer in een hogere druk resulteert (figuur 7b).
- Als je meer gas in een container pompt, zijn er meer moleculen en dus ook meer botsingen tegen de wand (figuur 7c). De druk wordt dus hoger.



▲ **figuur 7** gaswetten verklaard met een microscopisch model:
(a) de wet van Boyle, (b) de wet van Gay-Lussac, (c) $p \sim n$

De algemene gaswet volgt dus uit de kinetische gastheorie. Dat betekent dat de algemene gaswet alleen geldig is onder de voorwaarde dat de gasmoleculen kunnen worden beschouwd als onafhankelijk van elkaar bewegende deeltjes van verwaarloosbare grootte. Het moet zo zijn dat de moleculen alleen door elkaar worden beïnvloed op het moment dat ze botsen. Eventuele andere krachten tussen de moleculen moeten verwaarloosbaar zijn. De meeste gassen gedragen zich als ideaal gas bij lage druk en hoge temperatuur.

Onthoud!

- Temperatuur, druk, hoeveelheid gas en volume zijn macroscopische eigenschappen van een gas.
- De kinetische gastheorie is een microscopisch model van een gas waarmee de algemene gaswet verklaard kan worden.
- De druk van een gas wordt veroorzaakt door de vele botsingen van de deeltjes in het gas tegen de wand waarin het gas zich bevindt.
- De temperatuur van een gas is evenredig met de gemiddelde kinetische energie van de deeltjes in het gas.
- Een gas dat voldoet aan de algemene gaswet noem je een ideaal gas.

Opdrachten

12 Aannamen [1]
De kinetische gastheorie kan de macroscopische eigenschappen van een ideaal gas verklaren op basis van vier aannamen.
Noem deze vier aannamen.

13 Evenwicht
Als je haarlak uit een spuitbus in een ruimte spuit ontstaat er vrij snel een evenwichtstoestand: het gas uit de bus krijgt een bepaalde temperatuur en druk.
a Leg uit dat temperatuur en druk macroscopische eigenschappen van het gas zijn en geen microscopische eigenschappen van de deeltjes.

Het evenwicht ontstaat doordat de deeltjes uit het gas bij een botsing energie uitwisselen.
b Leg uit met welke aanname van de kinetische gastheorie het kunnen botsen in tegenspraak is.

14 Snelheid
Lucht bestaat uit een mengsel van verschillende gassen
a Zoek in Binas op welke drie gassen het meest voorkomen in de troposfeer (het deel van de atmosfeer waarin wij leven).
b Bereken voor elk van deze gassen de gemiddelde snelheid van de deeltjes waaruit het gas bestaat bij een temperatuur van 20 °C.
c Wat valt op aan je antwoord bij opdracht b? Geef hiervoor een verklaring.

15 Echt gas
Een echt gas gedraagt zich als een ideaal gas als de temperatuur hoog, of de druk laag is.
a Leg met behulp van de algemene gaswet uit dat het aantal mol deeltjes per volume-eenheid laag is bij hoge temperatuur en bij lage druk.
b Leg uit aan welke twee aannamen uit de kinetische gastheorie in dat geval is voldaan.
c Bereken voor een ideaal gas bij kamertemperatuur en standaarddruk hoeveel deeltjes zich in een volume van 1,0 m^3 bevinden.

16 Gassen vergeleken
Een gram waterstofgas in een bepaald volume bij een bepaalde temperatuur oefent een grotere druk uit dan een gram zuurstofgas in een even groot volume en bij dezelfde temperatuur.
a Leg dit uit met behulp van de algemene gaswet.
b Leg dit uit op basis van het microscopische model.

Een *mol* waterstofgas in een bepaald volume bij een bepaalde temperatuur oefent een even grote druk uit als een *mol* zuurstofgas in een even groot volume en bij dezelfde temperatuur.
c Leg dit uit met behulp van de algemene gaswet.
d Leg uit dat dit voor *alle* ideale gassen geldt.

17 Het absolute nulpunt
De wet van Gay-Lussac geldt alleen als je de temperatuur uitdrukt in K, niet in graden Celsius.
a Leg dit uit.

De wet van Gay-Lussac als verhouding van druk en temperatuur (paragraaf 1) is niet geldig bij het absolute nulpunt.
b Leg dit uit.
c Leg met behulp van de algemene gaswet uit hoe groot de druk is die een gas uitoefent bij het absolute nulpunt.
d Verklaar dit met het microscopische model.

18 Aannamen [2]

In het microscopische model zijn twee belangrijke aannamen gedaan over de moleculen in een gas.

a Welke aannamen zijn dat?

b Op welke twee manieren zouden de moleculen van een echt gas kunnen afwijken van dat model?

c Welke gevolgen zou elk van de microscopische afwijkingen die je hebt bedacht bij opdracht b kunnen hebben voor het macroscopische gedrag van het gas?

19 ISS

Het internationale ruimtestation ISS draait op een hoogte van ruim 400 km rond de aarde. De temperatuur van de atmosfeer is daar $2{,}5 \cdot 10^3$ K. Soms moet een astronaut voor een ruimtewandeling naar buiten, bijvoorbeeld voor onderhoudswerkzaamheden.
Leg op basis van een microscopisch model uit hoe het kan dat een astronaut tijdens een ruimtewandeling niet verbrandt. Zoek hiertoe in Binas gegevens op over de atmosfeer van de aarde.

20 Plasmabol

Een plasmabol is onder andere gevuld met heliumgas (figuur 5, hoofdstuk 8). Door het gas bewegen elektronen die tegen heliumatomen kunnen botsen. Als de snelheid van een elektron groot genoeg is, kan bij een botsing een heliumatoom geïoniseerd worden. De vrije weglengte is de gemiddelde afstand die een elektron aflegt tussen twee opeenvolgende botsingen met atomen.

a Leg met behulp van het begrip vrije weglengte uit dat de gasdruk laag moet zijn om heliumatomen te kunnen ioniseren.

De gasdruk in de bol is 10% van de buitenluchtdruk. In de bol bevindt zich 0,90 L gas met een temperatuur van 18 °C.

b Maak een schatting van de vrije weglengte. Bereken daartoe eerst het aantal moleculen gas dat zich in de bol bevindt.

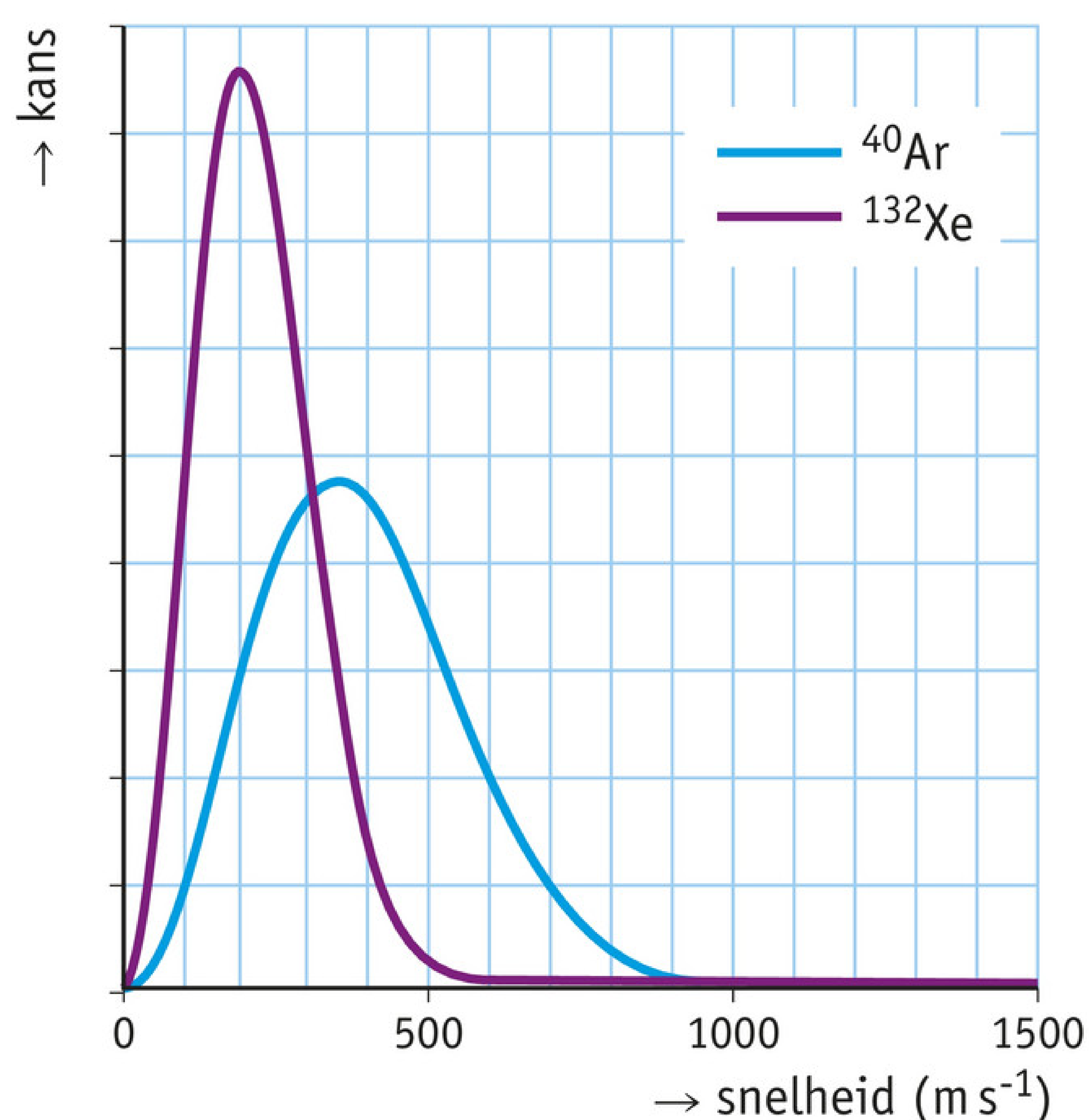
naar: examen 2009-II

+21 Temperatuur

Temperatuur is een maat voor de gemiddelde kinetische energie van de deeltjes in een stof. In figuur 8 zie je de snelheidsverdeling van de edelgassen argon en xenon bij dezelfde temperatuur.

a Lees voor elk van de gassen de gemiddelde snelheid van de deeltjes in het gas af.

b Teken de snelheidsverdeling voor de edelgassen helium en neon. Bereken daartoe eerst de gemiddelde snelheid van de deeltjes in deze gassen.



◀ **figuur 8** de kans een deeltje met een bepaalde snelheid aan te treffen

Om aan de aantrekkingskracht van een planeet te ontsnappen, moet een massa een snelheid hebben die groter is dan de zogenoemde ontsnappingssnelheid. De aardatmosfeer bestaat uit verschillende lagen, met een verschillende samenstelling.

c Voorspel of de concentratie deeltjes met een lage massa hoger in de atmosfeer toe- of juist afneemt. Controleer je antwoord met behulp van Binas.

d Leg uit welke deeltjes makkelijker uit de atmosfeer zullen 'weglekken' en aan de aarde ontsnappen: die met een lage, of juist hoge massa?

3 Niet-ideale gassen en faseovergangen

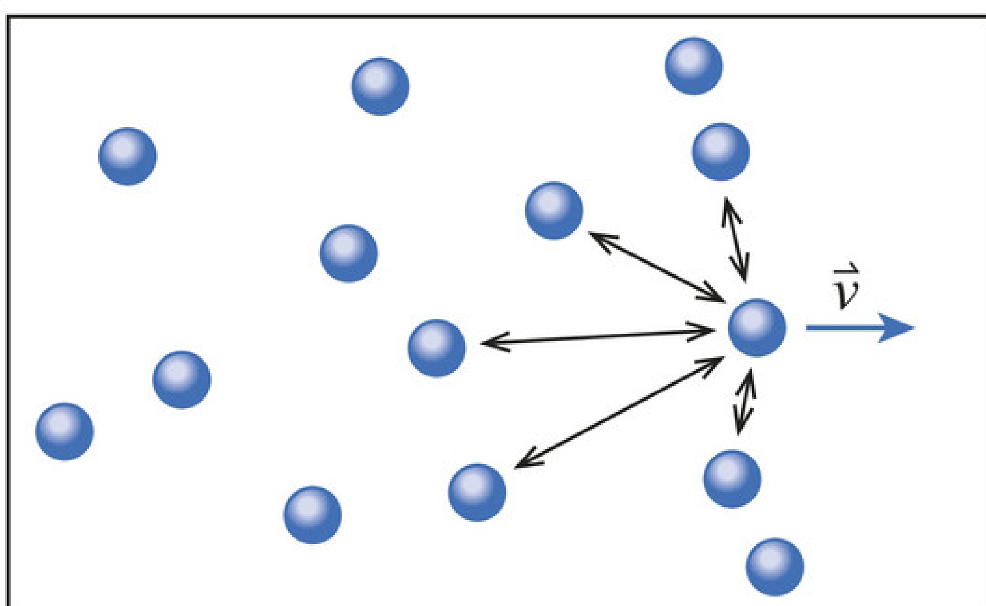
In deze paragraaf leer je:

- benoemen hoe de eigenschappen van een echt gas afwijken van een ideaal gas;
- uitleggen welke aanpassingen er nodig zijn in de algemene gaswet om een niet-ideaal gas te beschrijven;
- met behulp van de vanderwaalsvergelijking faseovergangen verklaren;
- met behulp van een microscopisch model uitleggen waarom het kookpunt voor verschillende stoffen verschillend is.

Echte gassen wijken bij lage temperatuur en hoge druk af van het ideale-gasmodel. Met enkele aanpassingen in het model kun je het gedrag van echte, niet-ideale gassen beter begrijpen. Door die aanpassingen zijn ook faseovergangen te verklaren.

Niet-ideale gassen

Als je een gas bij gelijke temperatuur samenperst, dan moet bij een twee keer zo klein volume, de druk twee keer zo groot worden (wet van Boyle). Wanneer je dat met echte gassen doet, dan zal dit alleen bij lage druk gelden. Als de druk hoger wordt, dan nemen sommige gassen juist minder ruimte in en andere juist meer dan verwacht. De meeste echte gassen zijn dus alleen ideaal bij lage druk. Het model van een ideaal gas moet op twee punten aangepast worden: echte deeltjes in een gas nemen een bepaald volume in en zullen elkaar op korte afstand aantrekken (figuur 9). De druk zal daardoor anders zijn dan de algemene gaswet voorspelt.



▲ **figuur 9** De deeltjes in een echt gas nemen ruimte in en trekken elkaar aan.

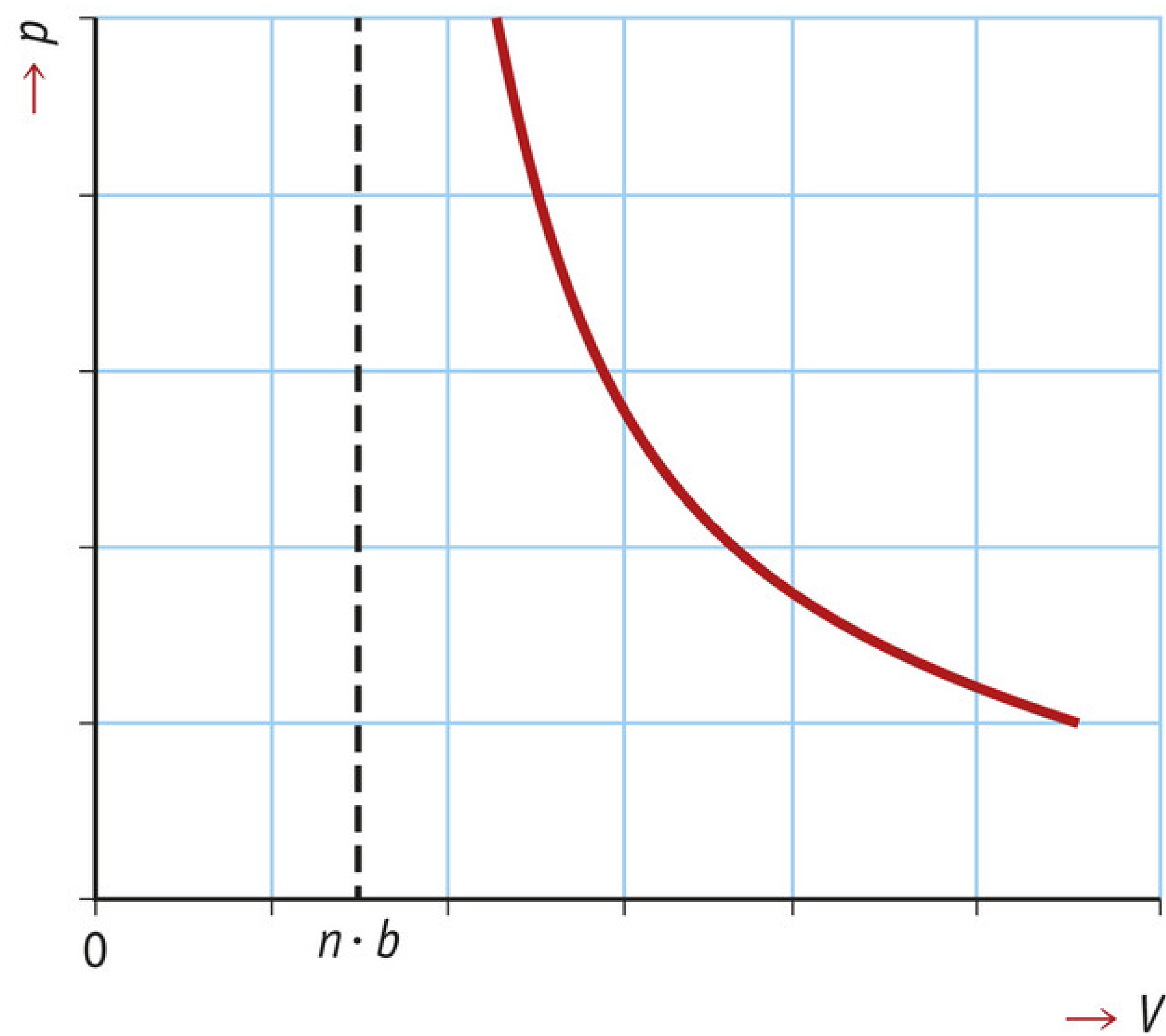
Volume van moleculen

In een echt gas hebben de moleculen een bepaald volume. Er is voor de moleculen daardoor minder ruimte beschikbaar om te bewegen dan de algemene gaswet zegt. Stel dat b het volume is van één mol deeltjes in het gas. Samen nemen de deeltjes dan een ruimte in van $n \cdot b$.

De beschikbare ruimte is niet V, maar $V - n \cdot b$. De formule voor de druk wordt daarom:

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - n \cdot b}$$

Als je dit niet-ideale gas samenperst, loopt de druk heel snel op bij $V \approx n \cdot b$. Alle ruimte wordt dan ingenomen door de moleculen zelf. Als je nog harder perst, duw je moleculen alleen harder tegen elkaar, maar het lukt niet om het volume verder te verkleinen. Je ziet daardoor in figuur 10 een asymptoot bij $V = n \cdot b$. Volgens de wet van Boyle zou de asymptoot bij $V = 0$ moeten liggen.



▲ **figuur 10** het verband tussen p en V voor een gas waarvan de moleculen een grootte hebben

Voorbeeldopgave 4

Geef een beredeneerde schatting van de orde van grootte van b voor waterdamp.

Uitwerking
Wanneer water een vloeistof is zullen de moleculen zeer dicht op elkaar zijn gepakt. Hieruit kun je een schatting maken van de afmeting van één H_2O-molecuul. Vloeibaar water heeft een dichtheid in de orde van grootte van $1 \cdot 10^3$ kg m^{-3}.
De molaire massa van H_2O is $2 \times 1 + 16 =$
18 g mol^{-1} = $18 \cdot 10^{-3}$ kg mol^{-1}.
Dus in $1 \cdot 10^3$ kg bevindt zich een hoeveelheid van

$\frac{1 \cdot 10^3}{18 \cdot 10^{-3}} = 5{,}6 \cdot 10^4$ mol. Dat is ook de hoeveelheid deeltjes per m^3. Dus één mol heeft een volume van:

$$b = \frac{1}{5{,}6 \cdot 10^4} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$$

Aantrekkende kracht tussen moleculen

In een echt gas bewegen de moleculen alleen op grote afstand vrij van elkaar. Wanneer ze dichter bij elkaar komen ondervinden ze een aantrekkende kracht, de zogenoemde vanderwaalskracht (figuur 9). Daardoor zullen de deeltjes minder vaak en minder hard tegen de wanden van de ruimte botsen.

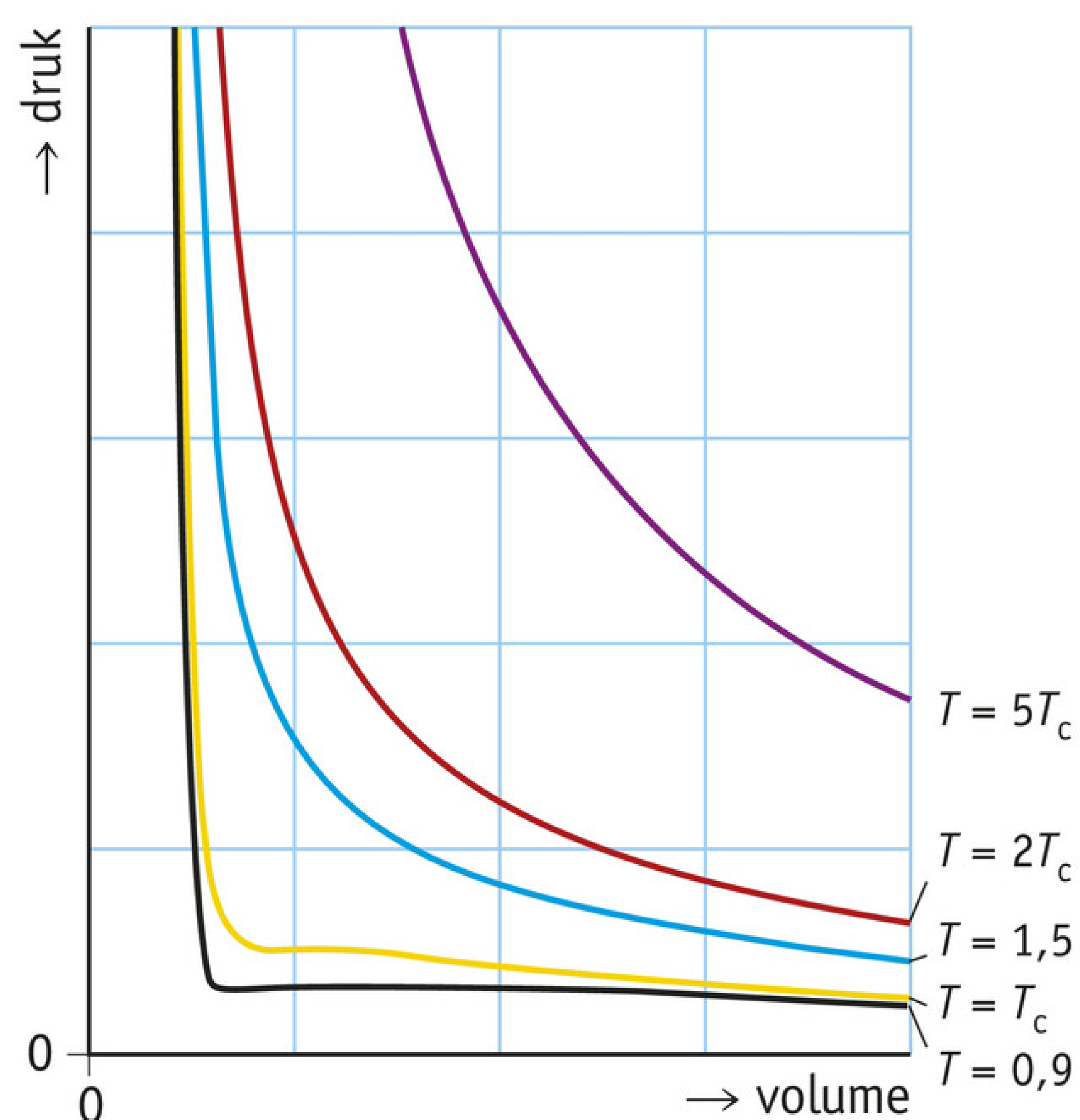
De druk die ze op de wand uitoefenen is dus kleiner dan de druk zonder deze aantrekking. Omdat bij een hogere dichtheid de aantrekkende kracht groter wordt en omdat er dan ook meer deeltjes zijn die een aantrekkende kracht uitoefenen is de afname van de druk evenredig met het *kwadraat* van het aantal mol deeltjes per m³. De druk wordt dan:

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - n \cdot b} - a\left(\frac{n}{V}\right)^2$$

Dit wordt de vanderwaalsvergelijking genoemd, naar de Nederlandse natuurkundige Johannes Diderik van der Waals (1837–1923). In deze formule is *a* een evenredigheidsconstante die afhangt van het soort gas. Een gas dat door deze vergelijking wordt beschreven wordt ook wel een **vanderwaalsgas** genoemd.
De invloed van de extra term is groter bij lage temperaturen. Dat is begrijpelijk, omdat de moleculen dan langzamer bewegen en dus minder snel langs elkaar bewegen. De aantrekkende kracht werkt dan langer op de moleculen, waardoor ze meer naar elkaar toe worden getrokken.

Faseovergangen

Op een warme zomerse dag kan er veel water verdampen waardoor er zich wolken vormen en het uiteindelijk gaat regenen. Het water is dus eerst een vloeistof, wordt een gas en dan weer een vloeistof. Dit gebeurt allemaal bij standaarddruk. Ook wanneer je een gas samenperst kan het een vloeistof worden. Door de hogere druk stijgt het kookpunt. Dit is bijvoorbeeld handig bij een hogedrukpan. Je kunt dan groenten op een hogere temperatuur koken dan 100 °C, waardoor ze eerder gaar zijn. Als de temperatuur van een gas heel hoog is dan werkt dit niet meer: hoe sterk je het gas ook samenperst, het wordt boven een bepaalde temperatuur geen vloeistof. Deze temperatuur wordt de **kritieke temperatuur T_c** genoemd.
Deze waarnemingen volgen uit de beschrijving van een vanderwaalsgas. In figuur 11 zie je de druk in een vanderwaalsgas als functie van het volume voor steeds lagere temperatuur. Bij de kritieke temperatuur loopt de grafiek bij een bepaald volume vrijwel vlak: wanneer het volume nog kleiner wordt neemt de druk niet meer toe. Onder de kritieke temperatuur zal het gas condenseren tot vloeistof. Hoe kleiner het volume in dat geval wordt, hoe meer gas tot vloeistof condenseert: de druk verandert dan niet. Pas wanneer al het gas een vloeistof is geworden neemt de druk weer toe bij kleinere volumes. Boven de kritieke temperatuur kan het gas niet condenseren, hoe klein je het volume ook maakt.



◀ **figuur 11** (*p*,*V*)-diagrammen voor een vanderwaalsgas bij verschillende temperaturen

De overgang van de gasvorm naar de vloeistofvorm is een voorbeeld van een **faseovergang** van een stof. Het bijzondere is dat de overgang abrupt is en dat de eigenschappen van de stof heel anders worden. Dit is te begrijpen met het deeltjesmodel: bij hoge dichtheid en lage temperatuur zal de aantrekkingskracht tussen de moleculen het winnen van de willekeurige bewegingen. Er ontstaat een vloeistof waarin de moleculen nog wel langs elkaar kunnen bewegen.

Wanneer de druk nog hoger wordt of de temperatuur lager, is de aantrekkingskracht groot genoeg om de deeltjes in een vaste structuur te houden: er ontstaat een vaste stof.

Zuurstof, stikstof, olie en water

Moleculair zuurstof en stikstof condenseren bij een zeer lage temperatuur, oliedamp bij een veel hogere temperatuur. Dit verschil kun je verklaren met wat je weet over de moleculen van deze stoffen.
De koolwaterstofmoleculen in olie zijn meestal veel zwaarder dan die van de andere genoemde stoffen. Deze moleculen bestaan uit bijvoorbeeld zes koolstofatomen en veertien waterstofatomen. Bij een bepaalde temperatuur hebben de moleculen van alle stoffen dezelfde gemiddelde kinetische energie $E_k = ½ \cdot m \cdot v^2$. Als de massa m groot is, komt dat overeen met een kleine snelheid v. Door de langzamere beweging oefenen de moleculen langere tijd een kracht op elkaar uit. Dat betekent dat de invloed van de aantrekkingskracht tussen de moleculen bij olie in verhouding groter is dan bij zuurstof of stikstof. Olie condenseert dus bij een hogere temperatuur dan zuurstof of stikstof.
Water (H_2O) condenseert echter al bij een relatief hoge temperatuur, terwijl het toch uit lichte moleculen bestaat, lichter dan zuurstof (O_2) of stikstof (N_2). Dit komt doordat watermoleculen dipolen zijn: de waterstofkant is positief, de zuurstofkant is negatief. De moleculen zijn als geheel elektrisch neutraal, maar de H-kant van het ene H_2O-molecuul keert zich naar de O-kant van een ander H_2O-molecuul. Dit heet een waterstofbrug. De aantrekkingskracht tussen de moleculen is hierdoor veel groter dan bij moleculen die geen plus- en minkant hebben. De aantrekkingskracht wint het dus sneller van de snelle bewegingen dan wanneer er alleen zwakke vanderwaalskrachten zijn.

Onthoud!

- De moleculen van echte gassen zijn in twee opzichten anders dan de moleculen in het ideale-gasmodel: ze hebben een eigen volume en ze trekken elkaar aan. Daardoor werkt het samenpersen van een echt gas anders dan bij een ideaal gas.
- De vanderwaalsvergelijking is een beschrijving van een echt gas, of vanderwaalsgas. De constante a is een maat voor de aantrekkingskracht tussen de deeltjes, de constante b is het volume dat een mol deeltjes inneemt.
- Met de vanderwaalsvergelijking kun je verklaren dat een gas tot vloeistof kan condenseren.
- De verschillende temperaturen waarbij verschillende gassen condenseren zijn te verklaren met het verschil in massa van de deeltjes en de krachten tussen de deeltjes in het gas.

Opdrachten

22 Vanderwaalsvergelijking
De vanderwaalsvergelijking bevat twee parameters: a en b.
- **a** Leg voor elk van deze parameters uit met welke eigenschap van de deeltjes in een echt gas ze te maken hebben.
- **b** Noem welke waarde a en b hebben voor een ideaal gas.
- **c** Leg voor elk van de parameters uit of ze voor een hogere of juist lagere druk zorgen in vergelijking met een ideaal gas.

23 Eenheden
In de vanderwaalsvergelijking komen twee parameters voor: a en b.
Leid af wat de eenheid van a en van b is. Hint: bedenk eerst wat de eenheid moet zijn van $n \cdot b$ en van $a\left(\frac{n}{V}\right)^2$.

24 Waterstofgas
Waterstofgas is een niet-ideaal gas. Een molecuul van waterstofgas (H_2) bestaat uit twee waterstofatomen.
- **a** Leg uit of voor waterstofgas de parameter *b* in de vanderwaalsvergelijking groot of klein zal zijn vergeleken met andere gassen (bijvoorbeeld stikstof of zuurstof).
- **b** Leg uit dat je aan de formule H_2 kunt zien dat een waterstofmolecuul geen dipool is.
- **c** Beredeneer dat waterstof pas bij een heel lage temperatuur zal condenseren. Betrek in je uitleg zowel parameter *a* als parameter *b*.

25 Alcohol
Alcoholen zijn stoffen waarvan de moleculen aan een uiteinde een OH-groep hebben. De H is een beetje positief en de O een beetje negatief. Zowel het giftige methanol (CH_4O) als de gewone alcohol in drank (ethanol, C_2H_6O) is vloeibaar bij kamertemperatuur.
- **a** Leg met behulp van de eigenschappen van de moleculen uit waarom deze stoffen al bij een vrij hoge temperatuur condenseren.

Een van de stoffen heeft een kookpunt van 65 °C, de andere van 78 °C.
- **b** Leg op grond van de eigenschappen van de moleculen uit welk kookpunt bij welke stof hoort.

26 Opgesloten niet-ideaal gas [1]
Een niet-ideaal gas is opgesloten in een ruimte die is afgesloten door een zuiger die op en neer kan bewegen. De temperatuur wordt constant gehouden. Maak een schets van het (p,V)-diagram en geef daarin de volgende situaties weer:
- **a** Het volume wordt kleiner gemaakt, maar de stof blijft volledig in de gasfase.
- **b** Het volume wordt nog kleiner gemaakt en een deel van het gas gaat over in de vloeistoffase.
- **c** Het volume wordt nog kleiner gemaakt nadat al het gas is overgegaan in de vloeistoffase.

27 Opgesloten niet-ideaal gas [2]
Een niet-ideaal gas is opgesloten in een afgesloten container met constant volume. Maak een schets van het (p,T)-diagram en geef daarin de volgende situaties weer.
- **a** De temperatuur daalt maar de stof blijft volledig in de gasfase.
- **b** De temperatuur daalt verder en een deel van het gas gaat over in de vloeistoffase.
- **c** De temperatuur daalt nog verder nadat al het gas is overgegaan in de vloeistoffase.

28 Kookpunten
Temperatuur is een maat voor de gemiddelde kinetische energie van de deeltjes in een stof.
- **a** Zoek in Binas de kookpunten en de atomaire massa's van de edelgassen. Zet de gegevens in een tabel.
- **b** Voorspel wat er met het kookpunt gebeurt naarmate de massa van de deeltjes groter wordt. Controleer je voorspelling op basis van je tabel bij opdracht a.

Water (H_2O) heeft een massa van 18 u, ongeveer even groot als dat van neon (20 u). Toch ligt het kookpunt van water veel hoger dan dat van neon.
- **c** Geef hiervoor een verklaring op basis van de bindingen die de deeltjes met elkaar aan kunnen gaan.

29 Kritieke temperatuur
Boven de kritieke temperatuur T_C kan een vanderwaalsgas niet condenseren. Er geldt:

$$T_C = \frac{8a}{27b \cdot R}$$

Hierin zijn *a* en *b* de parameters uit de vanderwaalsvergelijking en is *R* de gasconstante. Vloeibaar stikstof (N_2) heeft een dichtheid van $0{,}804 \cdot 10^3$ kg m^{-3}.

a Bereken op basis van deze dichtheid de waarde van *b* voor stikstofgas.

Voor de parameter *a* geldt: $a = \frac{8}{3} \cdot b \cdot \varepsilon$. Hierin is ε de energie om een mol uit de stof vrij te maken. De waarde voor ε is bij benadering gelijk aan de verdampingswarmte per mol stof: de energie om een mol vloeistof te laten verdampen. In Binas is de verdampingswarmte te vinden per kilogram stof.

b Bereken uit de verdampingswarmte voor stikstofgas de waarde voor ε.

c Bereken met je antwoorden van opdrachten a en b de kritieke temperatuur van stikstof. Vergelijk je antwoord met de waarde uit Binas. Geef mogelijke oorzaken voor een afwijking.

+30 Afleiding kritieke temperatuur en druk

Bij de kritieke temperatuur en druk heeft de vanderwaalsvergelijking een buigpunt: zowel de eerste als de tweede afgeleide van de druk naar het volume is nul. Voor de kritieke temperatuur en druk gelden de volgende verbanden:

$$T_C = \frac{8a}{27b \cdot R} \quad \text{en} \quad p_C = \frac{a}{27b^2}$$

Leid deze verbanden af uit de vanderwaalsvergelijking. Tip: los uit de vergelijkingen die je krijgt eerst het volume op.

+31 Zonder aardgas

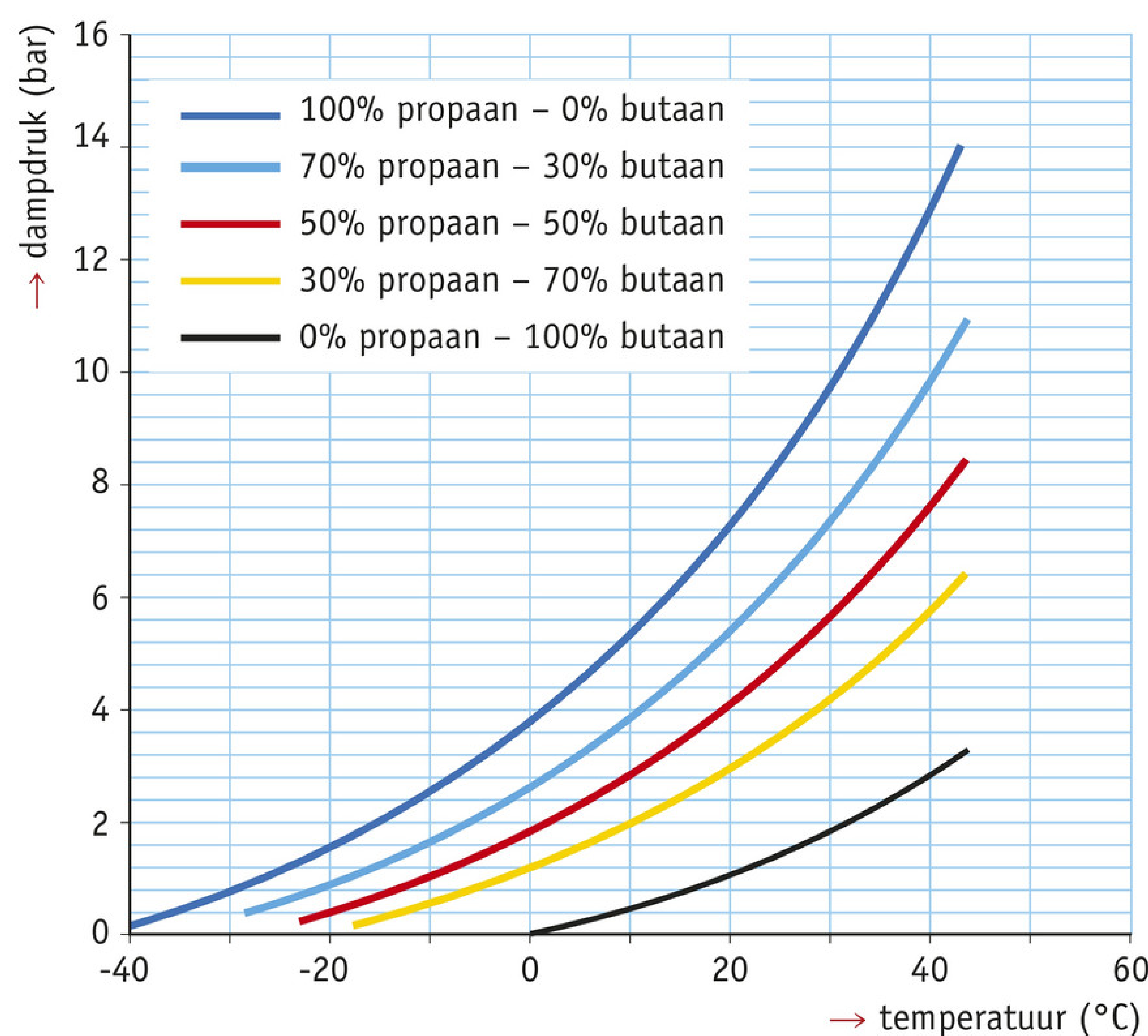
Liquefied petroleum gas (lpg) is een brandstof bestaande uit een mengsel van propaan en butaan. Onder hoge druk wordt een deel van het gas vloeibaar, een deel blijft in de gasfase. Huizen op het platteland die niet zijn aangesloten op het aardgasnetwerk gebruiken vaak lpg om het huis te verwarmen en te koken.

a Noem een voordeel van het vloeibaar maken van butaan en propaan tot lpg.

De druk die het gas uitoefent wordt de dampdruk genoemd. De gas- en vloeistoffase zijn dan in evenwicht. In figuur 12 zie je de dampdruk voor verschillende mengsels van propaan en butaan bij verschillende temperaturen.

b Gebruik de grafiek in figuur 12 om uit te leggen dat lpg nooit alleen uit propaan zal bestaan.

c Zal er in de zomer meer of juist minder butaan aan het mengsel worden toegevoegd?



◀ **figuur 12** dampdruk voor verschillende mengsels van propaan en butaan voor verschillende temperaturen

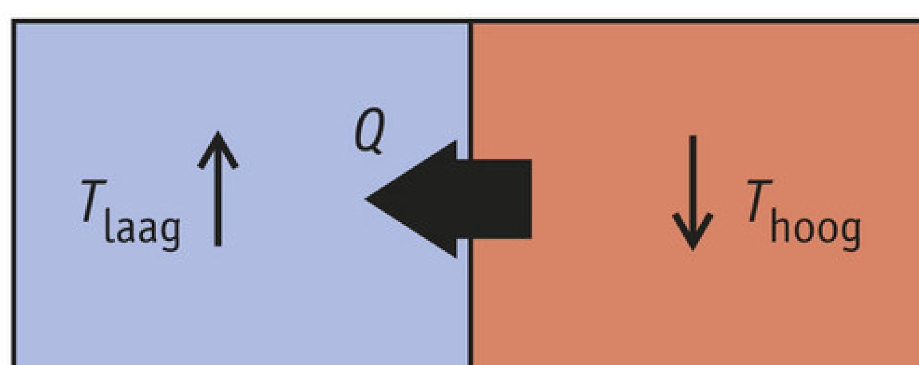
4 Warmte: opwarmen en afkoelen

In deze paragraaf leer je:
- uitleggen dat twee voorwerpen warmte uitwisselen totdat hun temperatuur gelijk is;
- uitleggen dat de soortelijke warmte een maat is voor de energie die nodig is om de temperatuur van een stof te laten stijgen;
- berekeningen maken met de soortelijke warmte;
- verschillen en overeenkomsten verklaren tussen de soortelijke warmte van stoffen met een microscopisch deeltjesmodel.

Of een voorwerp warm of koud aanvoelt zegt niet zo veel over de temperatuur van dat voorwerp. Een houten zitting voelt bijvoorbeeld warmer aan dan een van metaal, ook wanneer hun temperatuur gelijk is. Aan kokend water kun je je lelijk branden, terwijl de sterretjes van koud vuur een veel hogere temperatuur hebben, maar nauwelijks voelbaar zijn wanneer ze op je huid terechtkomen. Het eerste heeft te maken met hoe goed stoffen warmte geleiden, het tweede met hoe gemakkelijk een stof opwarmt en afkoelt. Deze eigenschappen kun je verklaren met een microscopisch model van materie.

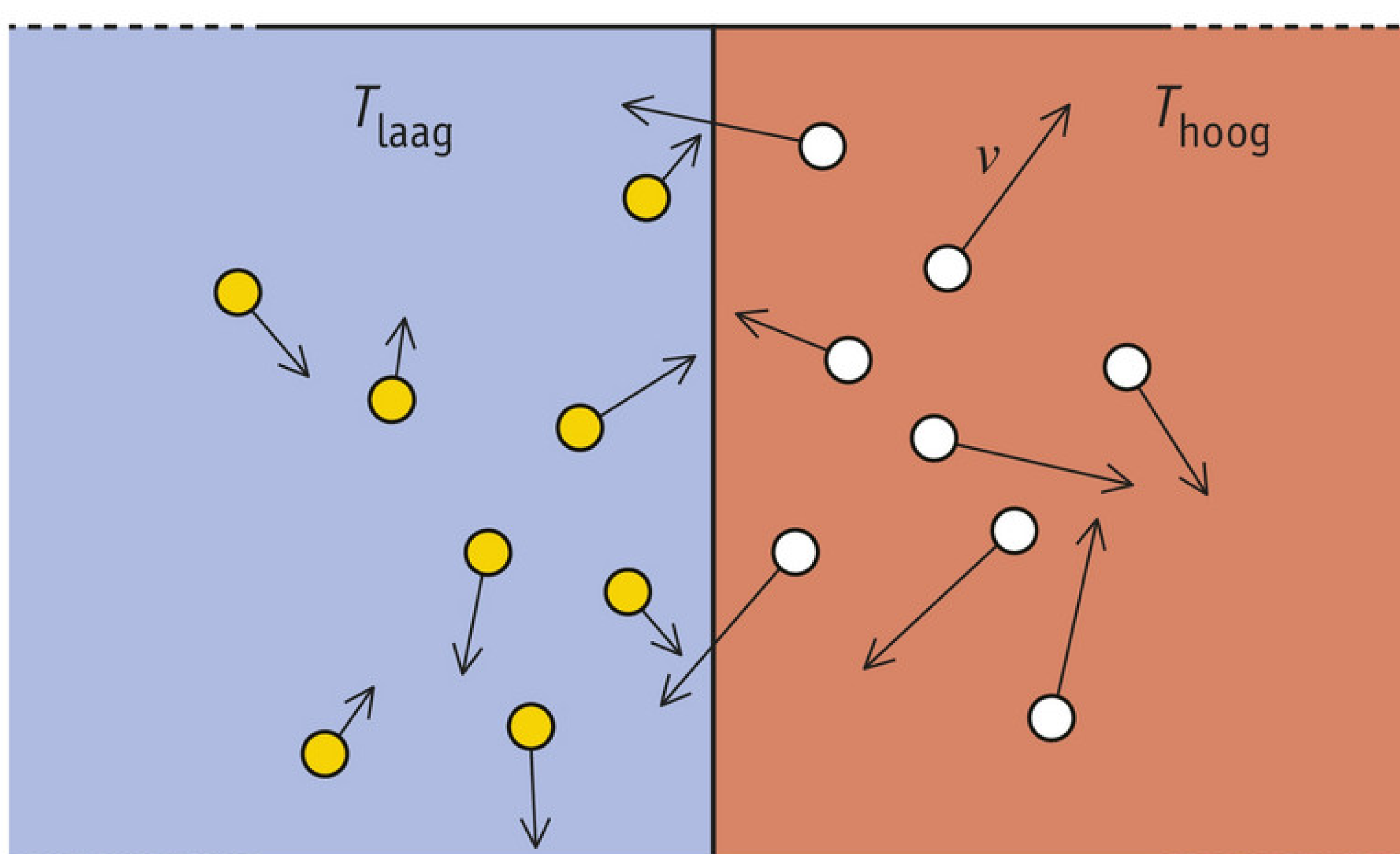
Verschil in temperatuur: warmte

Wanneer twee voorwerpen van verschillende temperatuur met elkaar in contact worden gebracht, zal het voorwerp met de hogere temperatuur afkoelen en het voorwerp met de lagere temperatuur opwarmen (figuur 13). Omdat er energie nodig is om een voorwerp op te warmen, moet er energie van het voorwerp met de hoge temperatuur naar het voorwerp met de lage temperatuur stromen. Deze energie wordt de **warmte *Q*** genoemd en heeft de eenheid joule. Uiteindelijk wordt de temperatuur van de twee voorwerpen gelijk.



▲ **figuur 13** Warmte stroomt van een warm naar een koud voorwerp.

Dit kun je verklaren met een microscopisch model. In het voorwerp met de hoge temperatuur hebben de deeltjes (gemiddeld) een hoge kinetische energie, in het voorwerp met de lage temperatuur juist een lage kinetische energie. Waar de voorwerpen elkaar raken, botsen de deeltjes van de verschillende voorwerpen met elkaar (figuur 14). Gemiddeld zullen bij een botsing de



▲ **figuur 14** microscopisch model van twee voorwerpen die warmte uitwisselen

snelle deeltjes langzamer gaan bewegen en de langzame deeltjes sneller. Zo stijgt de gemiddelde kinetische energie van de deeltjes in het voorwerp met een lage temperatuur: de temperatuur neemt toe. Uiteindelijk is de gemiddelde kinetische energie en de temperatuur in de twee voorwerpen gelijk.

Soortelijke warmte

In het dagelijks leven merk je dat sommige stoffen gemakkelijker opwarmen dan andere. Deze stoffen koelen ook gemakkelijker af. De energie die nodig is om een kilogram van een stof één graad in temperatuur te laten stijgen, wordt de **soortelijke warmte *c*** genoemd:

$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$

Hierin is:
- Q de warmte in joule (J);
- c de soortelijke warmte in joule per kilogram en per kelvin (J kg^{-1} K^{-1});
- m de massa van de stof in kilogram (kg);
- ΔT de temperatuurverandering in kelvin (K).

De soortelijke warmte is een stofeigenschap die je kunt vinden in Binas tabel 8-12. Wanneer de temperatuur van een stof toeneemt is Q positief, wanneer de temperatuur daalt, is Q negatief.

Voorbeeldopgave 5

Een frituurpan is gevuld met 3,0 L olijfolie op kamertemperatuur (20 °C). Het elektrisch verwarmingselement van de frituurpan heeft een vermogen van 2,3 kW.
Bereken hoelang het duurt voordat de olijfolie een temperatuur van 180 °C bereikt heeft. Alle warmte wordt aan de olijfolie toegevoerd.

Uitwerking
Formules:
$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$
$m = \rho \cdot V$
$E_{el} = P \cdot t$

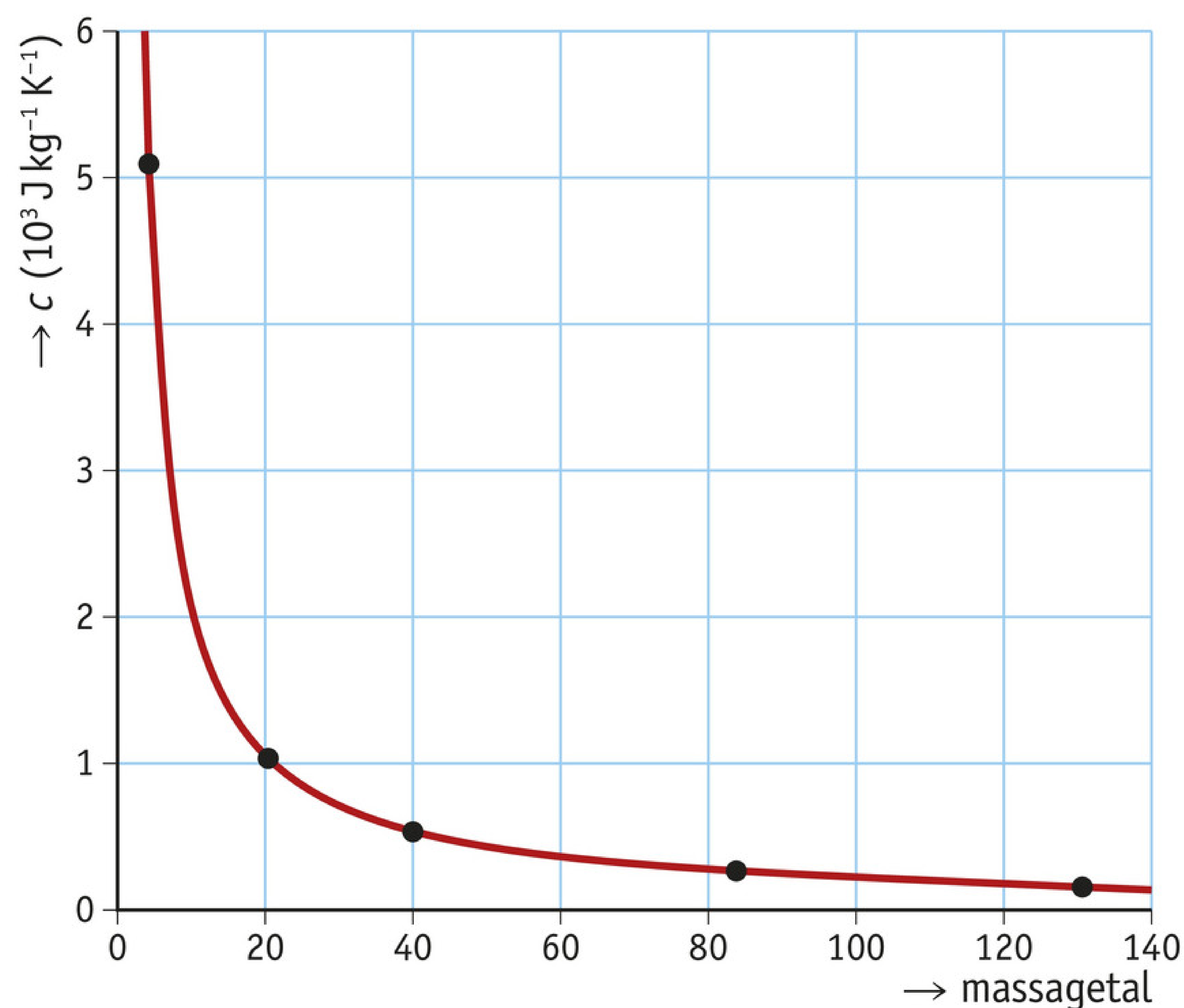
Gegevens:
$T_{begin} = 20$ °C
$T_{eind} = 180$ °C
$V_{olie} = 3{,}0$ L $= 3{,}0 \cdot 10^{-3}$ m^3
$\rho_{olie} = 0{,}92 \cdot 10^3$ kg m^{-3} (Binas tabel 11)
$c_{olie} = 1{,}65 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}
$m_{olie} = 0{,}92 \cdot 10^3 \times 3{,}0 \cdot 10^{-3} = 2{,}76$ kg
$P = 2{,}3$ kW $= 2{,}3 \cdot 10^3$ W
$Q = 1{,}65 \cdot 10^3 \times 2{,}76 \times (180 - 20) = 7{,}29 \cdot 10^5$ J

$Q = E_{el} = P \cdot t$, dus $t = \dfrac{Q}{P} = \dfrac{7{,}29 \cdot 10^5}{2{,}5 \cdot 10^3} = 2{,}9 \cdot 10^2$ s

▶ **EXPERIMENT 2** Soortelijke warmte (onderzoekspracticum)

Microscopisch model voor soortelijke warmte

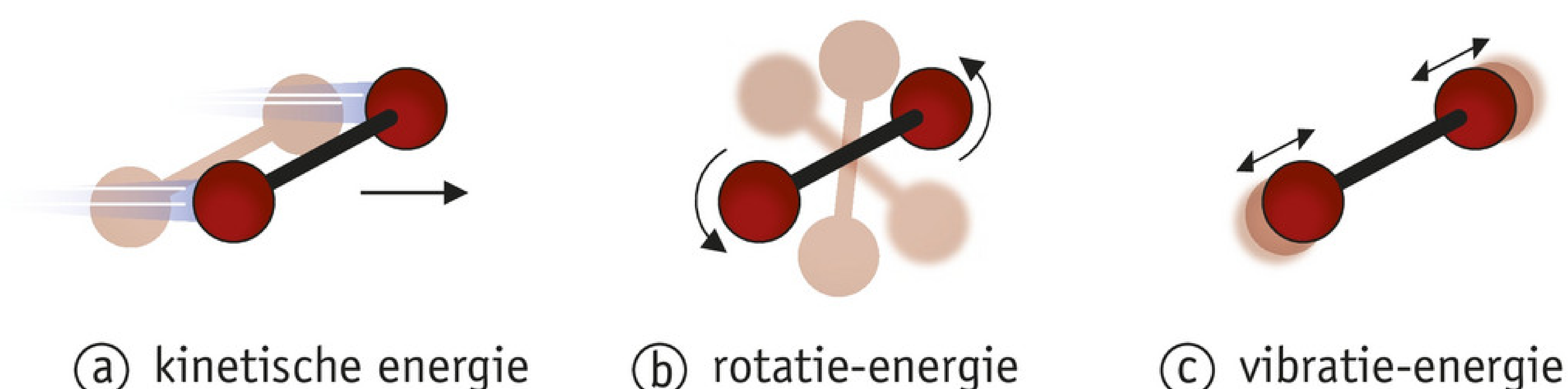
Er zijn grote verschillen in de soortelijke warmte van stoffen. Bij de edelgassen valt op dat de soortelijke warmte afneemt als de dichtheid toeneemt. Een kilogram xenon warm je met veel minder energie een aantal graden op dan een kilogram helium. Als je de soortelijke warmte uitzet tegen het massagetal van het edelgas, dan is een opvallend mooi verband zichtbaar (figuur 15).



▲ **figuur 15** het verband tussen massagetal en soortelijke warmte voor de edelgassen

Dit verband is te begrijpen met een microscopisch model. Een hogere temperatuur betekent dat de gemiddelde kinetische energie van de deeltjes in de stof toeneemt. Soortelijke warmte is gedefinieerd als de toename van de energie per graad temperatuurstijging, *per kilogram stof*. Omdat xenonatomen een grote massa hebben, bestaat een kilogram xenon daarom uit relatief weinig deeltjes. Om een kilogram xenon een graad in temperatuur te laten stijgen is daarom relatief weinig energie nodig.
Om dit model te toetsen kun je de soortelijke warmte uitdrukken in joule per kelvin *per mol stof* (tabel 1). Onafhankelijk van de stof zou je dan een gelijke waarde moeten vinden. Dat blijkt niet voor alle stoffen zo te zijn. De edelgassen hebben wel een gelijke soortelijke warmte in joule per kelvin per mol, maar twee-atomige gassen (zoals H_2 en N_2) hebben een hogere soortelijke warmte, die onderling wel weer gelijk is. Er zijn dus groepen van stoffen met een vrijwel gelijke soortelijke warmte per mol.

In een twee-atomig gas bestaan de moleculen uit twee atomen die gebonden zijn. Wanneer er energie aan zo'n stof wordt toegevoerd, zal slechts een deel daarvan worden gebruikt voor de snelheid en dus de kinetische energie van het hele molecuul (figuur 16a). Een ander deel zal ervoor zorgen dat de moleculen gaan draaien (rotatie-energie, figuur 16b) of trillen (vibra-



▲ **figuur 16** verschillende soorten inwendige energie in een stof die bestaat uit twee atomen

tie-energie, figuur 16c). Er is dus naar verhouding meer energie nodig om een stof bestaande uit twee-atomige moleculen op te warmen dan een stof die bestaat uit losse atomen. Stoffen die bestaan uit moleculen met meerdere atomen hebben dan ook een grotere soortelijke warmte.

▼ **tabel 1** soortelijke warmte voor verschillende gassen

stof	aantal atomen	c (J mol^{-1} K^{-1})
He	1	20
Ar	1	21
Ne	1	21
Kr	1	21
Xe	1	21
H_2	2	29
N_2	2	29
CO	2	29
O_2	2	29
F_2	2	31
Cl_2	2	35
CO_2	3	36
O_3	3	38
SO_2	3	41
NH_3 (ammoniak)	>3	33
CH_4 (methaan)	>3	35
C_2H_4 (ethyleen)	>3	40
C_2H_2 (acetyleen)	>3	43
C_3H_8 (propaan)	>3	67
C_4H_{10} (isobutaan)	>3	94
C_2H_6 (ethaan)	>3	125

Onthoud!

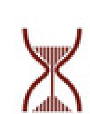
- Warmte (in joule) is het stromen van inwendige energie. Warmte stroomt van voorwerpen met een hoge temperatuur naar voorwerpen met een lage temperatuur.
- De warmte die nodig is om een stof op te warmen, bereken je met $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$. De soortelijke warmte c is een stofeigenschap die aangeeft hoeveel energie er nodig is om één kilogram van een stof één graad in temperatuur te laten stijgen.
- Met een microscopisch model zijn verschillen in soortelijke warmte tussen stoffen te verklaren: stoffen die uit zware deeltjes bestaan hebben weinig deeltjes per kilogram en dus een kleine soortelijke warmte.
- De inwendige energie van een stof bestaat uit kinetische energie, rotatie-energie en vibratie-energie.

Opdrachten

32 Inwendige energie
Een stof kan verschillende soorten inwendige energie hebben.
a Noem deze drie verschillende soorten.
b Leg uit welke soort(en) inwendige energie een edelgas kan hebben.
c Leg uit welke soort(en) inwendige energie een twee-atomig gas, zoals N_2, kan hebben.

33 Waar of niet waar?
Twee stoffen hebben dezelfde temperatuur.
Leg uit waarom de onderstaande uitspraken waar of niet waar zijn.
I Wanneer de stoffen gelijk zijn bewegen alle deeltjes even snel.
II Wanneer de stoffen gelijk zijn hebben alle deeltjes gemiddeld evenveel kinetische energie.
III Wanneer de stoffen verschillend zijn bewegen alle deeltjes gemiddeld even snel.
IV Wanneer de stoffen verschillend zijn hebben alle deeltjes gemiddeld even veel kinetische energie.

34 Thee
Een theepot en een kopje thee zijn helemaal gevuld met thee van dezelfde temperatuur.
a Leg uit of er een verschil is in de snelheid waarmee de watermoleculen bewegen in het theekopje en in de theepot.
b Leg uit welke thee de meeste inwendige energie bezit: die in de pot of in het kopje?
c Voor welk voorwerp heb je meer energie nodig om de temperatuur met 1 °C te doen toenemen: het kopje thee, of de theepot met thee?

 **35** Twee stoffen vergeleken
Stel, je hebt twee stoffen: X en Y. Als je een hoeveelheid warmte van 1 kJ aan 200 g van stof X toevoert, stijgt de temperatuur 4 °C. Als je een hoeveelheid warmte van 2 kJ aan 100 g van stof Y toevoert, stijgt de temperatuur 8 °C.
Hoe verhoudt zich de soortelijke warmte van X tot de soortelijke warmte van Y?
A 4 : 1
B 2 : 1
C 1 : 2
D 1 : 4

36 Thermobeker
Een thermobeker is handig om koffie of thee onderweg warm te houden. In een goed geïsoleerde thermobeker bevindt zich 400 mL thee met een temperatuur van 90 °C.
a Bereken hoeveel energie er nodig was om het water voor de thee op te warmen van een begintemperatuur van 10 °C.

Je voegt 20 mL melk met een temperatuur van 5,0 °C aan de thee toe.
b Bereken de eindtemperatuur van de thee met melk. Neem aan dat er geen energie aan de omgeving wordt afgestaan.

37 Zeewater
Water en zeewater hebben een verschillende soortelijke warmte.
a Zoek in Binas voor elk de soortelijke warmte op.

Zeewater bevat zout: Na^+Cl^-. Op basis van de samenstelling van zeewater kun je het verschil in soortelijke warmte tussen water en zeewater begrijpen.
b Leg uit waarom te verwachten is dat de soortelijke warmte van ‘losse’ chlooratomen in J mol^{-1} K^{-1} gelijk is aan die van de edelgassen. Bereken op basis hiervan de soortelijke warmte voor ‘losse’ chlooratomen in J kg^{-1} K^{-1}.
c Zoek in Binas de soortelijke warmte op voor natrium en verklaar samen met het antwoord op opdracht b het verschil in soortelijke warmte tussen water en zeewater.
d Reken de soortelijke warmte van water en van zeewater om naar J mol^{-1} K^{-1}.
e Bereken de soortelijke warmte van natrium in J mol^{-1} K^{-1}. Ga voor chloor uit van de soortelijke warmte van een edelgas (opdracht b).
f Leg op basis van je antwoord op opdracht e uit dat de soortelijke warmte van zeewater in J mol^{-1} K^{-1} *lager* zou moeten zijn dan van water. Geef een verklaring waarom de soortelijke warmte van zeewater in J mol^{-1} K^{-1} toch hoger is.

38 Soortelijke warmte van metalen

Er is een verband tussen de soortelijke warmte en de dichtheid van een stof.

a Zoek voor minimaal tien verschillende metalen (geen legeringen!) de soortelijke warmte en de dichtheid op in Binas en noteer deze.

b Maak een diagram waarin je de soortelijke warmte uitzet tegen de dichtheid. Zet bij elk punt om welke stof het gaat.

c Welke conclusie kun je trekken?

d Reken voor de gekozen metalen de soortelijke warmte per mol per kelvin uit en controleer dat deze (vrijwel) gelijk is.

39 Verdampen

Een vloeistof kan afkoelen door te verdampen.

a Leg uit welke deeltjes de grootste gemiddelde snelheid hebben: de deeltjes die 'verdampen' of de deeltjes die in de vloeistof achterblijven?

b Leg met het antwoord van opdracht a uit hoe de temperatuur van de vloeistof verandert bij verdamping.

c Leg op basis van het deeltjesmodel uit wat er bij condensatie met de deeltjes gebeurt.

d Beredeneer of er bij condensatie uit de vloeistof warmte vrijkomt of er door wordt opgenomen.

40 Stookwaarde

De stookwaarde r van een brandstof kun je bepalen door de brandstof te verbranden en met de vrijkomende warmte een bepaalde hoeveelheid water in temperatuur te laten stijgen. Omdat de soortelijke warmte van water bekend is, kun je hieruit afleiden hoe groot de vrijgekomen warmte is (zie ook hoofdstuk 3). Door verbranding van 1,0 g van een bepaalde (vaste) brandstof stijgt de temperatuur van 1,0 L water met 5,2 °C.

a Bereken de stookwaarde r_m van deze brandstof (uitgedrukt in J per kg brandstof). Neem aan dat alle warmte toegevoerd wordt aan het water.

b Bepaal met behulp van Binas welke brandstof dit zou kunnen zijn.

41 Newtons wet van afkoeling

Voorwerpen in een omgeving die kouder is dan zijzelf, verliezen warmte en koelen af. De manier waarop voorwerpen afkoelen wordt beschreven door Newtons wet van afkoeling:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k \cdot \Delta T(t)$$

Hierin is:

- ΔQ het verlies aan warmte in joule (J);
- Δt de tijd waarin warmte verloren gaat in seconde (s);
- $\Delta T(t)$ het verschil in temperatuur met de omgeving op tijdstip t in kelvin (K).

De constante k (in W K^{-1}) hangt af van de vorm en oppervlakte van het voorwerp en de manier waarop het voorwerp warmte verliest.

Een koperen bol heeft een massa van 1,0 kg. Deze wordt uit kokend water gehaald en in een ruimte op kamertemperatuur gelegd. Daar koelt de bol af. Neem aan dat $k = 10$ W K^{-1}.

a Stel een computermodel op voor het afkoelen van de koperen bol.

b Onderzoek met het computermodel hoelang het duurt tot de bol is afgekoeld tot één graad boven kamertemperatuur.

c Onderzoek hoe je antwoord op opdracht b verandert als je een voorwerp van een metaal met een grotere soortelijke warmte gebruikt. Neem aan dat het voorwerp even groot is en dat k dezelfde waarde heeft.

42 Koelkast
Een koelkast staat in een goed afgesloten keuken. Je laat de koelkastdeur openstaan, terwijl hij aanstaat.
Beredeneer of de gemiddelde temperatuur van de lucht in de keuken hierdoor zal toenemen, afnemen of gelijk blijven. Maak in je antwoord gebruik van de wet van behoud van energie.

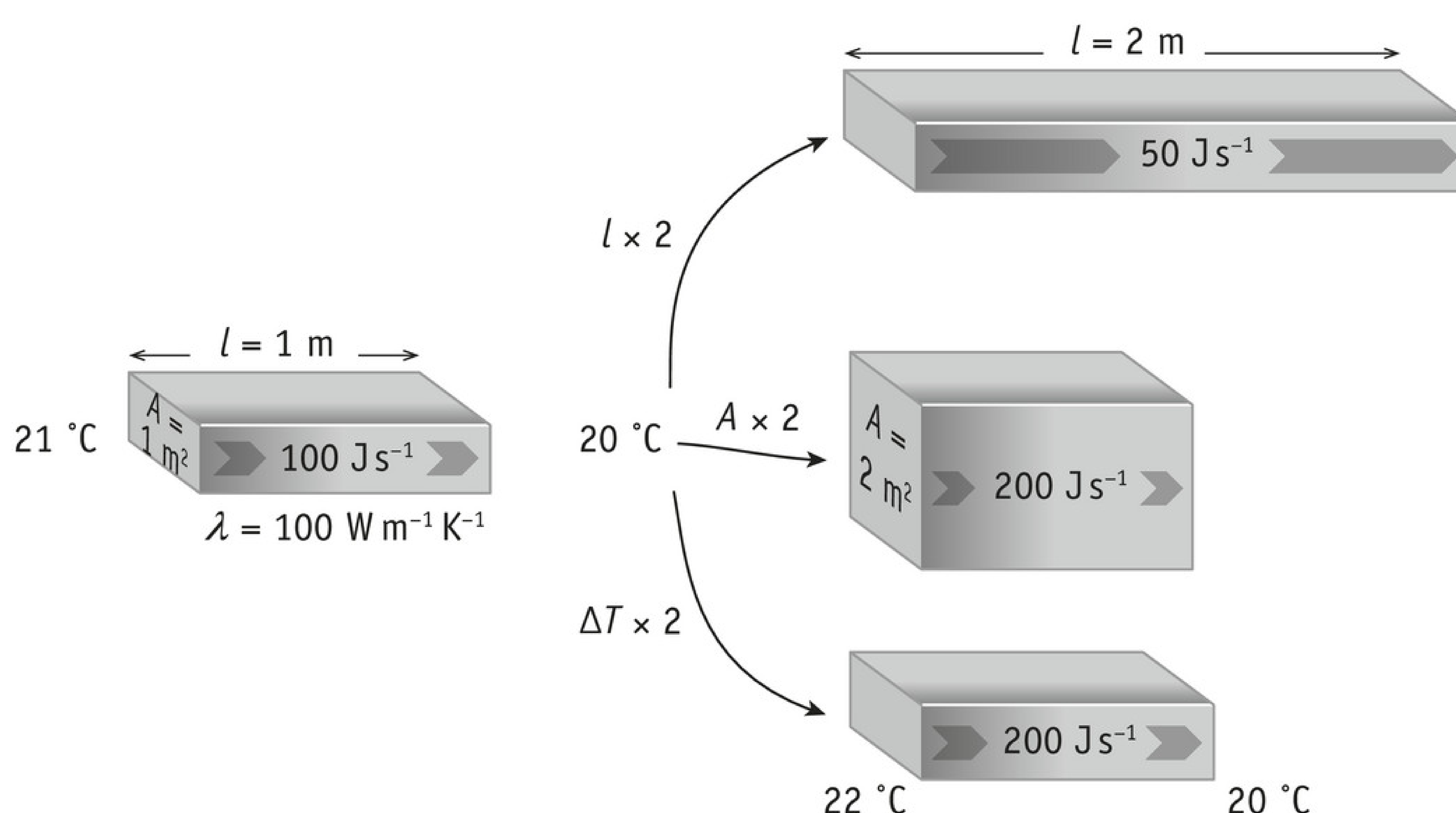
5 Geleiding

In deze paragraaf leer je:
- uitleggen hoe gassen, vloeistoffen en vaste stoffen warmte op een verschillende manier geleiden;
- uitleggen dat er een verband is tussen de elektrische geleiding van metalen en hun warmtegeleiding;
- eigenschappen van geleiding van warmte en elektriciteit verklaren met een microscopisch deeltjesmodel.

Wanneer je een metalen theelepel in een glas hete thee zet, voelt de bovenkant van de lepel in korte tijd ook warm aan. Dat komt doordat het metaal de warmte van de thee goed geleidt. Ook gassen kunnen warmte geleiden, maar veel minder goed dan vaste stoffen. Daarom is bijvoorbeeld de ruimte tussen dubbelglas gevuld met een gas. Metalen kunnen ook elektriciteit goed geleiden. Met microscopische modellen kun je deze macroscopische eigenschappen verklaren.

Warmtetransport

Er zijn drie manieren waarop warmtetransport kan plaatsvinden: via geleiding, convectie (stroming) en straling. De manier waarop een voorwerp warmte verliest door straling wordt beschreven door de wet van Stefan-Boltzmann (hoofdstuk 9). Convectie vindt alleen plaats bij vloeistoffen en gassen. Hierbij ontstaat een verschil in dichtheid door een verschil in temperatuur: hete delen zetten uit, worden licht en stijgen op, de koudere delen worden zwaar en zinken.
Hoe goed (of slecht) een stof warmte kan geleiden, wordt aangegeven met de **warmtegeleidingscoëfficiënt λ**. Hoe groter de warmtegeleidingscoëfficiënt, hoe beter en sneller warmte wordt doorgegeven. De afmetingen van het voorwerp en het temperatuurverschil bepalen hoeveel warmte er per seconde van de warme naar de koude kant stroomt (figuur 17).

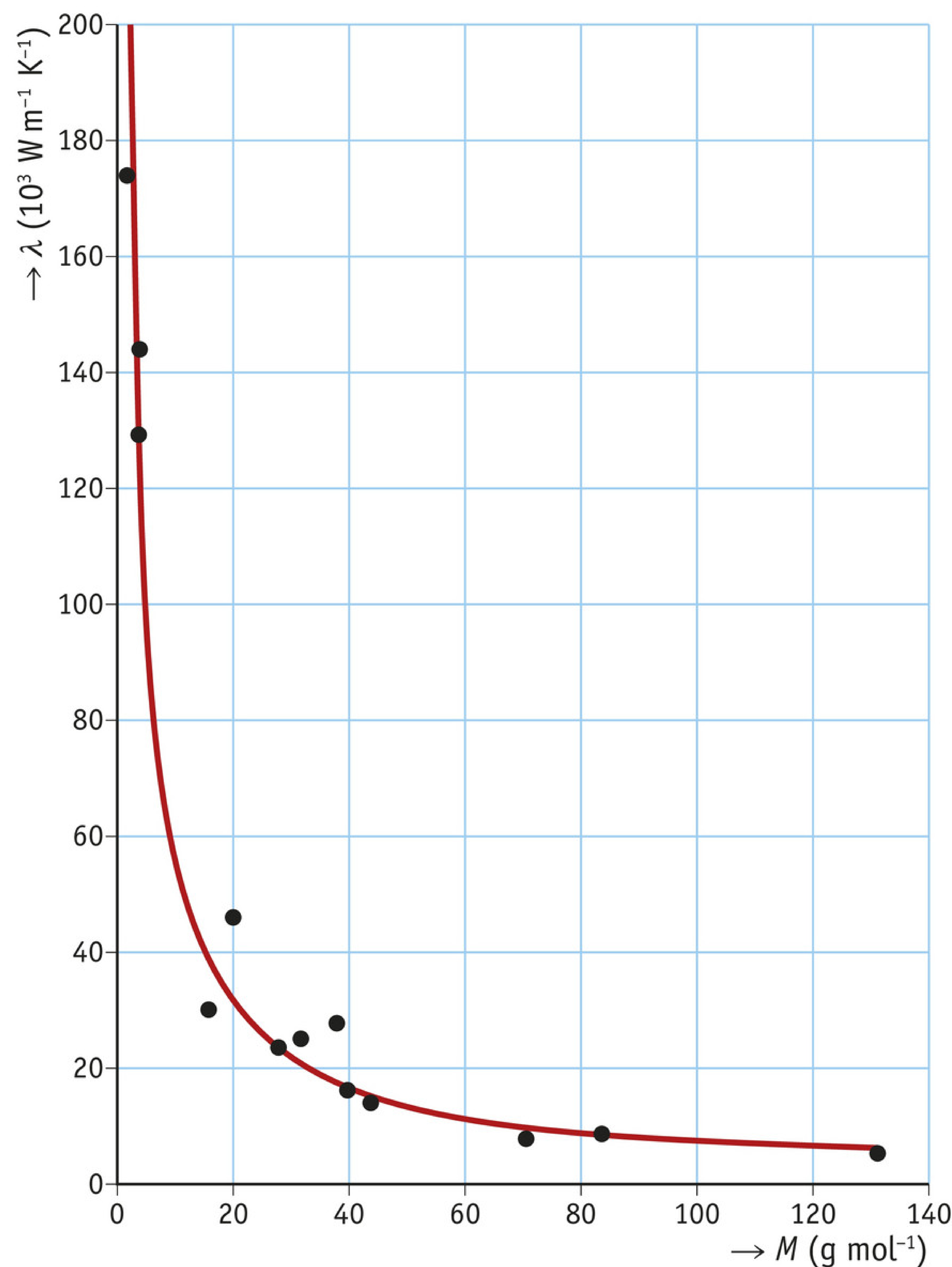


figuur 17 Betekenis van de warmtegeleidingscoëfficiënt. Voor alle voorwerpen in de tekening geldt $\lambda = 100\ \mathrm{W\ m^{-1}\ K^{-1}}$.

De warmtegeleidingscoëfficiënt is een stofeigenschap. De mate waarin een stof door straling of convectie warmte verliest hangt samen met andere eigenschappen, die geen stofeigenschappen worden genoemd.

Warmtegeleiding van stoffen

In Binas tabel 8-12 vind je van verschillende stoffen en materialen de warmtegeleidingscoëfficiënt. Hierin valt een aantal dingen op. Gassen en gasmengsels zoals lucht geleiden de warmte het slechtst ($\lambda \approx 10^{-2}$ W m^{-1} K^{-1}). Bovendien: hoe groter de molaire massa, hoe slechter het gas warmte geleidt (figuur 18).



◀ **figuur 18** warmtegeleidingscoëfficiënt uitgezet tegen de molaire massa van verschillende gassen

Vloeistoffen, zoals water, geleiden warmte beter ($\lambda \approx 10^{-1}$ W m^{-1} K^{-1}). Dat merk je als een trui nat wordt. In droog textiel zit veel lucht die niet kan stromen doordat de vezels een netwerk vormen waar de lucht in zit opgesloten. Je lichaamswarmte wordt niet afgevoerd en je bent goed geïsoleerd. Als de trui doorweekt is, is het water de stof die warmte geleidt. Er stroomt veel meer warmte van je lichaam naar de omgeving en je krijgt het koud.
Bij vaste stoffen loopt de warmtegeleidingscoëfficiënt sterk uiteen:

- Niet-metalen geleiden warmte het slechtst ($\lambda \approx 0{,}05 - 5{,}0$ W m^{-1} K^{-1}).
- Zuivere metalen zijn de beste warmtegeleiders ($\lambda \approx 10 - 400$ W m^{-1} K^{-1}). Radiatoren zijn van ijzer gemaakt, omdat ijzer de warmte van het hete water aan de binnenkant goed naar de kamer aan de buitenkant geleidt.
- **Legeringen** zijn mengsels van metalen. Brons is bijvoorbeeld koper met 10% tin erdoorheen. Legeringen geleiden de warmte minder goed dan de zuivere metalen waaruit ze bestaan.
- Grafiet en **halfgeleiders** zoals germanium en silicium (veel gebruikt in elektronica), nemen een tussenpositie in. De geleiding is slechter dan die van metalen en legeringen en beter dan die van kunststoffen, glas en hout.

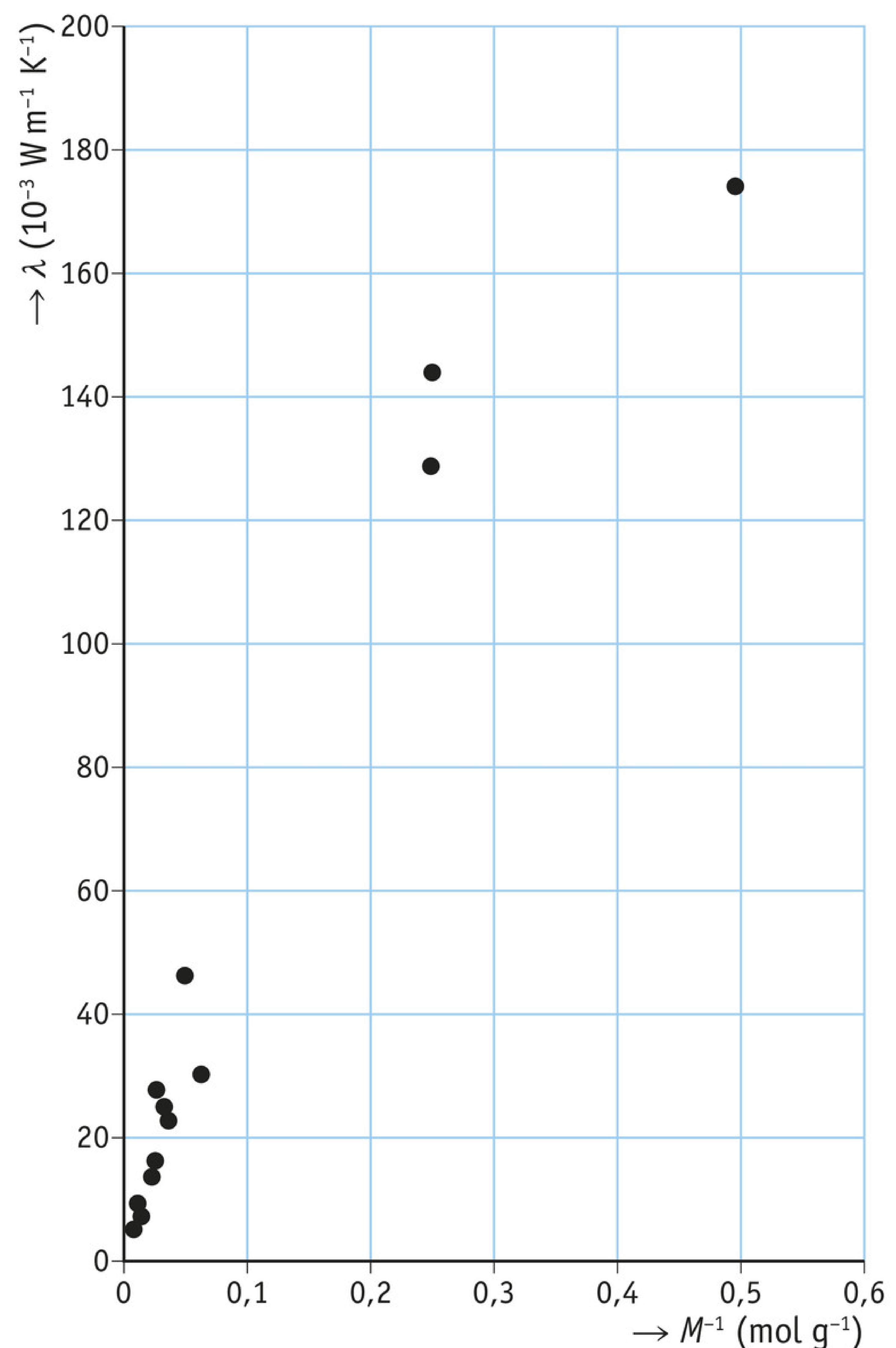
Van slechte naar goede warmtegeleiding is de volgorde dus: gassen; vloeistoffen; niet-metalen zoals glas; halfgeleiders; legeringen; zuivere metalen.

Microscopisch model voor gassen

Met een microscopisch model kun je warmtegeleiding bij gassen begrijpen. Stel je een deeltje voor aan de warme kant van een gas. De temperatuur is hoog, dus beweegt dit deeltje (gemiddeld) sneller dan een deeltje aan de koude kant van het gas. Om de energie van de warme naar de koude kant te laten stromen, moet dit snelle deeltje een deel van zijn bewegingsenergie afgeven aan de langzame deeltjes aan de koude kant. Daarvoor moet het snelle deeltje met de langzame deeltjes botsten. Hoe sneller het deeltje beweegt en hoe groter de afstand het deeltje aflegt zonder te botsen (de **vrije weglengte**), hoe sneller het zijn energie kan afgeven aan de koude kant van het gas.
De warmtegeleidingscoëfficiënt hangt niet af van de dichtheid van het gas. Als er meer deeltjes per volume-eenheid zijn, dan kan er weliswaar meer energie van de warme naar de koude kant stromen, maar de deeltjes botsen onderweg ook vaker. Die twee effecten heffen elkaar precies op.
Verder zal een snel deeltje onderweg vaker botsen als zijn frontale oppervlakte A groter is. De vrije weglengte wordt daardoor korter en de warmtegeleidingscoëfficiënt kleiner. Daarom voorspelt een microscopisch model het volgende verband voor de warmtegeleidingscoëfficiënt: $\lambda = \dfrac{v}{A}$. Omdat temperatuur evenredig is met de kinetische energie van de deeltjes, geldt voor de snelheid van de deeltjes: $v \sim \sqrt{\dfrac{T}{m}} \sim m^{-½}$, met m de massa van de deeltjes.

Omdat deeltjes met een grotere massa ook grotere afmetingen hebben, zou je als benadering kunnen aannemen: $A \sim m^{½}$. Voor de warmtegeleidingscoëfficiënt kun je zo voorspellen:

$\lambda \sim \dfrac{m^{-½}}{m^{½}} \sim m^{-1}$. In figuur 19 is de warmtegeleidingscoëfficiënt uitgezet tegen m^{-1}. Je ziet dat het verband redelijk klopt.



▶ **figuur 19** De warmtegeleidingscoëfficiënt neem toe als de massa van de deeltjes afneemt.

Microscopisch model voor vloeistoffen en vaste stoffen

Vergeleken met gassen bestaan vloeistoffen en vaste stoffen uit veel meer deeltjes per volume-eenheid en daarom geleiden ze warmte beter. Moleculen of atomen in vloeistoffen en vaste stoffen kunnen nauwelijks vrij bewegen en geven warmte dus niet door via botsingen. In paragraaf 3 heb je gelezen dat de aantrekkingskracht tussen de deeltjes in vloeistoffen en vaste stoffen groot is. Die zorgt er dan ook voor dat energie van snelle deeltjes wordt doorgegeven aan deeltjes die langzaam bewegen. Een deeltje aan de warme kant van een voorwerp beweegt gemiddeld snel en door de aantrekkingskracht worden omringende deeltjes meegetrokken en gaan ook sneller bewegen. Bij een vaste stof werkt dit daarom nog beter dan bij een vloeistof. Om dezelfde reden is de geluidssnelheid in vaste stoffen ook groter dan in vloeistoffen (en gassen).

Metalen: warmtegeleiding en elektrische geleiding

Als je metalen vergelijkt met vaste niet-metalen, dan valt op dat de warmtegeleidingscoëfficiënt van metalen meestal een stuk hoger is. Het bijzondere aan metalen is natuurlijk dat ze elektriciteit kunnen geleiden. Metalen danken deze eigenschap aan **vrije elektronen** in de stof. De atomen in een metaal vormen een vast rooster: per metaalatoom is er een aantal elektronen dat vrij door het rooster kan bewegen. De elektrische lading van deze elektronen beweegt daarbij met een bepaalde kinetische energie: goede elektrische geleiding en goede warmtegeleiding gaan hand in hand.
Dit suggereert dat een metaal dat goed elektriciteit geleidt, ook goed warmte geleidt. Voor zuivere metalen, zoals koper en zilver, geldt dat verband inderdaad: hoe groter de geleidbaarheid, hoe groter de warmtegeleidingscoëfficiënt. Bij legeringen ligt het wat ingewikkelder. Hoewel een legering ongeveer evenveel vrije elektronen heeft als de metalen waaruit het bestaat, is de geleiding van warmte en elektriciteit toch een stuk lager. Dat verschil hangt samen met het gemak waarmee de elektronen zich door het materiaal bewegen. In een zuiver metaal vormen de atomen een regelmatig rooster. De elektronen bewegen ongehinderd door de structuur heen: de vrije weglengte is groot. Maar een kleine hoeveelheid van een ander materiaal verstoort het regelmatige rooster van het zuivere metaal, waardoor de vrije weglengte van de elektronen een stuk kleiner wordt. En hoe korter de vrije weglengte, hoe slechter warmte en elektriciteit door de elektronen worden doorgegeven.

Onthoud!

- Er zijn drie manieren waarop warmtetransport kan plaatsvinden: door convectie (stroming), straling en geleiding. Hoe goed een stof warmte geleidt, wordt aangegeven door de warmtegeleidingscoëfficiënt.
- In gassen is de afstand tussen de moleculen relatief groot; daardoor wordt warmte niet gemakkelijk doorgegeven in gassen.
- Materialen met vrije elektronen geleiden zowel warmte als elektrische stroom goed.
- In legeringen bevinden zich wel vrije elektronen, maar de vrije weglengte is korter dan die in zuivere metalen doordat de vreemde stoffen het rooster verstoren. Daardoor geleiden legeringen zowel warmte als elektrische stroom minder goed dan zuivere metalen.
- Van de vaste stoffen geleiden metalen het best, plastics en glas het slechtst. Grafiet en halfgeleiders nemen een tussenpositie in doordat er wel vrije elektronen zijn, maar niet heel veel.

Opdrachten

43 Warmtetransport
In de tekst worden drie verschillende manieren genoemd waarop warmte kan worden doorgegeven.
a Noem deze drie verschillende manieren.
b Geef van elke manier een voorbeeld uit de praktijk.
c Noem welk van de drie manieren te maken heeft met een stofeigenschap.

44 Warm of koud?
Je raakt een stuk hout aan dat een temperatuur heeft van 45 °C. Vervolgens raak je een metalen buis aan met dezelfde temperatuur.
a Beredeneer welk van deze twee voorwerpen het warmst aanvoelt. Gebruik het begrip ‘warmtegeleidingscoëfficiënt’.

Bij vorst is het onverstandig om aan een lantaarnpaal te likken, maar is het onschuldig hetzelfde te doen bij een stuk hout.
b Leg dit uit met het begrip ‘warmtegeleidingscoëfficiënt’.

45 Dubbelglas
In nieuwe huizen worden ramen van dubbelglas gemaakt omdat het beter isoleert dan enkel glas. Dubbelglas bestaat uit twee glazen ruiten met daartussen een afgesloten ruimte gevuld met gas.
a Leg met behulp van een microscopisch model uit welk edelgas hiervoor het beste gebruikt kan worden. Controleer je antwoord met behulp van Binas.
b Beredeneer of dubbelglas bij lagere buitentemperaturen beter of juist slechter isoleert, uitgedrukt per graad temperatuursverschil.

Dubbelglas gaat niet beter isoleren wanneer de dichtheid van het gas tussen de twee ruiten lager is. Pas als de tussenruimte vacuüm is isoleert het glas beter.
c Leg dit uit met behulp van het microscopische model voor de warmtegeleiding van een gas.
d Noem welk probleem er is bij het produceren van dubbelglas met een vacuüm tussenruimte.

46 Metalen
De soortelijke warmte van alle metalen is ongeveer 25 J mol^{-1} K^{-1}, iets hoger dan die van één-atomige gassen: 21 J mol^{-1} K^{-1}.
Noem twee verschillen in het microscopische model van gassen en metalen die zouden kunnen verklaren dat metalen een (iets) hogere soortelijke warmte hebben per mol stof.

47 Elektrische geleiding en warmtegeleiding
Metalen geleiden elektrische stroom en warmte goed.
a Zoek in Binas de twee metalen op die het best de elektrische stroom geleiden en ga na of die twee materialen ook de grootste warmtegeleidingscoëfficiënt hebben.
b Zoek twee materialen op die een lage warmtegeleidingscoëfficiënt hebben en ga na of die ook stroom slecht geleiden.
c Bereken hoeveel keer zo laag de warmtegeleiding van koper wordt door de toevoeging van 10% tin.
d Bereken hoeveel keer zo laag de elektrische geleiding daardoor wordt.

48 Grafiet en halfgeleiders
Grafiet zit wat geleiding betreft tussen metalen en isolatoren in.
a Controleer met behulp van Binas dat dit zowel voor de elektrische geleiding als voor de warmtegeleiding geldt.

Halfgeleiders geleiden elektrische stroom minder goed dan metalen, maar veel beter dan isolatoren. Zonnepanelen zijn gemaakt van halfgeleidend materiaal.

b Ga met behulp van Binas na of het klopt dat halfgeleiders als silicium en germanium ook wat betreft de warmtegeleiding tussen isolatoren en metalen in zitten.

49 Staal

Staal wordt gemaakt door het toevoegen van een beetje koolstof aan ijzer.

a Ga met behulp van Binas na met hoeveel procent de soortelijke weerstand hierdoor toeneemt.

b Bereken met hoeveel procent de warmtegeleidingscoëfficiënt hierdoor afneemt.

c Bereken met hoeveel procent de soortelijke warmte verandert.

d Leg met microscopische modellen uit waarom de veranderingen door de toevoeging groot dan wel klein zijn.

+50 Isolatie

Het granieten huis uit figuur 20 staat in Portugal.



▲ **figuur 20** een granieten huis in Portugal

a Leg uit of de muren van dit huis dikker of juist dunner moeten zijn dan een muur van baksteen, als je dezelfde warmte-isolatie wilt hebben als bij een huis van baksteen. Maak gebruik van Binas.

Voor het warmtetransport geldt het volgende verband:

$$P = \Delta T \cdot A \cdot \frac{\lambda}{d}$$

Hierin is:

- P het getransporteerde vermogen in watt (W);
- ΔT het temperatuurverschil in kelvin (K);
- A de oppervlakte van het voorwerp in vierkante meter (m^2);
- λ de warmtegeleidingscoëfficiënt in watt per meter en per kelvin ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$);
- d de afstand waarover het vermogen getransporteerd wordt in meter (m).

b Beredeneer met behulp van bovenstaand verband wat beter isoleert: een granieten muur met een dikte van 0,5 m of een houten muur met een dikte van 5 cm. Maak gebruik van Binas.

In het huis van figuur 20 staat een kachel die 6,0 kW aan warmte kan leveren. Op een dag is het buiten 12,0 °C. Het warmteverlies door dak, deur en ramen is dan 2,8 kW. De granieten muren hebben samen een oppervlakte van 80 m^2.

c Bereken hoe dik de muren moeten zijn zodat de kachel de temperatuur op 18,0 °C kan houden.

d Bereken hoe dik de muren zouden moeten zijn wanneer ze van baksteen waren gemaakt.

e Vergelijk de muren van opdracht c en d. Na een lange zomerdag hebben de muren eenzelfde temperatuur. Beredeneer welke muur langer warm blijft: die van graniet of die van baksteen.

6 Granulaire stoffen

In deze paragraaf leer je:
- eigenschappen van granulaire stoffen benoemen;
- verschillen en overeenkomsten benoemen tussen granulaire stoffen en gassen, vloeistoffen en vaste stoffen;
- de eigenschappen van granulaire stoffen met een model verklaren.

Veel van de eigenschappen van gassen, vloeistoffen en vaste stoffen zijn te begrijpen door uit te gaan van een microscopisch deeltjesmodel van materie. Het wonderlijke is dat zo'n model de macroscopische eigenschappen van de stof goed kan verklaren. Zand en graan bestaan ook uit heel veel deeltjes. Deze zijn echter niet microscopisch klein. Voor de bereiding van voedsel en medicijnen is het belangrijk het gedrag van dit soort stoffen te begrijpen.

Vast, vloeibaar of gas?

In een zandloper gedraagt zand zich als vloeistof (figuur 21). Als je zand in een emmer giet, dan neemt het als een vloeistof de vorm van de emmer aan. Er zijn ook verschillen: wanneer je de emmer een beetje scheef houdt, zal het zandoppervlak met de emmer meebewegen en niet horizontaal blijven staan zoals bij een vloeistof. Het zand gaat pas stromen wanneer je de emmer flink scheef houdt. Een ander verschil is dat een massa op het zandoppervlak kan blijven staan, terwijl deze in een vloeistof zou zinken. Hiervan wordt gebruikgemaakt bij het bouwen van huizen: heipalen worden de grond ingeslagen tot ze op een zandlaag staan. Zand gedraagt zich dus ook als een vaste stof, zoals ook duidelijk is bij het bouwen van zandkastelen. In een zandstorm lijkt zand juist weer meer op een gas.



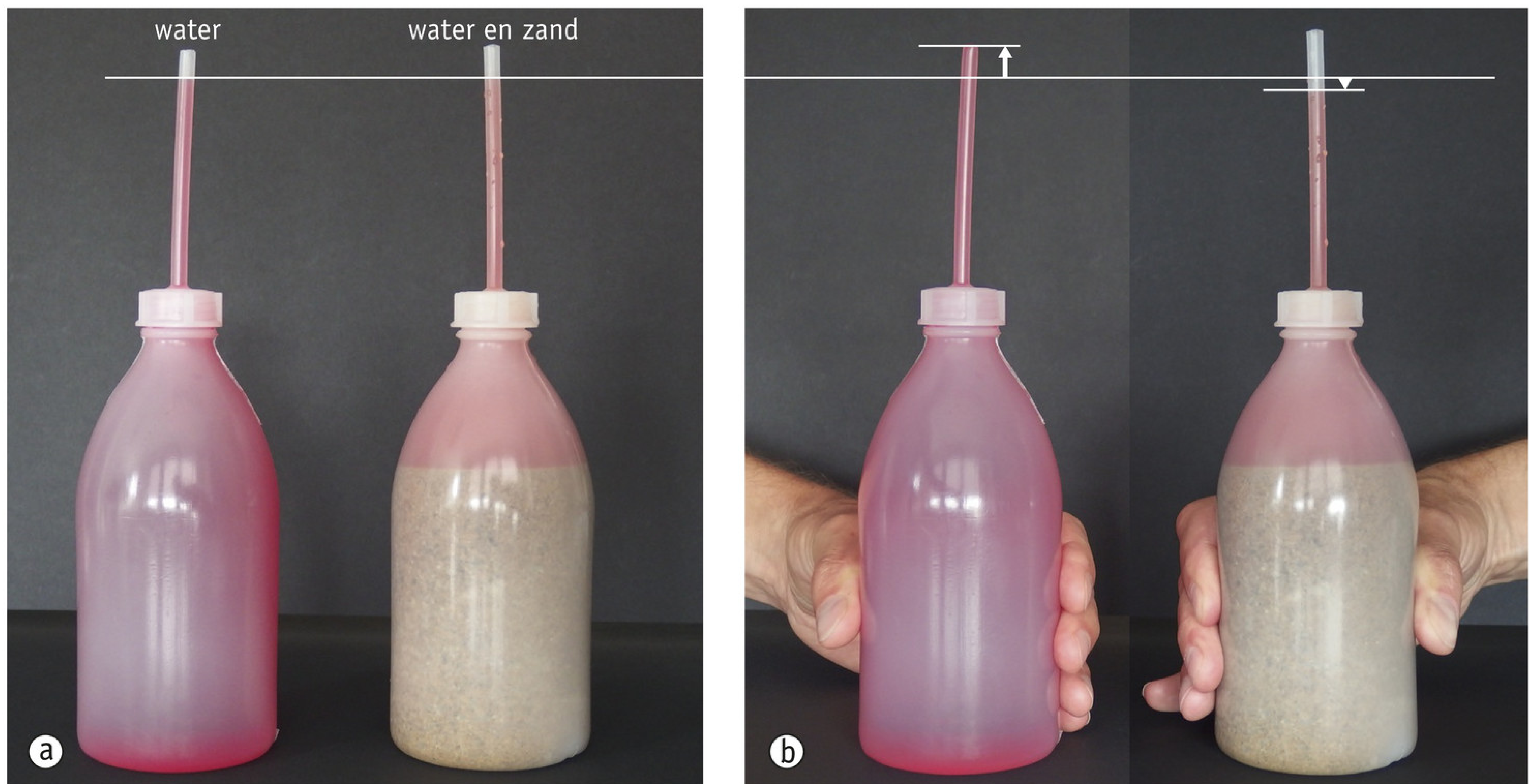
Zand is een voorbeeld van een **granulaire stof**. De deeltjes in een granulaire stof zijn macroscopisch: je kunt ze met het blote oog zien. Net als bij een gas zijn er te veel om ze afzonderlijk te beschrijven. Bij een gas bewegen de deeltjes zo wild door elkaar dat ze in korte tijd alle mogelijke toestanden doorlopen. Daardoor verdelen gasdeeltjes zich gelijk over de ruimte en hebben ze een bepaalde gemiddelde kinetische energie en het gas een bijbehorende temperatuur. Daarom kan een gas beschreven worden met de algemene gaswet, maar dat geldt niet voor granulaire

◀ **figuur 21** 'vloeibaar zand' in een zandloper

stoffen. Daarin ontstaat niet zo'n gemiddelde toestand. De deeltjes zijn daarvoor te groot, ze staan bijna stil en zitten snel gevangen in één van de vele mogelijke toestanden.

Druk in een granulaire stof

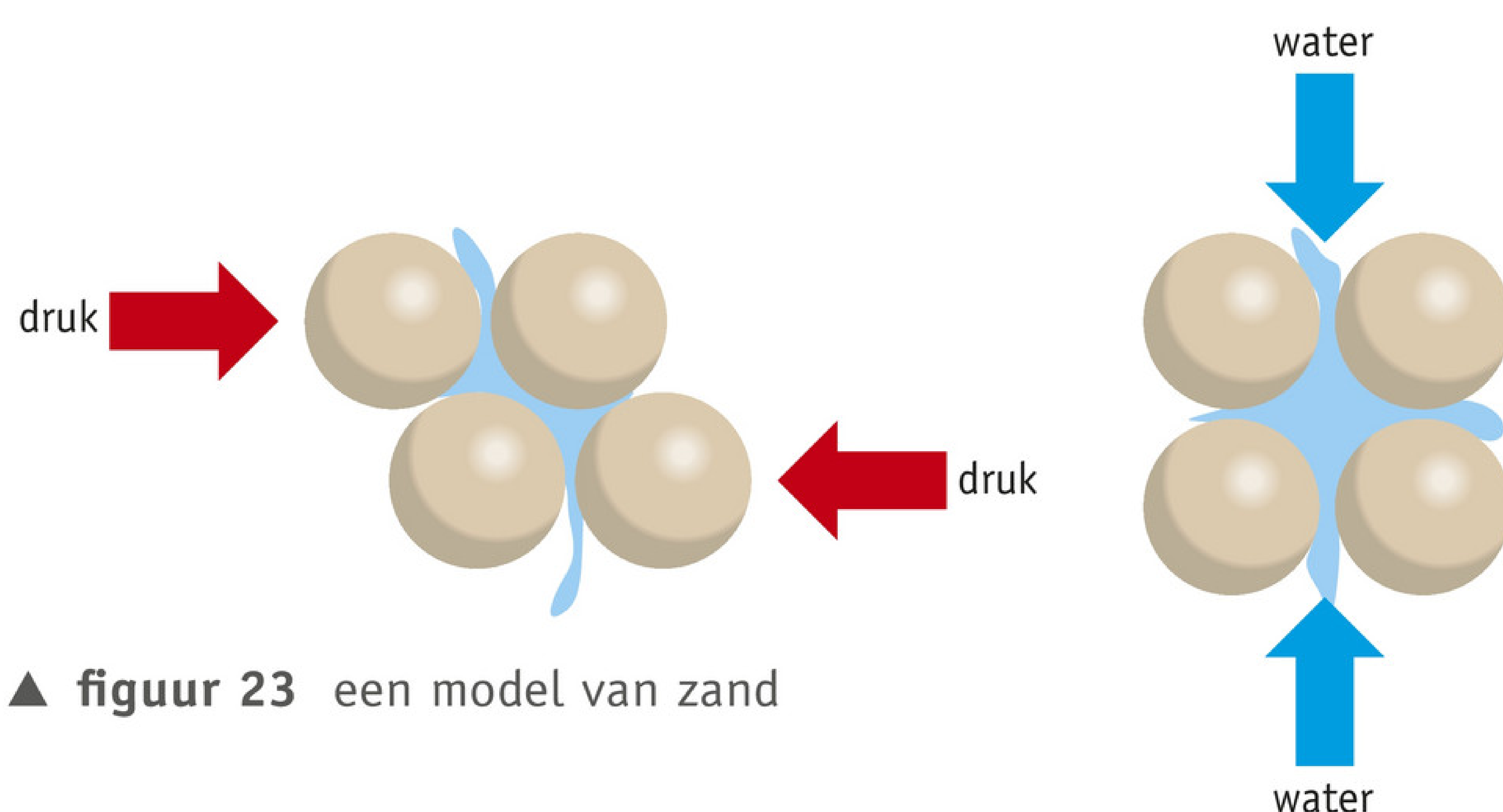
In figuur 22a zie je links een flesje gevuld met limonade en rechts een flesje gevuld met nat zand. In beide flesjes is een rietje gestoken. Het waterniveau is gelijk. Omdat een vloeistof niet samendrukbaar is zal het waterniveau stijgen wanneer je in het linker flesje knijpt (figuur 22b, links). Bij nat zand gebeurt iets vreemds: het waterniveau daalt (figuur 22b, rechts).



▲ **figuur 22** Het vloeistofniveau stijgt als je knijpt in een flesje met limonade (links) en daalt bij nat zand (rechts).

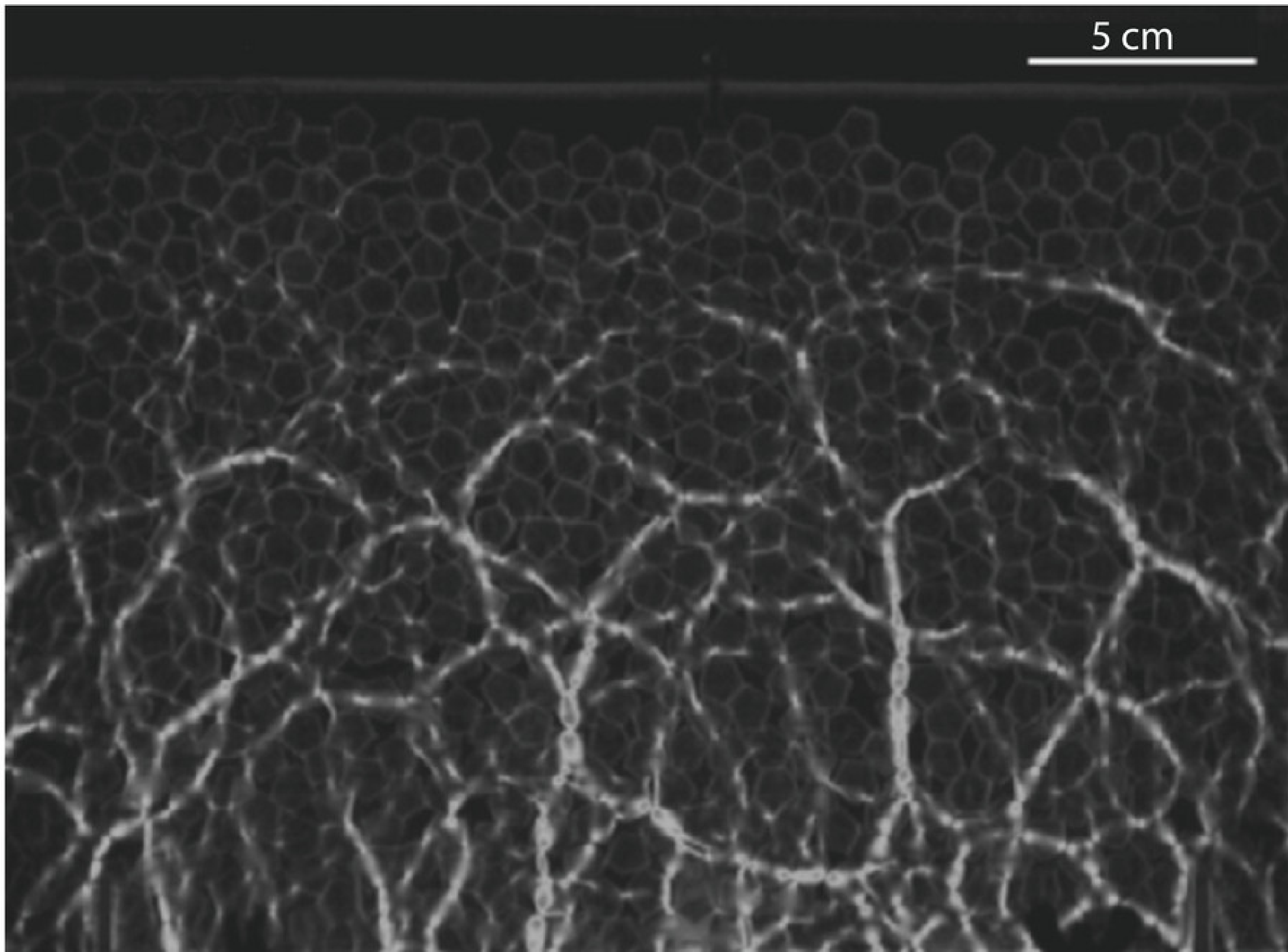
Er is nog een verschil tussen een vloeistof en zand. In een vloeistof neemt de druk toe met de diepte: als je twee keer zo diep duikt, dan ervaar je een twee keer zo grote druk. Je kunt natuurlijk niet in een bak zand duiken. Stel je daarom een hoge cilinder voor waarin op de bodem een weegschaal staat. Wanneer je de cilinder met zand vult, dan wijst de weegschaal steeds meer aan. De druk neemt dus toe. Maar het is niet zo dat de druk twee keer zo groot wordt als er twee keer zoveel zand in de cilinder wordt gestort. Op een gegeven moment blijft de druk zelfs constant. Deze eigenschappen van een granulaire stof zijn te verklaren met een eenvoudig model. Stel je de zandkorreltjes voor als kleine, wat ruwe bolletjes. Als het zand nat is, dan zullen de korrels dicht op elkaar gestapeld zijn met daartussen water (figuur 23). Wanneer je het zand indrukt, dan duw je de bolletjes wat uit elkaar. De extra ruimte die tussen de bolletjes ontstaat wordt gevuld met water, waardoor het waterpeil daalt.

▶ **EXPERIMENT 3** Druk in een granulaire stof (begripspracticum)



▲ **figuur 23** een model van zand

Door het model iets aan te passen kun je ook verklaren waarom de druk in een granulaire stof niet evenredig is met de vulhoogte. Neem daarvoor aan dat de zandkorrels een onregelmatige afmeting hebben. Daardoor liggen sommige zandkorrels dicht tegen elkaar, andere liggen daar losser tussenin. Daarom dragen niet alle korrels evenveel gewicht. Er ontstaan krachtlijnen van zandkorrels die de grootste kracht opvangen (figuur 24). Deze krachtlijnen lopen niet eenvoudig van boven naar beneden, maar vormen een netwerk dat ook zijwaarts loopt. De wanden van de cilinder dragen zo een belangrijk deel van het gewicht van het zand.



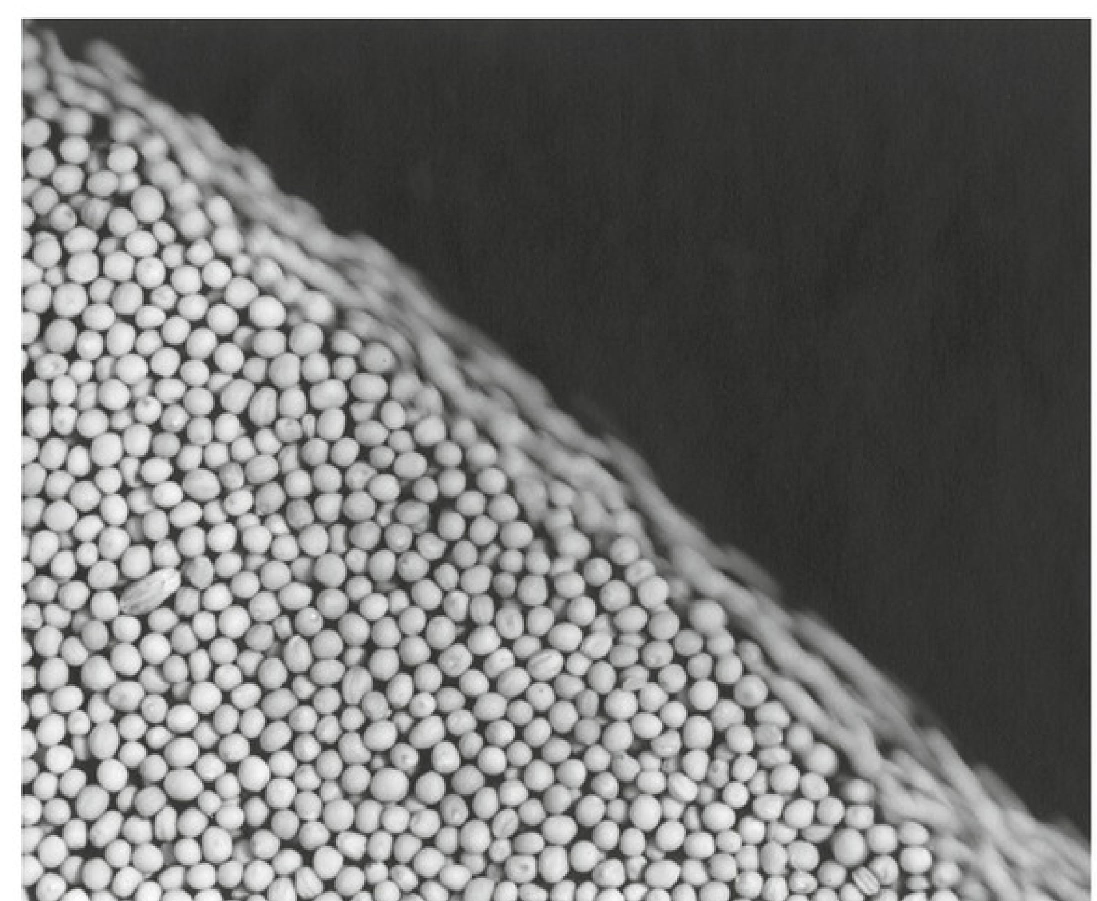
▲ **figuur 24** hoe witter de kunststof bolletjes, hoe groter de druk

Lawinehoek

Wanneer je een emmer met water scheef houdt, dan komt de hele vloeistof direct in beweging. Een emmer zand moet je scheef genoeg houden voordat het zand gaat stromen. De hoek waarbij dat gebeurt zou je de **lawinehoek** kunnen noemen (figuur 25). Bijvoorbeeld bij het transporteren van zand of grind met een loopband moet rekening gehouden worden met de lawinehoek. Ook speelt deze een rol bij de stabiliteit van dijken en taluds.



▲ **figuur 25** de lawinehoek



▲ **figuur 26** Als de hellingshoek van een berg peperkorrels boven de lawinehoek komt, gaan de korrels rollen.

De lawinehoek hangt af van het soort materiaal. Bij een granulaire stof met grotere korrels, zoals peperkorrels, gaat alleen de bovenste laag stromen (figuur 26). Bij zand is de lawinehoek sterk afhankelijk van de hoeveelheid water die aanwezig is. Nat zand zal minder gemakkelijk gaan schuiven dan droog zand. Het kleine beetje water tussen de zandkorrels zorgt ervoor dat de korrels aan elkaar blijven plakken. Voeg je meer water toe, dan komen de korrels verder van elkaar te liggen en kunnen ze juist gemakkelijker gaan bewegen.

Jamming

Wanneer je zand, grind of graan op een hoop stort, liggen de korrels redelijk los op elkaar. Je kunt de deeltjes ook netjes stapelen, zodat ze samen minder volume innemen. Maar er is een grens aan hoe dicht je de deeltjes in een granulaire stof op elkaar kunt stapelen. Denk maar aan golfballen. Door de vorm blijft er altijd ruimte tussen de golfballen bestaan. Bij de **dichtste stapeling** is de ruimte tussen de deeltjes minimaal. De deeltjes kunnen dan geen kant meer op en er ontstaat een niet-vervormbaar geheel. Deze toestand wordt ***jamming*** genoemd.
Jamming heeft een mooie toepassing in de robotica. In figuur 27 zie je een robothand die een kopje water vasthoudt. Het blauwe bolletje is een rubberen zakje gevuld met gemalen koffie met lucht. Het zakje is vervormbaar, waardoor het om de rand van een glas past. Wanneer de lucht uit het zakje wordt gezogen, neemt deze koffie een vaste vorm aan en dan klemt de robothand het voorwerp vast.



▲ **figuur 27** Bij deze robothand wordt jamming toegepast.

Medicijnen mengen

Een pan dunne soep op het vuur mengt als vanzelf door convectie: de hete soep zet uit, wordt lichter en borrelt omhoog. Een granulaire stof met deeltjes van verschillende afmetingen is veel moeilijker te mengen. Bij muesli kun je dat zien doordat de grote deeltjes boven komen ‘drijven’. Dit wordt het *Brazil nut effect* genoemd. Als je de deeltjes wilt scheiden, of wanneer je juist de grote noten eerst wilt opeten is dit heel handig. Bij het mengen van verschillende korrels voor medicijnen is het juist een probleem. Elke pil moet een gelijke samenstelling krijgen.

Onthoud!

- Een granulaire stof bestaat uit heel veel macroscopische deeltjes. Er wordt alleen gekeken naar hun gezamenlijke gedrag.
- Hoewel een granulaire stof uit heel veel deeltjes bestaat, kan het niet als een ideaal gas beschreven worden. Dit komt doordat de deeltjes macroscopisch zijn.
- De druk die een granulaire stof in een cilinder op de ondergrond uitoefent, neemt bij een toenemende hoogte steeds minder toe, tot de druk constant blijft.
- De lawinehoek van een granulaire stof is de hoek van het oppervlak met de horizon waarbij de korrels nog net stil blijven liggen.
- Bij jamming is de dichtheid van de granulaire stof zo hoog dat deze niet meer vervormbaar is.

Opdrachten

51 Granulaire stoffen
Zand en graan zijn voorbeelden van granulaire stoffen.
a Geef in je eigen woorden een definitie van een granulaire stof.
b Geef drie voorbeelden van granulaire stoffen (anders dan zand en graan).

52 Zand
Zand bestaat uit heel veel macroscopische deeltjes, een gas uit heel veel microscopische deeltjes. Maar wat is veel en wat betekent macroscopisch en microscopisch?
In deze opdracht neem je aan dat zowel zandkorrels als gasmoleculen bolvormig zijn. Zoek in Binas de formule van de inhoud van een bol.
a Maak een schatting van de diameter van een zandkorrel.
b Hoeveel zandkorrels passen er in een emmer van 10 L? Houd geen rekening met de ruimte tussen de zandkorrels. Het gaat om de orde van grootte.
c Gebruik de algemene gaswet om uit te rekenen hoeveel moleculen zich in 10 L lucht bevinden. Ga uit van kamertemperatuur en standaarddruk.

Als je lucht voldoende afkoelt, ontstaat een vloeistof. Het volume dat het gas innam, neemt daarbij een factor 700 af.
d Leg uit hoe je kunt merken dat de moleculen in een vloeistof dicht op elkaar zijn gepakt.
e Reken uit welk volume een molecuul in 'vloeibare lucht' gemiddeld inneemt. Gebruik je antwoord bij opdracht c.
f Reken het volume van opdracht e om naar de straal van een molecuul in 'vloeibare lucht'. Deze straal is een bovengrens voor de afmeting van een molecuul in lucht.
g Hoeveel keer groter is een zandkorrel dan een molecuul in lucht?
h Hoeveel keer meer deeltjes bevat 10 L lucht in vergelijking met een emmer van 10 L gevuld met zand?

53 Zand als gas
Je zou zand als gas kunnen bekijken. Voor een gas geldt het volgende verband tussen de temperatuur en de gemiddelde kinetische energie:

$$\langle E_\mathrm{k} \rangle = \frac{3}{2} \cdot k_\mathrm{B} \cdot T$$

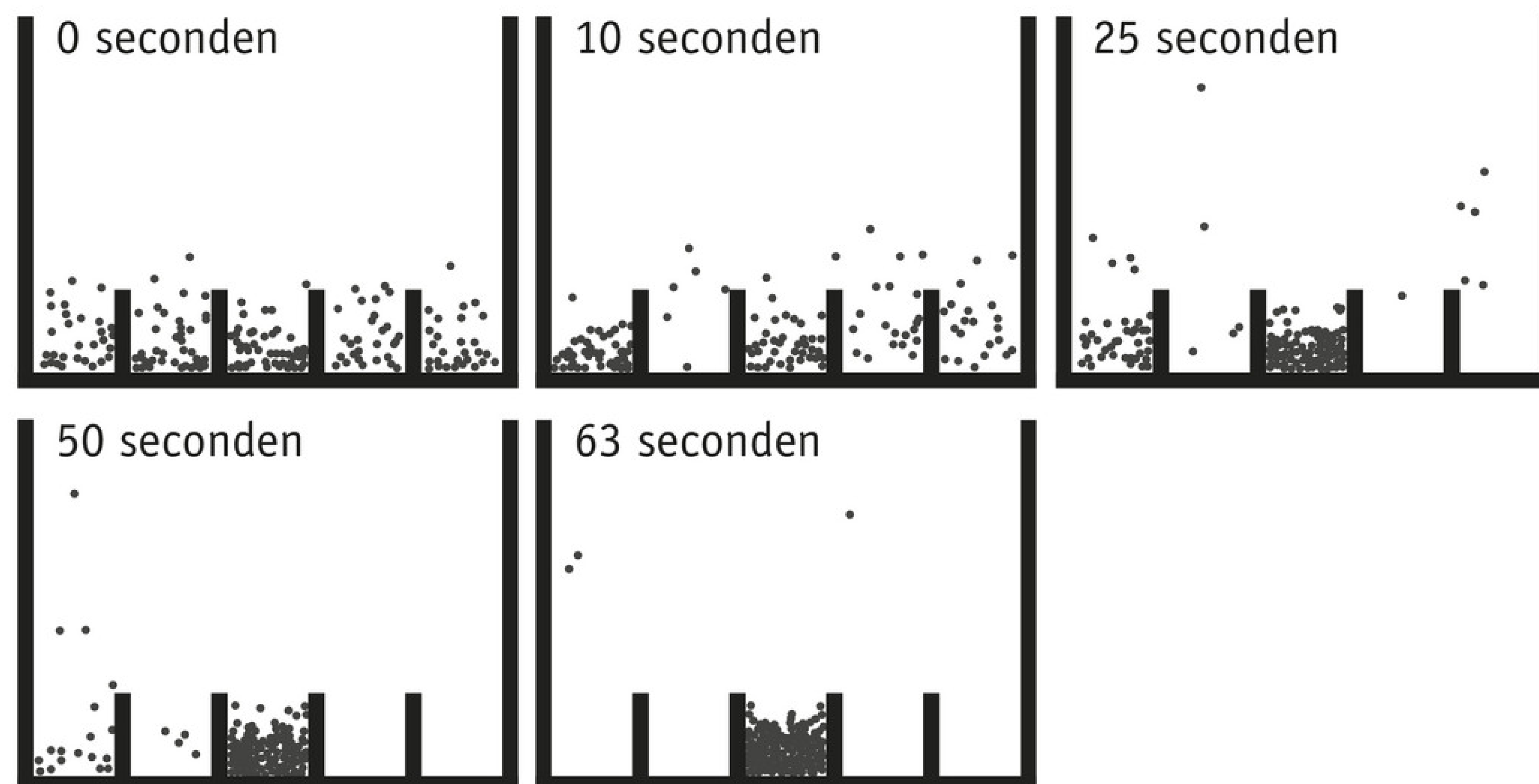
Hierin is:
- $\langle E_\mathrm{k} \rangle$ de gemiddelde kinetische energie in joule (J);
- k_B de constante van Boltzmann;
- T de temperatuur in kelvin (K).

a Leid de eenheid van k_B af uit deze formule.

Als zand in thermisch evenwicht is met zijn omgeving, dan heeft het zand dezelfde temperatuur als deze omgeving. Als je het zand als gas bekijkt, zou dat betekenen dat de korreltjes voldoen aan de formule hierboven.
b Reken uit hoe groot gemiddeld de snelheid is van zandkorrels met een massa van 1 mg als ze op kamertemperatuur zijn. Had je dit antwoord verwacht?
c Op een trillende plaat hebben zandkorrels een snelheid van 5 m s^{-1}. Bereken de 'temperatuur' van dit 'gas'.
d Hoe zinnig lijkt het om zand op deze manier als gas te beschrijven?

54 Granulair gas

Zand gedraagt zich niet hetzelfde als een ideaal gas. Toch wordt er wel eens gesproken van een granulair gas, vooral bij toepassingen in de geneesmiddelenindustrie en de landbouw. Je kunt een granulair gas maken door de korrels bijvoorbeeld op een plaat te schudden. Figuur 28 laat op verschillende tijdstippen een ruimte zien met vijf vakjes waarin zich een granulair gas bevindt. Na verloop van tijd eindigen de meeste korrels in het middelste bakje. Die korrels staan vrijwel stil. Een paar korrels springen echter nog wild heen en weer (in het laatste plaatje boven bakjes 1 en 4).



▲ **figuur 28** samenklontering in een granulair gas

a Leg uit dat 63 seconden de temperatuur van bakje 3 laag is en van bakjes 1 en 4 hoog wanneer je het granulaire gas als (ideaal) gas bekijkt.

b Vergelijk de vijf bakjes met vijf voorwerpen van verschillende temperatuur die met elkaar in contact staan. Leg uit wat er na verloop van tijd zal gebeuren met de temperatuur van de voorwerpen.

c Benoem met behulp van je antwoord op opdracht b wat er vreemd is aan het granulaire gas in figuur 28.

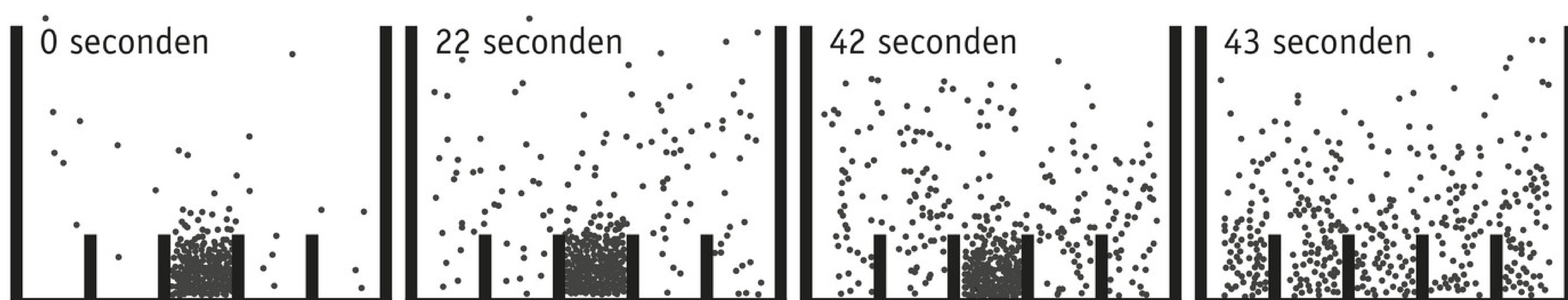
d Geef een verklaring voor het verschijnsel dat er veel korreltjes in één bepaald bakje vrijwel stil komen te liggen en dat enkele deeltjes heftig op en neer springen. Maak in je antwoord gebruik van het begrip *'jamming'* en het feit dat het granulaire gas uit macroscopische deeltjes bestaat.

In de geneesmiddelenindustrie worden ingrediënten in granulaire vorm gemengd.

e Leg uit waarom samenklonteren zoals in figuur 28 niet gewenst is bij het vervaardigen van medicijnen.

Een oplossing om het samenklonteren tegen te gaan, is harder schudden. Het resultaat daarvan is te zien in figuur 29.

f Vergelijk figuur 28 en 29. Gaat het samenklonteren even snel als het ontklonteren?



▲ **figuur 29** Harder schudden: de klont lost op.

55 Sneeuwlawine

Bij skiën over verse sneeuw bestaat het gevaar een lawine te veroorzaken. Gevaarlijk, omdat de skiër onder een pak sneeuw wordt bedolven en door verstikking om het leven kan komen. Ter bescherming bestaan er rugzakken met airbags: in een lawine trekt de skiër aan een koord waardoor aan weerszijden van de rugzak ballonnen met lucht worden gevuld. Hierdoor komt de skiër bovendrijven.

Verse sneeuw heeft een dichtheid van ongeveer $0{,}1 \cdot 10^3$ kg m^{-3}. De ballonnen hebben een totaal volume van 100 L.

a Toon door middel van een beredeneerde schatting aan dat de dichtheid van de skiër inclusief ballonnen groter is dan die van de verse sneeuw. Leg hiermee uit dat de skiër niet boven kan komen drijven zoals een kurk op het water.

b Leg met het Brazil nut effect uit waarom de skiër met ballonnen dan toch boven komt drijven.

56 Druk in een cilinder

De druk in een cilinder gevuld met een granulaire stof wordt beschreven door de volgende formule:

$$p(h) = \lambda \cdot \rho \cdot g \cdot (1 - e^{-h/\lambda})$$

Hierin is:

- p de druk onderaan de kolom in pascal (Pa);
- h de hoogte van de kolom in meter (m);
- λ een constante, die afhangt van de stof en de silo, in meter (m);
- ρ de dichtheid van de granulaire stof in kilogram per kubieke meter (kg m^{-3});
- g de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2}).

a Geef op basis van deze formule een uitdrukking voor de maximale druk onder in de silo.

b Hoe groot is de druk onder in de silo als percentage van de maximale druk wanneer de inhoud λ meter hoog is?

c Maak een schets van de grafiek van $p(h)$.

Graansilo's gaan veel vaker kapot dan andere industriële installaties. Wanneer de zon op de silo schijnt, wordt deze warm en zet het metaal uit. Het graan zakt dan naar beneden. Wanneer de silo 's nachts afkoelt, krimpt hij weer. Hierdoor kan de druk zo hoog worden dat de silo bezwijkt.

d Leg met behulp van de eigenschappen van een granulaire stof uit dat bij het krimpen van de silo de druk op de wanden zal toenemen.

57 Zandloper

De uitstroomsnelheid van het zand in een zandloper is constant. Een zandloper is bij benadering te zien als een cilinder gevuld met een granulaire stof. De druk in zo'n cilinder neemt steeds minder toe naarmate deze meer gevuld is.

a Leg hiermee uit waarom de uitstroomsnelheid bij een volle zandloper vrijwel constant is.

Wanneer de zandloper bijna leeg is, dan daalt de druk snel. Daardoor zou je kunnen denken dat de uitstroomsnelheid ook verandert. Dat is niet het geval.

b Geef hiervoor een mogelijke verklaring. Betrek in je antwoord de vorm van de zandloper en het gedrag van een granulaire stof.

+58 Uitstroomsnelheid

De uitstroomsnelheid van zand door een gaatje blijkt niet af te hangen van de hoogte van de kolom zand.

a Leg uit dat de uitstroomsnelheid wel af zal hangen van de dichtheid ρ van het zand, de valversnelling g en de diameter d van het gaatje.

Wanneer de zandkorrels gemakkelijk langs elkaar kunnen bewegen, zijn er geen andere grootheden waarvan de uitstroomsnelheid afhangt. Met een analyse van eenheden is af te leiden hoe de uitstroomsnelheid afhangt van ρ, g en d.

b Geef voor elk van de gegeven grootheden de eenheid.

c Leg uit dat kg s^{-1} een geschikte eenheid voor de uitstroomsnelheid is.

Een algemene uitdrukking voor de uitstroomsnelheid heeft de vorm: $\rho^a \cdot g^b \cdot d^c$, waarbij a, b en c exponenten zijn zonder eenheid.

d Leid af welke waarden de exponenten a, b en c moeten hebben zodat de uitdrukking voor de uitstroomsnelheid de juiste eenheid heeft. Geef het uiteindelijke verband voor $v_{uitstroom}$.

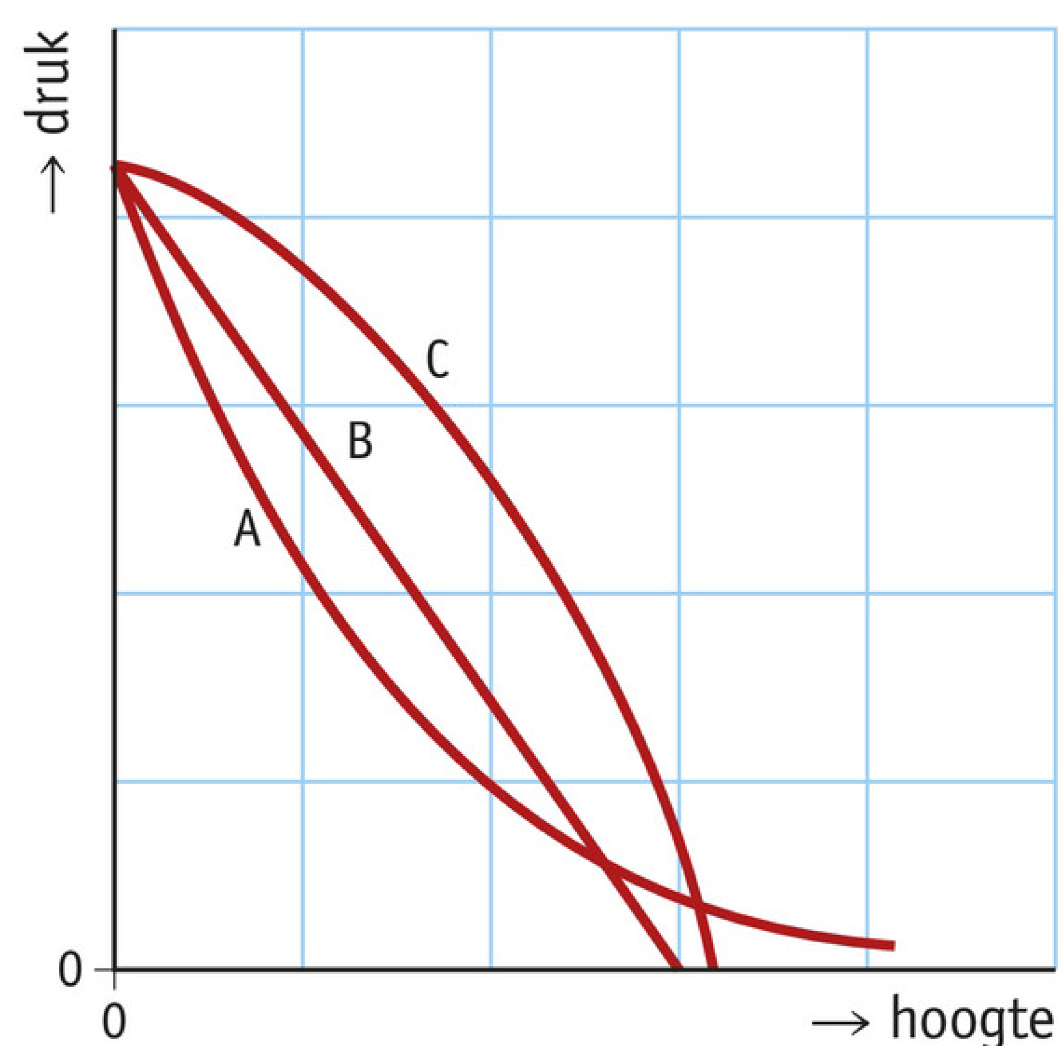
Eindopdracht

59 Ruimtereis

Het ruimtestation ISS (International Space Station) cirkelt op ongeveer 400 km hoogte rond de aarde. Bemanningsleden gaan er per raket naartoe en verblijven er vele maanden. De Nederlandse astronaut André Kuipers deed dit in 2004 en 2012. In totaal verbleef hij 204 dagen in de ruimte (11 en 193 dagen respectievelijk).

Tijdens het opstijgen vanaf de aarde ondervindt een raket die op weg gaat naar het ISS luchtweerstand. Hoe hoger de raket komt, hoe lager de luchtdruk. In figuur 30 zie je drie grafieken getekend voor de luchtdruk als functie van de hoogte in de atmosfeer.

a Beredeneer welk van de grafieken het beste het verloop van de luchtdruk in de atmosfeer weergeeft.



▲ **figuur 30** drie grafieken voor het verloop van de luchtdruk in de atmosfeer

Het volume van het ISS is 837 m^3. Binnen in het ruimtestation heerst dezelfde druk als op zeeniveau op aarde. Ook de temperatuur wordt op een aangename waarde van 20 °C gehouden.

b Bereken hoeveel mol gas zich in het ISS bevindt.

Het ISS bevindt zich per etmaal een aantal maal in de volle zon en een aantal maal in de schaduw van de aarde. Het is nuttig als je in de zonperiode warmte kunt opslaan door een stof op te warmen en die warmte op koude momenten weer kunt laten afstaan door die stof.

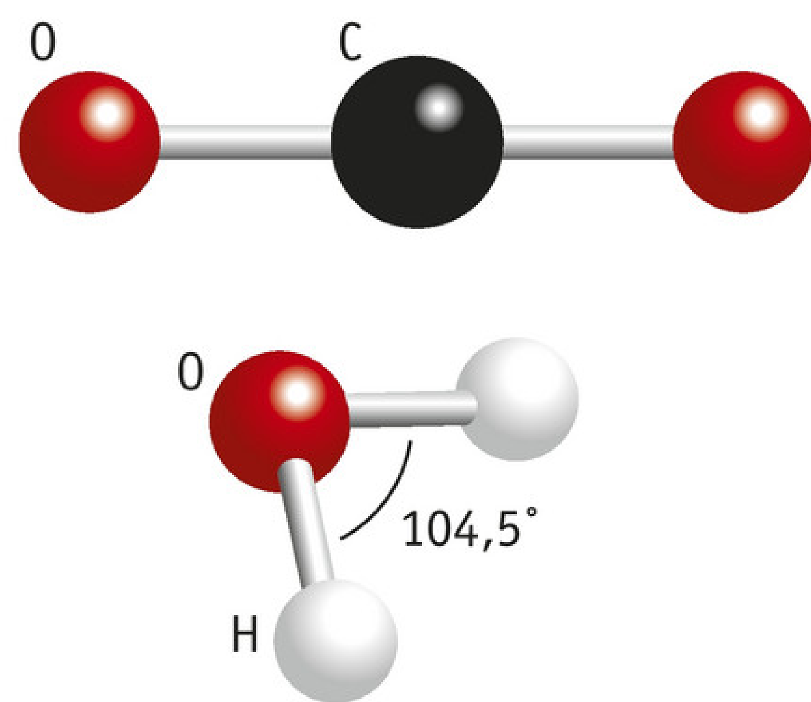
c Leg uit dat je hiervoor beter water kunt gebruiken dan vloeibare koolstofdioxide.

De stof H_2S heeft moleculen die lijken op die van water. Je kunt je afvragen of H_2S wellicht een nog grotere soortelijke warmte heeft dan water en dus goed bruikbaar is in het ISS. Dat is niet zo, en dat kun je beredeneren aan de hand van wat je weet over de moleculen.

d Noem een microscopische eigenschap waardoor H_2S een kleinere soortelijke warmte heeft dan H_2O.

De bemanning van het ISS ademt koolstofdioxide en waterdamp uit. Beide gassen wil men uit de lucht halen door ze te laten condenseren. Dit gaat voor water veel gemakkelijker dan voor koolstofdioxide doordat water een veel hoger kookpunt heeft dan koolstofdioxide. Dit verschil kun je verklaren als je kijkt naar eigenschappen van de moleculen van beide stoffen (figuur 31).

e Leg uit welk verschil tussen watermoleculen en koolstofdioxidemoleculen ervoor zorgt dat water gemakkelijker condenseert.



▲ **figuur 31** molecuulmodellen van koolstofdioxide en water

Er zijn plannen om in de verre toekomst mensen op de maan te laten wonen. Je zult er water en graan heen moeten brengen. Het water wordt opgeslagen in grote vaten, voor graan noem je zo'n vat een silo. Op de maan varieert de temperatuur sterk. Verder is de zwaartekracht er zwak.

f Leg uit dat watertanks op de maan minder sterk hoeven te zijn dan die op aarde. Neem aan dat er voldoende ruimte is voor het water om uit te zetten als het bevriest.

Voor graansilo's is er een reden waarom ze op de maan juist sterker moeten zijn dan op aarde.

g Leg uit welk proces ervoor zorgt dat dit zo is.

Een maanstation zal ook ramen moeten hebben.

h Leg uit dat de buitenkant van de ramen alleen via straling hun warmte af kunnen geven en dus beter isoleren dan op aarde.

7 Practicum

EXPERIMENT 1 Verband tussen druk en volume van een gas (onderzoekspracticum)

Inleiding
Wanneer je een met lucht gevulde ballon samenperst, neemt de druk in de ballon toe. Druk en volume van een gas lijken dus omgekeerd evenredig te zijn. In dit experiment onderzoek je kwantitatief of er inderdaad een omgekeerd evenredig verband is tussen druk en volume van een afgesloten hoeveelheid gas. Temperatuur en hoeveelheid gas blijven hierbij gelijk. Je leert voor het verwerken van de gegevens gebruik te maken van een coördinatentransformatie.

Onderzoeksvraag
Is er een omgekeerd evenredig verband tussen de druk en het volume van een afgesloten hoeveelheid gas bij constante temperatuur?

Benodigdheden
manometer; injectiespuit (of cilinder met zuiger); slangetje

Uitvoering
- Controleer de ijking van de manometer met een barometer. Veel manometers kun je met een kleine schroevendraaier bijstellen.
- Stel de injectiespuit halverwege in en sluit hem vervolgens met het slangetje aan op de manometer. Zorg voor een luchtdichte aansluiting.
- Meet bij verschillende volumes van de injectiespuit de druk van de lucht in de injectiespuit. Noteer de meetgegevens overzichtelijk in een tabel. Houd ruimte over voor twee extra kolommen. Let op dat het slangetje niet losschiet. Mocht dit gebeuren, dan moet je opnieuw beginnen.

Verwerking

1 Leg uit waarom je opnieuw moet beginnen met meten wanneer het slangetje losschiet van de injectiespuit.

2 Leg uit dat p en V^{-1} recht evenredig zijn, als p en V omgekeerd evenredig zijn.
3 Leg uit dat V en p^{-1} recht evenredig zijn, als p en V omgekeerd evenredig zijn.

Het vervolg van de uitwerking kun je naar keuze uitvoeren met je grafische rekenmachine, een rekenbladprogramma, of op papier.
4 Voeg twee kolommen aan je tabel toe: één waarin je p^{-1} uitrekent en één waarin je V^{-1} uitrekent. Zet ook de juiste eenheden boven de kolommen.
5 Teken het (p, V^{-1})-diagram. Omdat je een recht evenredig verband verwacht, moet er een rechte lijn door de punten getekend worden. Ben je nu aan het extrapoleren of interpoleren?
6 Teken het (p^{-1}, V)-diagram. Teken opnieuw een rechte lijn door de punten.
7 Is het mogelijk de grafieken door de oorsprong te laten gaan? Waarom zou dat moeten?
8 Leg uit waarom het volume van de injectiespuit niet gelijk is aan het volume van het gas dat is opgesloten. Bedenk welk van de twee diagrammen je het best kunt gebruiken om het volume van het gas te bepalen. Moet je hiervoor interpoleren of extrapoleren?
9 Is in het experiment aan de voorwaarden voldaan dat de temperatuur en hoeveelheid gas gelijk moeten blijven? Zo niet, op welke manier zijn de meetresultaten hierdoor beïnvloed?

Conclusie
10 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Soortelijke warmte (onderzoekspracticum)

Inleiding
In dit experiment leer je hoe je de soortelijke warmte van een metalen voorwerp kunt bepalen. Die kun je vervolgens gebruiken om te bepalen van welk materiaal een stuk onbekend metaal is gemaakt.

Onderzoeksvragen
1 Hoe bepaal je de soortelijke warmte van een metalen voorwerp?
2 Van welk materiaal is een stuk onbekend metaal gemaakt?

Benodigdheden
warmtemeter; roerstaafje; stuk onbekend metaal (circa 50 g); water; maatbeker; thermometer; waterkoker; balans

Veiligheid
In dit experiment breng je het metalen voorwerp op een temperatuur van 100 °C. Je docent doet dit voor je met behulp van een waterkoker. Let op dat je het metalen voorwerp alleen aanraakt als het is afgekoeld.

Uitvoering
- Vul de warmtemeter met een bekende hoeveelheid water uit de kraan (bijvoorbeeld 200 mL). Plaats de thermometer in de warmtemeter en roer voorzichtig door het water tot de temperatuur niet meer verandert. Noteer deze temperatuur.
- Voor je de volgende stap uitvoert: maak van tevoren een schatting van de eindtemperatuur die je verwacht te meten. Noteer deze waarde in je schrift.
- Vraag je docent het metalen voorwerp met een temperatuur van 100 °C in de warmtemeter te plaatsen. Roer voorzichtig in de warmtemeter totdat de temperatuur van het water niet meer verandert. Lees de temperatuur af.
- Haal het afgekoelde metalen voorwerp uit de warmtemeter. Droog het af en weeg het.

Verwerking

1 Vergelijk de geschatte eindtemperatuur en de werkelijke eindtemperatuur. Hoe goed was je schatting? Geef een verklaring wanneer het verschil groot is.
2 Leg uit dat het water, metaal en warmtemeter bij benadering dezelfde eindtemperatuur hebben gekregen.
3 Hoe groot is de verandering in temperatuur ΔT voor het water en de warmtemeter?
4 Hoe groot is ΔT voor het metaal?
5 Leg uit dat de warmte Q_m die het metaal heeft afgestaan, gelijk is aan de warmte Q_{wm+w} die de warmtemeter en het water hebben ontvangen.
6 Geef een uitdrukking voor Q_m op basis van de theorie.
7 Een warmtemeter is gemaakt van verschillende materialen en dus verschillende stoffen. Je kunt daarom niet spreken van de soortelijke warmte van de warmtemeter. Voor zulke voorwerpen geldt: $Q = C \cdot \Delta T$, met C de warmtecapaciteit (let op: hoofdletter C). Vraag je docent welke waarde je voor C kunt gebruiken. Geef vervolgens een uitdrukking voor Q_{wm+w}.
8 Gebruik alle gegevens om nu de soortelijke warmte van het metaal te bepalen. Zoek hiervoor in Binas op hoe groot de soortelijke warmte van water is.

Conclusie
10 Beantwoord de onderzoeksvragen.

EXPERIMENT 3 Druk in een granulaire stof (begipspracticum)

Inleiding
De druk in een vloeistof is evenredig met de diepte. Bij granulaire media zoals zand werkt dat anders. In dit practicum onderzoek je kwalitatief het verband tussen de druk onder in een cilinder gevuld met zand en de vulhoogte.

Onderzoeksvraag
Hoe hangt de druk in een granulair medium af van de vulhoogte?

Benodigdheden
zand; cilinder (bijvoorbeeld deel van pvc-rioolbuis); krachtplaatsensor; meetcomputer; statief; meetlat

Uitvoering
- Stel de krachtplaatsensor op een tafel op. Plaats de cilinder in het statief boven de krachtplaat, zodat deze geen contact maakt en er maar een kleine opening is tussen krachtplaat en cilinder (circa 1 mm). Controleer bij de uitvoering dat er geen zand door de opening ontsnapt.
- Sluit de krachtplaatsensor op de computer aan. Kalibreer de sensor eventueel zodat deze 0 N aangeeft als de cilinder leeg is.
- Vul de cilinder met zand. Meet bij verschillende vulhoogten de kracht die de krachtplaatsensor aangeeft. De vulhoogte kun je makkelijk meten door met de meetlat de afstand van het zandoppervlak tot de bovenkant van de cilinder te meten.
- Herhaal het experiment eventueel met andere granulaire stoffen (knikkers, snoep, grind, enzovoort).

Verwerking

1. Maak een grafiek van de kracht op de krachtplaatsensor uitgezet tegen de hoogte van de kolom zand (vulhoogte).
2. Teken een trendlijn door de meetgegevens.
3. Beschrijf het verband dat er lijkt te gelden tussen de kracht onder in de kolom zand en de hoogte van de kolom zand.
4. Indien je het experiment met andere granulaire stoffen hebt uitgevoerd: beschrijf de verschillen en probeer hiervoor een verklaring te geven.

Conclusie

5. Beantwoord de onderzoeksvraag.

ONDERZOEK Kraters

Inleiding
Bij de inslag van meteorieten op aarde of de maan ontstaan kraters. Ook wanneer je een steen in een bak los zand gooit, ontstaat er een krater. Hoe groter de steen, hoe groter de krater. Maar ook: hoe sneller de steen het zand treft, hoe groter de krater. Om dit te onderzoeken, kun je knikkers van verschillende hoogten in een bak met zand laten vallen.

Onderzoeksvragen

1. Welk verband bestaat er tussen de diameter van een zandkrater en de hoogte waarvan je een knikker in het zand laat vallen?
2. Op welke manier wordt de diameter van de zandkrater beïnvloed door de massa van de knikker?
3. Welke verklaring kun je geven voor de verbanden uit vraag 1 en 2?
4. Welke overeenkomsten en verschillen zijn er tussen deze zandkraters en de kraters op de maan?

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).

Antwoorden

Hier vind je de numerieke antwoorden op de vragen in het boek.
De volledige uitwerkingen staan in het uitwerkingenboek.

7 Trillingen en golven

Theorie

2	a	4,0 cm
	b	2,5 Hz
3	b	$1,9\cdot10^{2}$ m s^{-1}
	c	25
4	a	0,014 m
	b	31 s
	c	$3,2\cdot10^{-3}$
	d	16 s
11	a	3,9 Hz
	b	$1,2\cdot10^{2}$ N m^{-1}
12		$4,9\cdot10^{2}$ N m^{-1}
13	a	1,0 Hz
14		20 000 Hz
23	b	$4,7\cdot10^{-3}$ s (4,7 ms)
24	a	$1,5\cdot10^{-4}$ m en $1,5\cdot10^{-3}$ m
25	a	0,5
	b	4
	c	0,6 m en $5\cdot10^{-2}$ s
27	a	0,23
	b	0,14
32	a	106 m s^{-1}
	b	48,3 cm
33	a	$1,1\cdot10^{2}$ Hz
34	a	143 Hz
	c	136 Hz
	d	0,03
35	a	1,32 kHz
39	a	$a = ½$ en $b = –½$
	b	100
	c	295 K
42	a	$1,1\cdot10^{2}$ ms cm^{-1}
43	b	$5\cdot10^{14}$ Hz
44	a	$1,9\cdot10^{11}$ Hz
	b	$1,6\cdot10^{-3}$ m
52	a	$7,1\cdot10^{-2}$ m
53	b	17 Hz
54	a	5 PB (= $5\cdot10^{15}$ B)
56	b	0,572 m

8 Elektrische en magnetische velden

Praktijk

1	e	$6\cdot10^{-5}$ T

Theorie

4	c	$5,58\cdot10^{-11}$ N C^{-1}
	d	$3,16\cdot10^{13}$ m s^{-2}
5	a	$r^2 = 8,99\cdot10^{9}$ en $r = 9,5\cdot10^{4}$ m
	b	1,0 m
10	a	$8,2\cdot10^{-8}$ N
12	a	0,12 m
16	a	$1,14\cdot10^{-7}$ V
	b	$8,53\cdot10^{-8}$ V
17	a	$1,88\cdot10^{8}$ m s^{-1}
	c	$1,84\cdot10^{-3}$ V
18	e	10 V
19	a	10,0 A
	b	10,0 C
	c	10,0 C
20	b	$1\cdot10^{4}$ volt per 0,010 m
	c	0,23 mm
21	a	$3,96\cdot10^{16}$ m s^{-2}
	b	$1,26\cdot10^{8}$ m s^{-1}
	c	$1,26\cdot10^{8}$ m s^{-1}
22	a	6 eV
	b	$3\cdot10^{-2}$ m
23	c	$1,842\cdot10^{-16}$ J
	d	436
+36	a	5,4 mT
	b	68°
41	b	$8,2\cdot10^{-18}$ N
43	b	$2\cdot10^{-2}$ C
44	a	0,63 T
	b	0,71 N
	c	0,89 T
45	a	0,15 N
49	d	$2,7\cdot10^{2}$ T
+51		1,2 N
54		3,3 V
56	b	0,75 m^{2} s^{-1}
	c	2,6 V
	d	3,4 W
60	a	0,75 V
63	c	8×
	f	12 Hz
64	c	$4,8\cdot10^{-2}$ m^{2}
	e	$3,2\cdot10^{-16}$ N
	f	50 A

9 Elektromagnetische straling en materie

Praktijk

1	f	$r_{min} = 1,92\cdot10^{9}$ m $r_{max} = 3,58\cdot10^{9}$ m
2	b	$2,56\cdot10^{3}$ K
	f	$2\cdot10^{29}$ kg
3	d	51 Pegasi: 4,2 dagen 70 Virginis: 100 dagen Cygni B: 2,2 jaar
	e	$1,3\cdot10^{-6}$

Theorie

5	a	van $4,00\cdot10^{14}$ Hz tot $7,50\cdot10^{14}$ Hz
	b	0,50 m 0,21 m 0,060 m
+8	c	10^{-7} rad
	d	10^{4} m
10	a	$3,86\cdot10^{3}$ K
11		$9,35\cdot10^{-6}$ m
12	a	$1,4\cdot10^{-6}$ m
	c	$4,7\cdot10^{-7}$ m
13	b	784,2 nm
14	a	$\lambda_{max,boven} = 1,06\cdot10^{-5}$ m $\lambda_{max,onder} = 0,777\cdot10^{-5}$ m
+18	a	2,76 K
	b	$1,1\cdot10^{3}$×
	d	$1,3\cdot10^{9}$×
22		$1,56\cdot10^{3}$ W m^{-2} 1,14×
23		633 K
24		$1,1\cdot10^{4}$ nm
27	a	$5,5\cdot10^{-8}$ m
	b	$2,4\cdot10^{10}$ m
+30	a	$1,2\cdot10^{-7}$ W m^{-2}
	b	10^{8} s
43	b	$3,11\cdot10^{-19}$ J
	c	$4,69\cdot10^{14}$ Hz
	d	639 nm

f $5{,}80 \cdot 10^5$ m s^{-1}
46 a $2{,}0$ J s^{-1}
b $4{,}0 \cdot 10^{18}$
c $7{,}5 \cdot 10^{18}$
47 a 295 mm
880 mm
b $5{,}0 \cdot 10^4$ J
d 3,0 : 1
53 a 692 nm
b 590 nm
c 0,173
d $5{,}19 \cdot 10^7$ m s^{-1}
54 d $4{,}3 \cdot 10^{-8}$
e $4{,}413 \cdot 10^{-5}$
+55b 3,24 m
61 a $1 \cdot 10^9$ kg m^{-3}
62 c 3,5
f $3 \cdot 10^2 \times$
65 b $1 \cdot 10^6$ m s^{-1}
c $4{,}5 \cdot 10^3$ K
d $2{,}3 \cdot 10^7$ W m^{-2}
f $6 \cdot 10^3$
i $1{,}1 \cdot 10^{20}$ m

10 Ioniserende straling

Praktijk

1 a 22,5 cm

Theorie

5 b 7000 : 1
6 a 3,18 eV $< E_{uv-A} <$ 3,87 eV
en
3,18 eV $< E_{uv-B} <$ 4,43 eV
c 10,0 nm
7 a $1{,}6 \cdot 10^7$ m s^{-1}
b $5{,}0 \cdot 10^5$
c $2 \cdot 10^4$
13 a $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ Sv
b $3 \cdot 10^{-11}$ Sv
14 a Longen: 6,0 mSv
Blaas: 2,0 mSv
Huid: 0,50 mSv
Lever: 2,0 mSv
Hersenen: 0,50 mSv
15 d 1 0 Sv
2 0 Sv
3 $3{,}3 \cdot 10^3$ Sv
4 $12 \cdot 10^3$ Sv
23 b $1{,}88 \cdot 10^8$ m s^{-1}
28 a 0,19
b 0,70
c 0,12
d 0
e 0,10
29 a 61 cm
b 9,3 cm
c $3{,}7 \cdot 10^4$ cm
d 54 cm
31 c 9,5 mm
32 a –15%
–11%
b 29 cm
c 95,8%
d 43 cm
e 99,87%
f 0,30%
33 b 1,8 cm
c 100%
d 0,11 cm
34 c 1,4
36 a $N_A = 50$
$N_B = 50$
b $N_A = 13$
$N_B = 87$
c $N_A = 71$
$N_B = 29$
38 a 1000×
39 b $5 \cdot 10^3$ Bq
c $4 \cdot 10^{-2}$ Gy
+40c minimale
ouderdom = $1{,}0 \cdot 10^6$ y
maximale
ouderdom = $2{,}4 \cdot 10^9$ y
d $4{,}8 \cdot 10^8$ y
41 a 8,0 d
b $4{,}6 \cdot 10^{15}$
c $1{,}0 \cdot 10^{-5}$%
42 a $174 \cdot 10^9$ Bq
b 10 y = $47 \cdot 10^9$ Bq
25 y = $6{,}5 \cdot 10^9$ Bq
c $4{,}17 \cdot 10^{19}$
d $4{,}15 \cdot 10^{-4}$%
44 c $2{,}9 \cdot 10^{-11}$ kg
53 d 96,6%
e 32%
h 13 g
54 c $7{,}1 \cdot 10^{-12}$ kg
e 36
55 b 0,05 mSv
d $3 \cdot 10^{-8}$ Sv
e $4 \cdot 10^{-9}$ Sv
f $7 \cdot 10^2$
h 1,3 cm

11 Stof- en materiaaleigenschappen

Praktijk

1 a 40 °C
f 0,5 m
2 a $0{,}113 \cdot 10^5$ Pa
b 9,6%
e $3 \cdot 10^8$ Pa

Theorie

3 d $1{,}67 \cdot 10^4$ Pa
4 $6{,}90 \cdot 10^3$ Pa
9 a 7%
b 7%
c 1 mm
14 b $v_{N_2} = 5{,}11 \cdot 10^2$ m s^{-1}
$v_{O_2} = 4{,}78 \cdot 10^2$ m s^{-1}
$v_{Ar} = 4{,}28 \cdot 10^2$ m s^{-1}
15 c $2{,}50 \cdot 10^{25}$
20 b $7{,}3 \cdot 10^{-9}$ m
29 a $3{,}49 \cdot 10^{-5}$ m^3 mol^{-1}
b $5{,}60 \cdot 10^3$ J mol^{-1}
c 532 K
36 a $1{,}3 \cdot 10^5$ J
b 86,1 °C
37 d $c_{water} = 75{,}31$ J mol^{-1} K^{-1}
$c_{zeewater} = 75{,}57$ J mol^{-1} K^{-1}
e $c_{Na} = 28{,}28$ J mol^{-1} K^{-1}
$c_{Cl} = 21$ J mol^{-1} K^{-1}
40 a $22 \cdot 10^6$ J kg^{-1}
41 b 170 s
c 116 s
47 c 2,05×
d 8,2×
49 a 71%
b –38%
c –4%
+50c 0,53 m
d 0,09 m
52 b 10^8
c $2{,}5 \cdot 10^{23}$
e $2{,}4 \cdot 10^{-10}$ m
g $\approx 10^6$
h $1{,}7 \cdot 10^{15} \times$
53 b $1 \cdot 10^{-7}$ m s^{-1}
c $6 \cdot 10^{17}$ K
56 b 63%
59 b $3{,}48 \cdot 10^4$ mol

Tabel behorende bij hoofdstuk 10, paragraaf 4

▼ **tabel 1** halveringsdikten van röntgenstraling (γ-straling) van verschillende energieën voor enkele materialen

energie	halveringsdikte (mm)					
(keV)	*lucht*	*water*	*bot*	*aluminium*	*beton*	*lood*
1	1,60	$1{,}70\cdot10^{-3}$	$9{,}55\cdot10^{-4}$	$2{,}17\cdot10^{-3}$	$8{,}69\cdot10^{-4}$	$1{,}17\cdot10^{-4}$
1,5	4,83	$5{,}04\cdot10^{-3}$	$2{,}79\cdot10^{-3}$	$6{,}38\cdot10^{-3}$	$2{,}46\cdot10^{-3}$	$2{,}59\cdot10^{-4}$
2	$1{,}09\cdot10^{1}$	$1{,}12\cdot10^{-2}$	$6{,}15\cdot10^{-3}$	$1{,}13\cdot10^{-3}$	$2{,}20\cdot10^{-3}$	$4{,}75\cdot10^{-4}$
3	$3{,}54\cdot10^{1}$	$3{,}59\cdot10^{-2}$	$1{,}22\cdot10^{-2}$	$3{,}26\cdot10^{-3}$	$6{,}49\cdot10^{-3}$	$3{,}11\cdot10^{-4}$
4	$7{,}39\cdot10^{1}$	$8{,}37\cdot10^{-2}$	$2{,}71\cdot10^{-2}$	$7{,}12\cdot10^{-3}$	$1{,}38\cdot10^{-2}$	$4{,}88\cdot10^{-4}$
5	$1{,}43\cdot10^{2}$	0,16	$1{,}88\cdot10^{-2}$	$1{,}33\cdot10^{-3}$	$2{,}15\cdot10^{-2}$	$8{,}36\cdot10^{-4}$
6	$2{,}46\cdot10^{2}$	0,28	$3{,}08\cdot10^{-2}$	$2{,}23\cdot10^{-3}$	$3{,}59\cdot10^{-2}$	$1{,}31\cdot10^{-3}$
8	$5{,}80\cdot10^{2}$	0,67	$6{,}78\cdot10^{-2}$	$5{,}10\cdot10^{-3}$	$7{,}77\cdot10^{-2}$	$2{,}67\cdot10^{-3}$
10	$1{,}12\cdot10^{3}$	1,30	0,13	0,10	0,15	$4{,}68\cdot10^{-3}$
15	$3{,}51\cdot10^{3}$	4,14	0,40	0,32	0,47	$5{,}47\cdot10^{-3}$
20	$7{,}39\cdot10^{3}$	8,59	0,90	0,75	1,07	$7{,}07\cdot10^{-3}$
30	$1{,}63\cdot10^{4}$	18,45	2,71	2,28	3,14	$2{,}01\cdot10^{-2}$
40	$2{,}31\cdot10^{4}$	25,83	5,42	4,52	5,96	$4{,}25\cdot10^{-2}$
60	$3{,}07\cdot10^{4}$	33,66	11,47	9,24	11,33	0,12
80	$3{,}46\cdot10^{4}$	37,00	16,20	12,73	14,96	0,25
100	$3{,}73\cdot10^{4}$	40,60	19,46	15,07	17,34	0,11
150	$4{,}24\cdot10^{4}$	46,05	24,39	18,64	20,99	0,30
200	$4{,}66\cdot10^{4}$	50,59	27,58	21,00	23,51	0,61
300	$5{,}39\cdot10^{4}$	58,44	32,43	24,64	27,47	1,51
400	$6{,}02\cdot10^{4}$	65,33	36,43	27,68	30,80	2,63
500	$6{,}60\cdot10^{4}$	71,55	40,01	30,41	33,80	3,72
600	$7{,}14\cdot10^{4}$	77,39	43,33	32,91	36,59	4,89
800	$8{,}13\cdot10^{4}$	88,12	49,40	37,54	41,70	6,88
1000	$9{,}05\cdot10^{4}$	98,01	54,98	41,78	46,40	8,60

Register

Colofon

Auteurs
Hans van Bemmel
Lodewijk Koopman

Eindredactie
Claud Biemans, Frontlinie

Met medewerking van
Fons Alkemade
Wiebe van der Zee

Met dank aan
Reno Beekman

Ontwerp
Uitgeverij Malmberg, ’s-Hertogenbosch

Foto omslag
Credit: Peter Carey / Alamy Stock Photo

Opmaak
Nieuwe Stijl, Den Haag

Beeldverwerving
Beeldresearch: B en U International Picture Service, Amsterdam

Illustraties
Herman Sittrop Grafisch Realisatiebureau, Rotterdam

Foto's
Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 5, 6 b, 151
Nationale Beeldbank, Rotterdam: p. 7
Thinkstock: p. 6 o
iStockphoto: p. 14
Getty Images: p. 16, 20, 48 r, 51, 53 o, r, 54, 201
Pixabay: p. 24
Shutterstock: p. 25, 37, 39 b, o, 48 l, 53 mb, 59, 60, 65, 68, 91, 107, 174, 186, 199, 204, 233, 234, 236 lo
Imageselect, Wassenaar: p. 26, 52, 101
Maxell Europe Ltd.: p. 27
Arjen Boxem: p. 36
Depositphotos: p. 41
O. C. Duff Pickups: p. 53 lb
Picture-Alliance, Frankfurt: p. 62
Wikimedia Commons: p. 70
Science Photo Library / ANP Photo, Den Haag: p. 73, 111, 123 o, 127, 162, 187 l, r, 191
Vincent Leermiddelen Scientific, Antwerpen: p. 74
Examen Natuurkunde VWO 2008-1: p. 94
ESO / M. Kornmesser: p. 102
NASA: p. 106 a, b, c, d, 108 o, 143
ESO / S. Brunier / Science Photo Library: p. 108 b
N.A.Sharp, NOAO / NSO / Kitt Peak FTS / AURA / NSF: p. 123 b
Uit: Vies des savants illustres depuis l'antiquité jusqu'au dix-neuvième siècle, L. Figuier, 1865: p. 129
Elekta, Atlanta, USA: p. 152
Varian Medical Systems: p. 153 b
B. W. Raaymakers, UMC Utrecht. © Institute of Physics and Engineering in Medicine. Reproduced by permission of IOP Publishing. All rights reserved: p. 153 lo, ro, 154 rb
Bibliothèque Nationale de France: p. 154 lo
National Library of Medicine: p. 157
John Groenendijk, Puttershoek: p. 200
Michael Shealy / Flickr: p. 202 b
Passivhaus Institut: p. 202 o
Lodewijk Koopman: p. 235
Cornell University: p. 237

ISBN: 978 94 020 1322 1
Editie 2019, tweede oplage

MALMBERG

AUTEURS
Hans van Bemmel
Lodewijk Koopman

EINDREDACTIE
Claud Biemans, Frontlinie

MET MEDEWERKING VAN:
Fons Alkemade
Wiebe van der Zee



- Dit boek is van jou.
- Je mag in dit boek schrijven en aantekeningen maken.
- Je hebt ook toegang tot de online leeromgeving.

ISBN 978 94 020 1322 1



566699

MALMBERG